

Парадокс разрывных траекторий фотонов в составном интерферометре Маха–Цендера при их “слабом измерении”

Г. Н. Николаев¹⁾

Институт автоматизации и электротехники СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 12 декабря 2016 г.

Недавно была предложена [L. Vaidman, Phys. Rev. A **87**, 052104 (2013)], а затем и реализована [A. Danan, D. Farfurnik, S. Bar-Ad et al., Phys. Rev. Lett. **111**, 240402 (2013)] схема регистрации методом слабых измерений путей фотонов, проходящих через составной интерферометр Маха–Цендера. Результаты эксперимента привели авторов к заключению о том, что “фотоны не всегда следуют непрерывным траекториям”. Мы покажем, что эти результаты могут быть легко и ясно объяснены с позиций традиционной классической электродинамики или квантовой механики, предполагающих непрерывность всех возможных путей фотонов. Следовательно, нет никакой необходимости для введения новой концепции разрывных траекторий, предлагаемой авторами статьи [Phys. Rev. Lett. **111**, 240402 (2013)].

DOI: 10.7868/S0370274X1703002X

Введение. Квантовая механика оказала глубокое влияние на возможности измерений физических величин. С одной стороны, выяснились пределы измерения ряда физических величин из-за неустранимых “квантовых шумов”, обусловленных вероятностной природой квантовых законов. С другой стороны, квантованность, дискретность определенных физических величин позволила драматическим образом повысить точность, избавиться от проявлений тепловых шумов измерений (эффект Мессбауэра, квантовый эффект Холла, сверхпроводимость и т.п.). Сравнительно недавно, около четверти века назад, был предложен новый тип квантовых измерений, – “слабые измерения” (СИ) [1–6]. Такие измерения, как оказалось, имеют ряд парадоксальных свойств: измеряемые “слабые величины” (СВ) эрмитовых операторов могут существенно выходить за рамки их спектра значений; СВ являются, в общем случае, комплексными; СИ некоммутирующих наблюдаемых могут быть проведены одновременно; “слабые вероятности” проекционных операторов могут иметь отрицательные значения. Такие необычайные свойства СИ вызвали не утихающие до сих пор дебаты об их интерпретации. Несмотря на эту полемику, вскоре после своего предсказания, СИ были реализованы [7]. К настоящему времени число работ по этой тематике исчисляется многими сотнями. Уникальные свойства СИ вызвали к себе неподдельный повышенный интерес как к перспективному и многообеща-

ющему метрологическому средству. Так, благодаря своеобразному свойству усиления слабых сигналов, их можно использовать для оценки малых изменений параметров, таких как смещение светового пучка, сдвиги частоты, фазы, скорости, температуры, временных сдвигов. В общем случае комплексность СВ, чьи реальные и мнимые части могут быть совместно измерены, является основой методов прямого измерения квантовых состояний, волновых функций, а также геометрических фаз (см. обзор [5] и ссылки в нем).

На этой же основе СИ выполнена работа [8], в которой представлены результаты тонкого эксперимента с целью выяснения прошлого фотонов, прошедших через составной вложенный интерферометр Маха–Цендера (ИМЦ) (рис. 1). Полученные результаты оказались столь неожиданными, что авторы обсуждаемой статьи пришли к парадоксальным выводам о необходимости отказа от рассмотрения прошлого квантовой частицы с точки зрения “здорового смысла”. По их мнению, прошлое фотонов не представляется непрерывной траекторией или набором возможных траекторий, как это принято считать согласно традиционной квантовой механике [9]. Идея такого эксперимента была предложена в [10], где предсказано, что СИ на выходе вложенного ИМЦ должны указывать на присутствие фотонов во внутреннем ИМЦ, настроенном на деструктивную интерференцию, и на отсутствие их на его входе и выходе. Это заключение сделано на основе формализма вектора 2-х состояний [11, 3]. При этом полагалось,

