

Роль фермионного конденсата в структуре высокотемпературного спаривания в купратах

В. А. Ходель^{+*1)}, Дж. У. Кларк^{*†2)}, М. В. Зверев^{+×}

⁺Национальный исследовательский центр “Курчатовский Институт”, 123182 Москва, Россия

^{*}McDonnell Center for the Space Sciences & Department of Physics, Washington University, St. Louis, MO 63130, USA

[†]Centro de Ciências Matemáticas University of Madeira, Funchal, Madeira, Portugal

[×]Московский физико-технический институт, 147000 Долгопрудный, Россия

Поступила в редакцию 30 декабря 2016 г.

Аномальные свойства спаривательной щели в сверхпроводниках, принадлежащих к семейству купратов, объясняются в предположении, что в нормальной фазе их электронные системы обладают фермионным конденсатом, совокупностью бездисперсионных состояний, примыкающих к номинальной поверхности Ферми. Показано, что в купратах именно фермионный конденсат ответственен за спаривание в D -состоянии. При этом эффективное кулоновское отталкивание в куперовском канале, препятствующее существованию сверхпроводимости обычных металлов в S -канале, делает его высокотемпературным в D -канале.

DOI: 10.7868/S0370274X17040129

Данная работа посвящена применению теории фермионной конденсации [1–16] к объяснению парадоксальных свойств электронных спектров купратов, семейства высокотемпературных сверхпроводников, где эта сверхпроводимость была впервые обнаружена в 1986 году [17]. Начнем с того, что сверхпроводящая щель Δ в спектре их одночастичных возбуждений не изотропна, как в обычных сверхпроводниках, подчиняющихся теории Бардина–Купера–Шриффера (БКШ), а имеет D -волновую угловую зависимость. Согласно этой теории, Δ должна исчезать при критической температуре T_c , где прекращается сверхпроводимость. Но, как было установлено в экспериментах по фотопоглощению еще в конце прошлого века, щель в электронном спектре высокотемпературных сверхпроводников продолжает существовать до температуры T^* , значительно превышающей T_c [18–21].

За почти 20 лет, прошедших с тех пор, измерения, ставшие намного точнее, полностью подтвердили первоначальные выводы [22–27]. Более того, недавний прецизионный анализ фотоэмиссионных спектров показал, что на самом деле высокотемпературные сверхпроводники обладают двумя щелями разной природы даже при низких температурах, близких к $T = 0$ [28, 29]. А это фактически исклю-

чает многочисленные сценарии щели выше T_c как предвестника сверхпроводящей щели (см., например, [30]), восходящие к работе Эмери–Кивелсона [31].

В подавляющем большинстве теоретических статей, где дискутируется проблема расстыковки теории БКШ с экспериментом, упускается из виду одно важное обстоятельство: эта расстыковка происходит как раз тогда, когда стандартное ферми-жидкостное описание, используемое в теории БКШ для нормальной фазы, оказывается несостоятельным. А оно терпит неудачу всякий раз, когда корреляции между частицами становятся сильными. Характерный пример: в части экспериментальной фазовой диаграммы купратов, нависающей над сверхпроводящим куполом со стороны обычной ферми-жидкости (см., например, рис. 2 в обзоре [30]) и носящей название странного металла, металлическое сопротивление, будучи намного больше обычного, меняется линейно с температурой в противоположность его квадратичному изменению в нормальной фазе обычных сверхпроводников, свойства которой описываются теорией Ландау.

Сказанное наводит на мысль, что катастрофа теории БКШ в высокотемпературных сверхпроводниках связана, в первую очередь, именно с непригодностью стандартного ферми-жидкостного описания нормальной фазы. В такой ситуации естественно модифицировать теорию БКШ, оставляя неизменным ее теоретический аппарат, но используя более ре-

¹⁾e-mail: vak@wuphys.wustl.edu

²⁾J. W. Clark.

алистическую модель нормального состояния, пригодную для объяснения свойств странных металлов. Теория фермионной конденсации кажется наиболее подходящей для этой цели, поскольку в ней низкотемпературное сопротивление нормальной фазы действительно меняется с температурой линейно [5]. Кроме того, эта теория дает прозрачное объяснение резкому увеличению критической температуры T_c , основанное на гигантском увеличении плотности одночастичных состояний по сравнению со стандартной ферми-жидкостной.

В этой работе мы концентрируем внимание на анализе условий возникновения D -волнового спаривания в купратах – одной из центральных проблем теории высокотемпературной сверхпроводимости. Мы демонстрируем, что в купратах этот тип спаривания реализуется благодаря наличию фермионного конденсата (ФК). Более того, как мы увидим, в противоположность обычным сверхпроводникам, в которых сверхпроводимость связана с притягательным электрон-фононным обменом, в электронных системах купратов именно эффективное кулоновское отталкивание в куперовском канале, препятствующее существованию сверхпроводимости обычных металлов, делает его высокотемпературным.

Теория фермионной конденсации изучает перестройку ландауского состояния системы, которое происходит в точке, где нарушается *необходимое условие* его устойчивости [4]. В противоположность огромному числу проанализированных в физике конденсированного состояния вариантов перестройки, связанных с нарушениями разнообразных *достаточных условий* – условий Померанчука, нарушающих симметрию, в рассматриваемом случае она сохраняется, а сама перестройка является *топологической*.

Суть этой перестройки заключается в возникновении фермионного конденсата – совокупности бездисперсионных одночастичных состояний: отсчитанная от химического потенциала одночастичная энергия $\epsilon(\mathbf{p})$ равна нулю в некоторой области Ω импульсного пространства, примыкающей к номинальной поверхности Ферми. Существенно, что системы с ФК образуют специальный класс топологических сред, обладающий полуцелым топологическим зарядом [2, 7, 10]. Наличие такого топологического инварианта служит надежным аргументом в пользу устойчивости состояния с ФК по отношению к различного рода деформациям исходной модели, например, к учету процессов затухания одночастичных возбуждений.

В противоположность обычным ферми-системам, ФК числа заполнения $n_*(\mathbf{p} \in \Omega)$ меняются непрерывно,

так что системы с ФК обладают остаточной ландауской энтропией $S_0 \propto \eta$, где η – безразмерный параметр, характеризующий отношение плотности ФК к полной плотности системы [1, 11]. Поэтому ФК не “доживает” до нулевой температуры, он разрушается в результате каскада фазовых переходов, таких как куперовское спаривание, спонтанное возникновение волн зарядовой или спиновой плотностей, критические температуры которых $T_c, T_{CDW}, T_{SDW} \propto \eta$ зависят от константы связи линейно, в противоположность теории БКШ, где $T_c^{BCS} \propto \Omega_D e^{-2/g}$ [32]. Таким образом, присутствие других фазовых переходов на фазовой диаграмме высокотемпературной сверхпроводимости (рис. 2 из [30]) есть дополнительный аргумент в пользу участия ФК в этом явлении.

Нужно сразу отметить, что, как известно, D -волновая структура Δ реализуется вблизи линий антиферромагнитных переходов, потому что тогда в эффективном взаимодействии \mathcal{V} в куперовском канале доминирует вклад антиферромагнитных флуктуаций [33]. Но на фазовой диаграмме высокотемпературной сверхпроводимости купратов эта область занимает не так много места, поскольку уже на относительно небольшом расстоянии от линии антиферромагнитного фазового перехода спиновые флуктуации выбывают из игры. Сама же линия антиферромагнитных переходов находится в недоопределенной области фазовой диаграммы и не соприкасается с областью, занятой сверхпроводимостью [30]. Поэтому спиновые флуктуации вряд ли играют заметную роль в рассматриваемой проблеме, так что эффективное e - e взаимодействие \mathcal{V} , входящее в ядро стандартного интегрального уравнения БКШ

$$\Delta(\mathbf{p}) = - \int \mathcal{V}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \frac{\Delta(\mathbf{p}')}{2\sqrt{\epsilon^2(\mathbf{p}') + \Delta^2(\mathbf{p}')}} \frac{d\mathbf{p}'}{(2\pi)^2}, \quad (1)$$

является, как и в стандартной теории БКШ, комбинацией эффективного кулоновского отталкивания и фононного притяжения.