¹⁾e-mail: nikolaev@iae.nsk.su

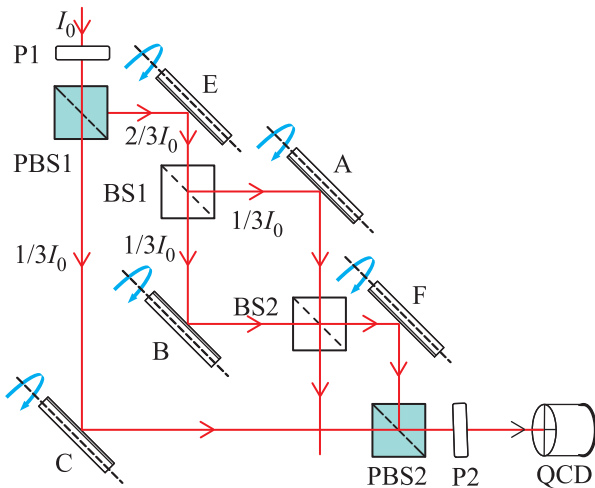


Рис. 1. (Цветной онлайн) Упрощенная схема установки для отслеживания путей фотонов [8]. Элементы BS1, A, B, BS2 образуют вложенный ИМЦ, а элементы P1, PBS1, C, E, F, PBS2, P2 – внешний ИМЦ. A, B, C, E, F – зеркала, P1, P2 – поляризаторы, BS1, BS2 и PBS1, PBS2 – обыкновенные и поляризационные расщепители света соответственно, QCD – четырехсегментный фотодетектор

что возмущением ИМЦ в процессе СИ можно пренебречь (что использовалось и при интерпретации результатов эксперимента [8]). Однако в комментарии [12] к статье [10] качественно показано, что СИ во внутреннем ИМЦ приводят к частичному разрушению интерференции проходящих через него волн.

Необычные результаты эксперимента [8] вызвали оживленные обсуждения [13–19], в которых подвергали сомнению правомерность интерпретации, предлагали различные модификации эксперимента и способы обработки данных. Отметим, что в самой работе [8] также приведены результаты расчета зарегистрированных сигналов согласно классической теории электромагнитных волн. Однако авторы не видят какой-либо простой интерпретации сигналов в рамках данного подхода. В работе [19] предложено описание эволюции состояния фотонов в модифицированной схеме согласно традиционной квантовой механике. В работе [17] дано численно-аналитическое описание обсуждаемого эксперимента на основе параксиального оптического приближения и углового спектра. Здесь целью было дать ясную физическую интерпретацию парадоксальных результатов эксперимента [8]. Однако в полной мере этого сделать не удалось. Было обращено внимание на важную роль интерференции от всех пучков света составного ИМЦ при формировании сигнала на детекторе. В явном виде это продекларировано во вводной части [17]

и использовано в расчете амплитуды углового спектра на выходе составного ИМЦ при деструктивной настройке внутреннего ИМЦ. В содержательной же части, в которой выводятся выражения для сигналов на фотодетекторе, указанный принципиальный аспект никак не подчеркивается, что снижает убедительность. Ярким свидетельством рассматриваемой особенности является еще один парадоксальный результат обсуждаемого эксперимента: для случая деструктивной настройки внутреннего ИМЦ все три сигнала (от зеркал A, B и C) пропадают при перекрытии пучка света внешнего плеча большого ИМЦ (от зеркала C). В рамках авторской трактовки [8] формализма векторов 2-х состояний такой результат не находит объяснения. В целом, статья [17] достаточно внятно интерпретирует (апеллируя и к численным расчетам) результаты обсуждаемого эксперимента [8]. Однако следует отметить ряд содержащихся в ней неточностей и неясностей. Так, для случая деструктивной интерференции во внутреннем ИМЦ отсутствие сигнала от зеркала F связывается с вызываемым им малым смещением пучка (по сравнению с его шириной) при таком же порядке смещения от других зеркал. Утверждается, что природа отсутствия сигналов от зеркал F и E в данных условиях одна и та же, что, как будет показано далее, не верно. Не проведены анализы порядка малости отсутствия сигналов от зеркал F и E и зависимости этого порядка от характера пучка. Для случая конструктивной интерференции во внутреннем ИМЦ не выявлена физическая причина феномена удвоенной амплитуды модуляции сигналов от зеркал F и E по сравнению с сигналами от других зеркал. Наконец, остался не выясненным важный вопрос: являются ли обсуждаемые парадоксальные результаты следствием особенностей использованных пучков (гауссовский профиль), их симметрии, или же они справедливы при любом профиле пучков?