В обычных сверхпроводниках никакой сверхпроводимости не возникает, когда вклад первого превышает вклад второго. При наличии ФК, как мы сейчас увидим, положение меняется драматически. Происходит это из-за того, что в области, занятой ФК, энергия $\epsilon(\mathbf{p}, \Delta)$ обращается тождественно в нуль при $\Delta = 0$. В такой ситуации, как нетрудно видеть, величина интеграла растет параметрически: вместо куперовского логарифма $\ln(1/\Delta)$ мы получаем полюсной вклад $\propto \eta/\Delta$. При $\Delta \neq 0$ функция $\epsilon(\mathbf{p}, \Delta)$ перестает, строго говоря, быть тождественным нулем в области, занятой ФК, но величина ее отклонения от нуля ока-

зывается порядка самой Δ , и результат качественно не меняется [3, 34].

Кристаллическая решетка, в которой движутся электроны в купратах, как правило, квадратная. В модели фермионной конденсации ФК возникает сразу за точкой топологической неустойчивости ландауовского состояния, в которой эффективная масса расходится, после чего скорость Ферми становится отрицательной. Система уравнений, описывающих положение точки бифуркации \mathbf{p}_c в импульсном пространстве имеет, таким образом, вид

$$\epsilon(\mathbf{p}_c, x_c) = 0, \quad v(\mathbf{p}_c, x_c) = |\nabla\epsilon(\mathbf{p}_c, x_c)| = 0. \quad (2)$$

В двумерной решетке таких точек бифуркации четыре, причем нетривиальное решение этих уравнений возникает обычно тогда, когда линия Ферми проходит вблизи седловых точек [35, 6], поскольку в этих точках второе из уравнений (2) удовлетворяется автоматически, хотя, конечно, другие возможности не могут быть заранее исключены. По мере удаления от топологической критической точки внутрь новой фазы, каждая из точек бифуркации превращается в целую область, заполненную ФК. В двумерных однородных системах, где линия Ферми – окружность, в импульсном пространстве возникают четыре эквивалентные области интегрирования, примыкающие к седловым точкам $\mathbf{p}_1 = (0, \pi)$, $\mathbf{p}_2 = (\pi, 0)$, $\mathbf{p}_3 = (0, -\pi)$, $\mathbf{p}_4 = (-\pi, 0)$. Тогда спаривательный интеграл по области, занятой ФК, заменяется некоторой эффективной константой, имеющей, вообще говоря, другую величину и даже другой знак по сравнению с обсуждавшимся выше БКШ спаривательным интегралом, расходящимся всего лишь логарифмически. Действительно, применение теоремы о среднем позволяет свести интегральное уравнение (1) к системе четырех алгебраических:

$$\Delta(\varphi) = -\sum_{k=1}^4 \mathcal{V}_k(\varphi) B_0(\Delta) \Delta_k, \quad (3)$$

где φ – угловая импульсная координата, $\Delta_k = \Delta(\mathbf{p}_k)$, а $\mathcal{V}_k(\varphi) = a\mathcal{V}(p_F, \varphi, \mathbf{p}_k)$ есть усредненное значение взаимодействия \mathcal{V} по той из областей, занятых ФК, которая примыкает к рассматриваемой седловой точке, причем $a \simeq 1$.

Интеграл $B_0(\Delta)$, даваемый выражением

$$B_0(\Delta) = \int_{\Omega_k} \frac{1}{2\sqrt{\epsilon^2(\mathbf{p}) + \Delta^2(\mathbf{p})}} \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2}, \quad (4)$$

будучи фактически независим от k , пропорционален η и обратно пропорционален Δ , так что применяя

снова теорему о среднем, находим $B_0(\Delta) = b\eta/8\Delta$, где b – тоже число порядка единицы.

Система уравнений (3) имеет несколько решений [36]. Рассмотрим сначала главное из них

$$\Delta_k = (-1)^k \Delta, \quad (5)$$

имеющее D -волновую структуру. Подставляя (5) в систему (3), находим, что

$$\Delta(\varphi) = -a\mathcal{V}_D(\varphi) B_0(\Delta) \Delta, \quad (6)$$

где

$$\mathcal{V}_D(\varphi) = \sum_{k=1}^4 (-1)^k \mathcal{V}_k(\varphi). \quad (7)$$

Таким образом, $\Delta(\varphi)$ меняет знак в точке $\varphi = \pi/4$. Смена знака $\Delta(\varphi)$ происходит из-за того, что функция $\mathcal{V}_D(\varphi)$ делает это при замене $\varphi \rightarrow \varphi - \pi/2$. Несложная алгебра, связанная с подстановкой соотношения (7) в уравнение (6), ведет к окончательному результату

$$\Delta \simeq -abV_D\eta/8, \quad (8)$$

где

$$V_D = \mathcal{V}^0 - 2\mathcal{V}^+ + \mathcal{V}^{++}, \quad (9)$$

выражается через матричные элементы

$$\mathcal{V}^0 = \mathcal{V}_{ii}, \quad \mathcal{V}^+ = \mathcal{V}_{i,i+1}, \quad \mathcal{V}^{++} = \mathcal{V}_{i,i+2} \quad (10)$$

с $\mathcal{V}_{ik} = \mathcal{V}(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_k)$.

Оба матричных элемента \mathcal{V}^0 и \mathcal{V}^{++} малы. Для \mathcal{V}^0 это заключение следует из компенсации фононного притяжения и кулоновского отталкивания при малых переданных импульсах [37], а для \mathcal{V}^{++} оно вытекает из подавления их величины при больших переданных импульсах. Таким образом получается оценка $V_D \simeq 2\mathcal{V}^+$. Поскольку роль электрон-фононного обмена быстро убывает с ростом переданного импульса, матричный элемент \mathcal{V}^+ определяется эффективным кулоновским отталкиванием, имеющим положительный знак, что окончательно дает

$$\Delta(x) \simeq 0.25 ab\mathcal{V}^+\eta(x), \quad (11)$$

где x – допинг. Этот результат, в котором сверхпроводящая щель Δ пропорциональна большой величине эффективного кулоновского отталкивания \mathcal{V}^+ , коренным образом отличается от соответствующего экспоненциально малого БКШ-результата, приведенного выше для случая фононного притяжения.

Аналогичные расчеты могут быть проведены и для стандартного S -спаривания. Тогда формула (5) заменяется на $\Delta_k = \Delta$, и после некоторой алгебры

получается выражение, почти идентичное формуле (11), только с другим знаком, исключающим спаривание. Таким образом, присутствие ФК не только увеличивает щель Δ , а, значит, и критическую температуру T_c по сравнению с соответствующими БКШ результатами, но и делает высокотемпературным именно D -, а не S -спаривание.

Предполагая, что спаривательный интеграл теории БКШ с нулевой гармоникой эффективного e - e взаимодействия в канале частица-частица имеет знак, препятствующий образованию куперовского конденсата, мы приходим к заключению, что область высокотемпературной сверхпроводимости на $T - x$ фазовой диаграмме купратов совпадает с областью, где в нормальном состоянии системы существует ФК. Однако линейная зависимость Δ от η непригодна в области $T - x$ фазовой диаграммы, окружающей топологическую квантовую критическую точку, где результат (11) зануляется из-за того, что ФК параметр η обращается в этой точке в нуль. Как мы сейчас увидим, при $x = x_c$ величина сверхпроводящей D -щели остается конечной. Это происходит потому, что импульсный интеграл в уравнении (1) по областям, примыкающим к седловым точкам, расходится степенным образом, т.е. слабее, чем тогда, когда уже существует ФК, но все же сильнее, чем логарифмически.