Цель настоящей статьи состоит в прояснении указанных моментов на основе иного, чем в [17], более непосредственного общего подхода. Мы покажем, что возмущениями интерферометра при проведении СИ в обсуждаемом эксперименте не только нельзя пренебречь, но и что результаты измерений целиком и полностью обусловлены именно этими возмущениями. Мы представим предельно ясное объяснение парадоксальных результатов эксперимента [8], основанное на традиционных представлениях волновой теории света или квантовой механики, предполагающих непрерывные траектории света. Поэтому нет необходимости в введении дополнительной концепции разрывности траекторий фотонов.

Анализ эксперимента [8]. На рис. 1 приведена упрощенная схема эксперимента. На входе и выходе составного ИМЦ находятся одинаково настроенные поляризаторы P1, P2 и поляризационные расщепители пучка PBS1, PBS2. Причем P1 и PBS1 настроены так, что на зеркало E попадает $2/3$, а на зеркало C – $1/3$ интенсивности входящего света. Пучки света, прошедшие через PBS2 и P2, интерферируют и регистрируются на четырехсегментном фотодетекторе QCD. Зеркала A, B, C, E и F совершают малые колебания вокруг своих горизонтальных осей, каждое со своей частотой, что вызывает вертикальные сдвиги пучка (по оси y) на четырехсегментном фотодетекторе QCD. Регистрируется частотный спектр мощности разницы интенсивностей света в верхней и нижней частях поверхности фотодетектора. Отношение частот колебаний зеркал к частоте света составляет $\sim 10^{-12}$. Отношение же углового отклонения пучка (~ 300 нрад) из-за модуляции зеркал к дифракционной расходимости пучка составляет $\sim 10^{-4}$. Таким образом, при расчете оптических путей можно пренебречь модуляцией зеркал. Поэтому полная амплитуда электрического поля $E(x, y)$ в точке x, y детектора имеет вид

$$E(x, y) = \frac{\sqrt{I_0}}{3} [f(x, y - \delta_E - \delta_A - \delta_F)e^{i\varphi_A} + f(x, y - \delta_E - \delta_B - \delta_F)e^{i\varphi_B} + f(x, y - \delta_C)e^{i\varphi_C}], \quad (1)$$

где I_0 – интенсивность света на входе ИМЦ; φ_C, φ_A и φ_B – набеги фаз световых полей, прошедших через зеркала C, A и B соответственно, при их движении от входа в ИМЦ до детектора; $\delta_C, \delta_E, \delta_A, \delta_B, \delta_F$ – вертикальное смещение пучков света из-за осцилляций соответствующих зеркал C, E, A, B и F; $f(x, y)$ – нормированный амплитудный профиль входящего светового пучка по горизонтали и вертикали: $\iint f^2(x, y) dx dy = 1$.

Четырехсегментный фотодетектор QCD регистрирует разницу интегральных интенсивностей света D от областей с $y > 0$ и $y < 0$:

$$D \equiv \iint_{y>0} |E(x, y)|^2 dx dy - \iint_{y<0} |E(x, y)|^2 dx dy. \quad (2)$$

Поскольку все смещения малы ($\delta \ll 1$), то $f(x, y - \delta)$ можно представить в виде суммы 2-х первых членов ряда Тейлора – немодулированного исходного профиля и линейно по δ модулированной части. В этом случае модулированную разницу интегральных интенсивностей света (2) можно записать как

$$D = \frac{2}{9} I_0 \times \{ \delta_C + [\delta_A + \delta_B + 2(\delta_E + \delta_F)] [1 + \cos(\phi_{AB})] + [\delta_A + \delta_C + \delta_E + \delta_F] \cos(\phi_{AC}) + [\delta_B + \delta_C + \delta_E + \delta_F] \cos(\phi_{BC}) \} \int f^2(x, 0) dx, \quad (3)$$

$$\phi_{ij} \equiv \varphi_i - \varphi_j.$$

В случае симметричного профиля светового пучка, $f(x, -y) = f(x, y)$, что соответствует условиям эксперимента [8], выражение (3) есть полный сигнал на QCD. В случае же произвольного профиля имеется еще постоянная составляющая.

Первая строчка в фигурных скобках в (3) – сумма самоинтерференций модулированной и немодулированной частей каждого из пучков света, движущихся по различным плечам составного ИМЦ. При этом коэффициент 2 перед $(\delta_E + \delta_F)$ есть следствие того, что зеркала E и F модулируют пучки света, движущиеся через оба плеча внутреннего ИМЦ. Вторая и третья строчки в фигурных скобках выражения (3) – результат интерференции пучка “C” с пучками “A” и “B” соответственно.