Чтобы выяснить, какова степень расходимости, воспользуемся феноменологической формулой для электронного спектра купратов в нормальной фазе. Она имеет вид [38]:

$$\epsilon(p, \varphi, x_c) = (p - p_F)(v_\varphi \varphi^2 + v_1(p - p_F) + v_2(p - p_F)^2) \quad (12)$$

с числовыми параметрами v_φ, v_1 и $v_2 > 0$. При написании этой формулы было учтено, что фермижидкостное слагаемое $v_F(p - p_F)$ в ответ не входит из-за обращения в нуль скорости Ферми в топологической критической точке. Подставив обезразмеренный заменами $p - p_F = \Delta^{1/2}y, \varphi = \Delta^{1/4}z$ спектр (12) в спаривательный интеграл, мы сразу находим, что его величина порядка $\Delta^{-1/4}$, так что

$$\Delta(x_c) \propto (\mathcal{V}^+)^4. \quad (13)$$

Измерения щели весьма трудоемки, поэтому гораздо легче проверять теоретические предсказания для критической температуры T_c , при которой появляется (исчезает) сверхпроводимость. Эта температура рассчитывается на основе критерия Таулесса [39], связанного с решением линейного интегрального уравнения, которое мы выпишем, предполагая сразу, что основной вклад в спаривательный инте-

грал дает область, занятая ФК. В таком случае уравнение Таулесса имеет вид

$$\Delta(\mathbf{p}, T_c^-) = - \int \mathcal{V}(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) L_*(\mathbf{p}_1, T_c) \Delta(\mathbf{p}_1, T_c^-) \frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi)^2}, \quad (14)$$

где

$$L_*(\mathbf{p}, T) = \frac{\tanh(\epsilon_*(\mathbf{p}, T)/2T)}{2\epsilon_*(\mathbf{p}, T)}. \quad (15)$$

При этом надо учесть, что дисперсия ФК спектра становится линейной по температуре [3]:

$$\epsilon_*(\mathbf{p}; T) = T \ln[(1 - n_*(\mathbf{p}))/n_*(\mathbf{p})]. \quad (16)$$

Конкретные расчеты, которые проводятся в рамках стандартной схемы БКШ, дают результаты, аналогичные тем, которые получаются при вычислении щели: $T_c(x) \propto \mathcal{V}^+ \eta(x)$, $T_c(x_c) \propto (\mathcal{V}^+)^4$. Чтобы выяснить поведение критической температуры T_c как функции допинга x , которую можно уже сравнить с экспериментом, нужно рассчитать зависимость плотности ФК от допинга. Здесь мы рассмотрим эту задачу только в области допинга, где разность $x_c - x$ мала, так что он не достигает оптимального значения, при котором температура T_c имеет максимум. Это связано с тем, что наличие максимума в функции $T_c(x)$, наблюдаемого экспериментально, является проблемой, решение которой требует привлечения дополнительных идей, выходящих за рамки данной статьи.

Начнем с простейшей модели желе, где электронная жидкость является однородной. В этой модели плотность ФК $\eta(x)$ меняется с допингом по закону $\eta(x) \propto |x - x_c|^{1/2}$ [38]. Теперь нужно учесть тот факт, что хотя линия Ферми в купратах и является, как правило, квазиокружностью, скорость Ферми v_F зависит от угла φ . Такая зависимость может быть учтена с помощью феноменологической формулы (12). В ней появляется критический угол φ_c , при котором второе из бифуркационных уравнений (2) перестает иметь решение, и, следовательно, при углах, больших φ_c , ФК не существует. Анализ показывает, что площадь η , занятая ФК, оказывается тогда пропорциональной $|x - x_c|$. Полученные теоретические результаты

$$T_c(x) \propto \mathcal{V}^+(x_c - x), \quad T_c(x_c) \propto (\mathcal{V}^+)^4 \quad (17)$$

проиллюстрированы на рис. 1. Они согласуются с имеющимися экспериментальными данными [23].

Обсудим теперь еще одну важную особенность фазовой диаграммы высокотемпературных сверхпроводников, упоминавшуюся выше – наличие на ней

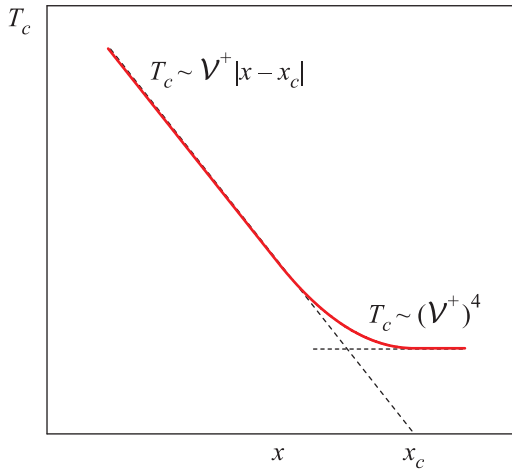


Рис. 1. (Цветной онлайн) Зависимость критической температуры T_c от допинга x . Около топологической критической точки $T_c(x \simeq x_c) \propto (V^+)^4$, а вдали от x_c критическая температура пропорциональна $|x - x_c|$. Это поведение качественно согласуется с экспериментальными данными для $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$, показанными на рис. 8 [22]

областей, в которых нарушается однородность системы благодаря спонтанному появлению волн спиновой или зарядовой плотностей. Ограничимся анализом последней возможности. В пренебрежении несущественным вкладом от областей в импульсном пространстве, где ФК нет, уравнение для температуры фазового перехода T_{CDW} с образованием волны зарядовой плотности в нормальной фазе, т.е. при $T_{CDW} > T_c$, имеет вид [32]:

$$\mathcal{T}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \int_{\Omega} f(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, \mathbf{q}) A(\mathbf{p}_1, \mathbf{q}; T_{CDW}) \mathcal{T}(\mathbf{p}_1, \mathbf{q}) \frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi)^2}, \quad (18)$$

где $\mathcal{T}(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ – вершинная функция, а $f(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, \mathbf{q})$ – ландауская амплитуда отталкивательного кулоновского взаимодействия в частично-дырочном канале. Ферми-конденсатный частично-дырочный пропагатор

$$A(\mathbf{p}, \mathbf{q}; T) = \frac{n_*(\mathbf{p}) - n_*(\mathbf{p} + \mathbf{q})}{\epsilon_*(\mathbf{p}; T) - \epsilon_*(\mathbf{p} + \mathbf{q}; T)} \quad (19)$$

при $T > 0$ выражается через независящие от температуры числа заполнения $n_*(\mathbf{p})$ квазичастиц ФК и линейные по температуре квазичастичные энергии $\epsilon_*(\mathbf{p}; T) = T \ln[(1 - n_*(\mathbf{p}))/n_*(\mathbf{p})]$ [3].

Приступая к анализу уравнения (18), отметим, что в системах без ФК у соответствующего уравнения интересующих нас решений нет. В системах с ФК представим интеграл в правой части уравнения (18), аналогично тому, как это делалось для урав-

нения (1), в виде суммы по всем четырем областям, занятым ФК:

$$\mathcal{T}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \sum_{k=1}^4 f_k(\mathbf{p}, \mathbf{q}) A_0(\mathbf{q}; T_{CDW}) \mathcal{T}_k(\mathbf{q}), \quad (20)$$