При полной конструктивной когерентности пучков света, проходящих через зеркала A, B и C, т.е. $\varphi_A = \varphi_B = \varphi_C$, выражение в фигурных скобках (3) принимает вид

$$\{\dots\} = 3 \{ \delta_A + \delta_B + \delta_C + 2(\delta_E + \delta_F) \}. \quad (4)$$

В эксперименте [8] регистрируется не сам разностный сигнал (2), (3), а его спектр мощности. Поэтому, согласно (4), интенсивность спектральных компонент сигнала (3), соответствующих осцилляциям зеркал E и F, в 4 раза больше других (см. рис. 2а обсуждаемой статьи [8]).

При изменении фазы φ_B на π во внутреннем ИМЦ ($\varphi_A = \varphi_C = \varphi_B \pm \pi$), что соответствует полной деструктивной интерференции света на его выходе, выражение в фигурных скобках (3) принимает вид: $\{\dots\} = \{\delta_A - \delta_B + \delta_C\}$. В этом случае интенсивности спектральных компонент сигнала детектора, обусловленных осцилляциями зеркал A, B и C, будут равными (см. рис. 2б обсуждаемой статьи [8]). Спектральные же компоненты на частотах осцилляций зеркал E и F отсутствуют. Авторы статьи трактуют этот поразительный результат как прерывистость траекторий фотонов, которые словно присутствуют во внутреннем ИМЦ, но отсутствуют на его входе и выходе. Авторы считают, что простое и интуитивно понятное объяснение такого поразительного результата возможно только на основе формализма вектора двух состояний квантовой механики [11, 3]. В рамках

этого формализма утверждается, что фотоны присутствуют только там, где существуют как прямая квантовая волна (от источника), так и обратная (от детектора) (см. рис. 3 обсуждаемой статьи [8]).

Если заблокировать свет сразу после зеркала F, то детектор будет естественно регистрировать сигнал только от света нижнего плеча внешнего ИМЦ. В этом случае в квадратных скобках выражения (1) присутствует только последнее слагаемое. В фигурных же скобках выражения (3) отлично от нуля лишь последнее слагаемое: $\{\dots\} = \{\delta_C\}$.

Если же заблокировать свет между зеркалом C и поляризационным расщепителем PBS2, то в квадратных скобках выражения (1) последнее слагаемое отсутствует. В фигурных же скобках выражения (3) отлично от нуля лишь первое слагаемое: $\{\dots\} = \{[\delta_A + \delta_B + 2(\delta_E + \delta_F)] [1 + \cos(\phi_{AB})]\}$. При полной деструктивной интерференции света на выходе внутреннего ИМЦ ($\varphi_A = \varphi_C = \varphi_B \pm \pi$) выражение в фигурной скобке обращается в нуль, т.е. интенсивности спектральных компонент сигнала детектора, обусловленные осцилляциями всех зеркал, равны нулю (см. рис. 2с обсуждаемой статьи [8]).

Такие парадоксальные результаты при полной деструктивной интерференции света ($\varphi_A = \varphi_C = \varphi_B \pm \pi$) на выходе внутреннего ИМЦ имеют простое и ясное объяснение в рамках как волновой теории света, так и традиционной квантовой механики.

В самом деле, отсутствие спектральных компонент с частотой осцилляции зеркала E обусловлено тем, что смещение этого зеркала в равной степени смещает пучки света, проходящие через зеркала A и B. Поэтому интерференция этих пучков на выходе внутреннего ИМЦ не меняется при смещении зеркала E. Следовательно, свет на выходе этого ИМЦ отсутствует как при неподвижном зеркале E, так и при его осцилляции.

Напротив, при смещении любого из зеркал, A или B, деструктивная интерференция пучков света от этих зеркал на выходе внутреннего ИМЦ происходит не полностью, поскольку в любой точке сечения выходящего пучка амплитуды интерферирующих пучков уже не равны. Более точно, при $\delta \ll 1$ и симметричном профиле пучков эта деструктивная разность является антисимметричной функцией y в первом порядке по δ . В свою очередь, изменение этой антисимметричной функции из-за малых осцилляций зеркала F является величиной 2-го порядка малости и симметричной функцией y . Часть света, попадающего на фотодетектор, которая модулирована с частотой отклонения зеркала F, является результатом интерференции модулированной с этой частотой

доли света от зеркала F и немодулированной доли света от зеркала C. Обе эти составляющие являются симметричными функциями y . Поэтому результат их интерференционного сложения также является симметричным с точностью до 3-го порядка малости по δ . Именно из-за этого фотодетектор QCD его не регистрирует. При произвольном же профиле пучка сигнал от зеркала F не будет регистрироваться с точностью до 2-го порядка малости. Регистрируемый же в этом случае сигнал обусловлен как модулированной частью света от зеркала C, так и результатом интерференции его немодулированной доли со светом, пришедшим от внутреннего ИМЦ и являющимся дифференциалом профиля исходного пучка света. Результат такой интерференции эквивалентен (с точностью до 2-го порядка по δ) исходному немодулированному пучку света от зеркала C, сдвинутому на QCD на величину δ_A и $-\delta_B$ смещения пучков света, прошедших через внутренний ИМЦ.

Столь же физически прозрачной является и интерпретация отсутствия сигналов от всех зеркал при $\varphi_A = \varphi_B \pm \pi$ и блокировке света между зеркалом C и поляризационным расщепителем PBS2. Отсутствие сигнала от зеркала C очевидно, а отсутствие сигналов от зеркал E и F обсуждено выше. Отсутствие же сигналов от зеркал A и B обусловлено тем, что в данном случае амплитудный профиль света является антисимметричной функцией y (с точностью до 2-го порядка малости по δ) не только на выходе внутреннего ИМЦ, но и на детекторе QCD. Фотодетектор же QCD измеряет разность интегральных интенсивностей (2), которая в этом случае обращается в нуль (с точностью до 3-го порядка малости по δ). При произвольном профиле пучка сигнал от зеркал A и B не будет регистрироваться с точностью до 2-го порядка малости.

Следует подчеркнуть одну важную особенность обсуждаемых сигналов. Такие СИ присутствия фотонов в различных местах вложенного ИМЦ целиком и полностью обусловлены интерференцией модулированных и немодулированных частей пучков света, поскольку как модулированные части амплитуды (1), так и регистрируемые сигналы (3), пропорциональны малым отклонениям δ . В общем случае каждая модулированная часть интерферирует со всеми немодулированными частями.

Отмеченная “интерференционная” особенность является неотъемлемой частью любых СИ [2]. Для наглядной иллюстрации указанных интерференционных особенностей удобно и поучительно рассмотреть пучки света симметричного ступенчатого профиля, в которых амплитуда света постоянна

в любой точке сечения пучка. Примечательная особенность такого профиля состоит в том, что для него все приведенные выше результаты являются точными, если только суммарное смещение пучка не превосходит его полуширины. Причина в том, что для такого профиля разница между смещенным и исходным пучком является точно антисимметричной функцией от $(y - \delta/2)$ при произвольном поперечном смещении δ , не превышающим полуширины пучка. На рис. 2–4 представлены амплитудные профили

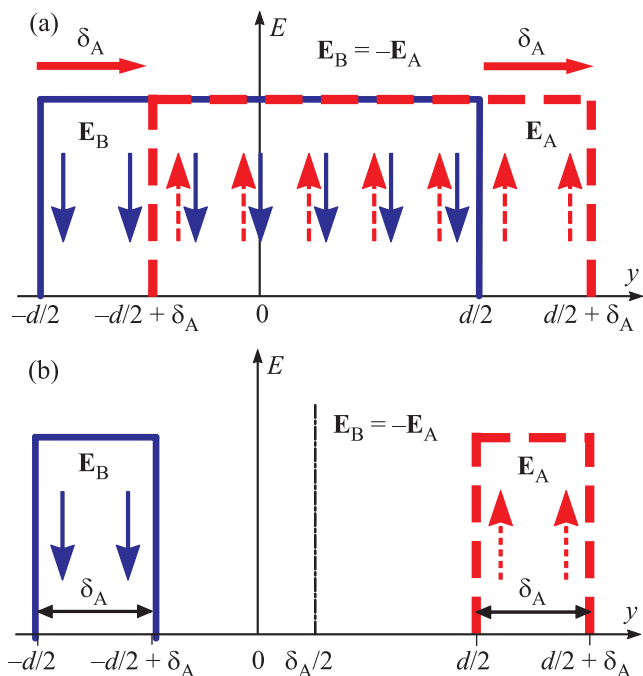


Рис. 2. (Цветной онлайн) Поперечное распределение амплитуды света на выходе вложенного ИМЦ (перед зеркалом F, см. рис.1), настроенного на полную деструктивную интерференцию проходящих через него пучков прямоугольного профиля шириной d . (a) – Взаимное поперечное расположение пучков, прошедших через зеркала В и А (для простоты приведен случай смещения лишь одного пучка на величину δ_A за счет отклонения зеркала А). (b) – Результат их деструктивной интерференции. Вертикальными стрелочками обозначены мгновенные положения векторов электрических полей соответствующих пучков

световых пучков света в различных местах вложенного ИМЦ и на фотодетекторе QCD в условиях полной деструктивной интерференции света на выходе внутреннего ИМЦ (для ясности картины зеркало С полагается покоящимся). Ясно видно (см. рис. 3–4), что ненулевой разностный интегральный сигнал (2) возникает только при интерференции света от внутреннего ИМЦ и немодулированного света

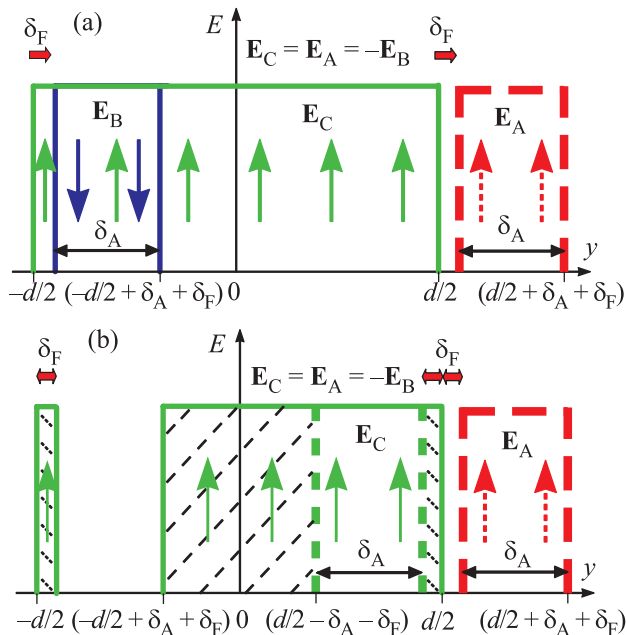


Рис. 3. (Цветной онлайн) Поперечное распределение амплитуды света перед фотодетектором. Для упрощения восприятия направление поляризации полей на этом рисунке (а также на рис. 4) оставлено без изменений (реально оно изменено поляризатором P2). (a) – Взаимное поперечное расположение на фотодетекторе пучков, прошедших через зеркала С и F. Последнее дополнительно смещает пучок на величину δ_F . (b) – Результат их деструктивной интерференции. Заштрихованные симметричные области не дают вклада в сигнал четырехсегментного фотодетектора QCD

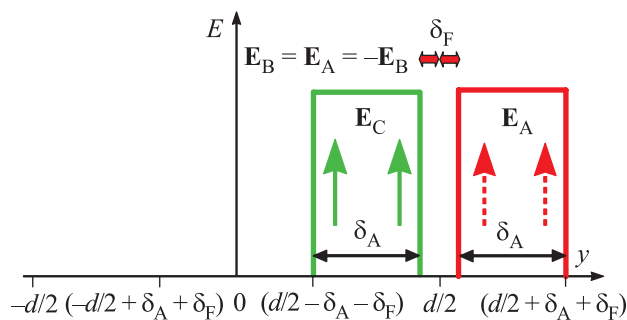


Рис. 4. (Цветной онлайн) Регистрируемая часть распределения амплитуды света на детекторе QCD. Очевидно, что амплитуда зависит только от отклонения зеркала А. Отклонение же зеркала F не влияет на регистрируемый сигнал

от зеркала С. Сигнал от зеркала F не возникает по той же причине, что обсуждена выше для произвольного симметричного профиля пучка и малых смещений δ . Действительно, разница амплитуд на выходе внутреннего ИМЦ и после зеркала F являет-

ся симметричной функцией от $(y - \delta_A/2 - \delta_F/2)$. На детекторе регистрируется результат интерференции этой разницы и симметричной немодулированной компоненты света от зеркала С. Интегральный вклад этой интерференции обращается в нуль при условии, что полное смещение $\delta_A + \delta_F$ не превышает полуширины пучка.

Заключение. Таким образом, мы показали, что парадоксальные результаты эксперимента [8], интерпретированные авторами как *разрывность* возможных траекторий фотонов, имеют простое и ясное объяснение в рамках традиционных устоявшихся представлений волновой и квантовой природы света, основанных на непрерывности всех возможных путей фотонов. Установлено, что необычные сигналы, зарегистрированные в работе [8], целиком и полностью обусловлены возмущением деструктивной интерференции света во внутреннем ИМЦ.

Показано, что отсутствие сигналов от зеркал на входе и выходе внутреннего ИМЦ при его деструктивной настройке обусловлено *не разрывностью траекторий света (фотонов)*, как утверждается в [8], а использованным способом обнаружения пути фотонов (гармоническим отклонением зеркал интерферометра для слабого смещения траекторий света). Модификацией схемы можно обнаружить “следы” фотонов в указанных местах. Например, путь фотонов через зеркало Е можно зарегистрировать, если это зеркало будет не отклонять свет, а модулировать его поляризацию, и в одно из плеч внутреннего ИМЦ поместить двулучепреломляющую пластину и поляризатор.

В итоге, из результатов нашего анализа следует, что для введения новой для физики концепции *разрывности* возможных траекторий фотонов, предложенной авторами обсуждаемой статьи на основе результатов проведенного эксперимента и их интерпретации с точки зрения авторской трактовки формализма вектора двух состояний, нет никакой необходимости.

Автор благодарит В.А. Сорокина за плодотворные обсуждения. Работа выполнена при финансовой

поддержке программы ФНИ государственных академий наук, # гос. рег. 01201372518.

1. Y. Aharonov, D. Z. Albert, and L. Vaidman, Phys. Rev. Lett. **60**, 1351 (1988).
2. I. M. Duck, P. M. Stevenson, and E. C. G. Sudarshan, Phys. Rev. D **40**, 2112 (1989).
3. Y. Aharonov and L. Vaidman, Phys. Rev. A **41**, 11 (1990).
4. Y. Aharonov and D. Rohrlich, *Quantum Paradoxes: Quantum Theory for the Perplexed*, Wiley-VCH, Weinheim (2005).
5. J. Dressel, M. Malik, F. M. Miatto, A. N. Jordan, and R. W. Boyd, Reviews of Modern Physics **86**, 307 (2014).
6. D. C. Struppa and J. M. Tollaksen, *Quantum Theory: a Two-time Success Story: Yakir Aharonov Festschrift*, Springer Science & Business Media (2014).
7. N. W. M. Ritchie, J. G. Story, and R. G. Hulet, Phys. Rev. Lett. **66**, 1107 (1991).
8. A. Danan, D. Farfurnik, S. Bar-Ad, and L. Vaidman, Phys. Rev. Lett. **111**, 240402 (2013).
9. Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс, *Фейнмановские лекции по физике: Квантовая механика*, URSS (2011).
10. L. Vaidman, Phys. Rev. A **87**, 052104 (2013).
11. Y. Aharonov, P. G. Bergmann, and J. L. Lebowitz, Phys. Rev. **134**, B1410 (1964).
12. Z.-H. Li, M. Al-Amri, and M. S. Zubairy, Phys. Rev. A **88**, 046102 (2013).
13. M. Wieśniak, arXiv: quant-ph/1407.1739 (2014).
14. H. Salih, arXiv: quant-ph/2015.03.05 (2014).
15. B. E. Y. Svensson, arXiv: quant-ph/1402.4315 (2014).
16. L.-H. Huang, L.-Y. Hu, X.-X. Xu, C.-J. Liu, O. Guo, H.-L. Zhang, and S.-Y. Zhu, arXiv: quant-ph/1402.4581 (2014).
17. P. L. Saldanha, Phys. Rev. A **89**(3), 033825 (2014).
18. F. Li, F. A. Hashmi, J.-X. Zhang, and S.-Y. Zhu, Chinese Physics Letters **32**(5), 050303 (2015).
19. K. Bartkiewicz, A. Černoč, D. Javůrek, K. Lemr, J. Soubusta, and J. Svozilik, Phys. Rev. A **91**, 012103 (2015).