где $\mathcal{T}_k(\mathbf{q}) = \mathcal{T}(\mathbf{p}_k, \mathbf{q})$, а $f_k(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \simeq f_k(\mathbf{p}, \mathbf{p}_k, \mathbf{q})$ есть усредненное значение взаимодействия по той из областей, занятых ФК, которая примыкает к рассматриваемой седловой точке. Интеграл $A_0(\mathbf{q})$, даваемый выражением

$$A_0(\mathbf{q}; T) = \frac{1}{T} \int_{\Omega_k} \frac{n_*(\mathbf{p}_1) - n_*(\mathbf{p}_1 + \mathbf{q})}{\ln \frac{1 - n_*(\mathbf{p}_1)}{n_*(\mathbf{p}_1)} - \ln \frac{1 - n_*(\mathbf{p}_1 + \mathbf{q})}{n_*(\mathbf{p}_1 + \mathbf{q})}} \frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi)^2}, \quad (21)$$

фактически не зависит от k . При малых переданных импульсах q он пропорционален η и обратно пропорционален T_{CDW} . Когда величина q превышает характерный размер области, занятой ФК, амплитуда $A_0(\mathbf{q})$ быстро убывает. Система (20), аналогично рассмотренной выше системе (6) для щели, имеет несколько разных решений. Для иллюстрации рассмотрим только одно из них,

$$\mathcal{T}_k(\mathbf{q}) = (-1)^k \mathcal{T}(\mathbf{q}), \quad (22)$$

аналог D -волны зарядовой плотности [40]. Опуская дальнейшие выкладки, эквивалентные тем, которые были выполнены выше при нахождении Δ , приведем окончательный результат для температуры перехода

$$T_{CDW} \propto -F_D \eta, \quad (23)$$

где

$$F_D = F^0 - 2F^+ + F^{++} \quad (24)$$

выражается через матричные элементы

$$F^0 = f_{ii}, \quad F^+ = f_{i,i+1}, \quad F^{++} = f_{i,i+2}, \quad (25)$$

с $f_{ik} = f(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_k)$. Отметим, что решение (22) существует только тогда, когда параметр F_D отрицателен.

Стоит обратить внимание на тот факт, что существует еще одно, популярное у исследователей семейство высокотемпературных сверхпроводников – пниктиды, у которых структура щели другая, чем у купратов. Объяснение этому факту в рамках теории фермионной конденсации следует искать в другой, чем у купратов, топологии ферми поверхности, где в дело входят и дырочные, и электронные карманы одновременно [41].

В заключение: мы разработали теорию спаривания в электронных системах купратов, предполагая,

что их нормальные состояния содержат фермионный конденсат. Мы показали, что его присутствие в окрестности седловых точек ведет к возникновению D -волновой спаривательной щели, обязанной не фононному притяжению, а кулоновскому отталкиванию, причем критическая температура T_c оказывается пропорциональной его эффективной константе, что служит визитной карточкой фермионной конденсации. Мы построили зависимость критической температуры T_c от допинга, которая согласуется с имеющимися экспериментальными данными и кроме того показали, что на фазовой $T-x$ диаграмме сверхпроводящая фаза соседствует с неоднородными фазами, содержащими конденсаты волн зарядовой и спиновой плотностей.

Авторы благодарны Г. Воловику, М. Кацнельсону, С. Кравченко, А. Mackenzie, Д. Маслову, В. Ramshaw и В. Шагиняну за чрезвычайно полезное обсуждение. Работа частично поддержана грантами РФФИ # 14-02-00107-а и 15-02-06261. ВАК благодарит за поддержку МакДоннелловский Центр космических наук, а J.W. Clark признателен Центру математических наук Университета Мадейры за гостеприимство.

1. V. A. Khodel and V. R. Shaginyan, JETP Lett. **51**, 553 (1990).
2. G. E. Volovik, JETP Lett. **53**, 222 (1991).
3. P. Nozières, J. Phys. I France **2**, 443 (1992).
4. V. A. Khodel, V. V. Khodel, and V. R. Shaginyan, Phys. Rep. **249**, 1 (1994).
5. В. А. Ходель, В. Р. Шагинян, П. Шук, Письма в ЖЭТФ **63**, 719 (1996).
6. V. Yu. Irkhin, A. A. Katanin, and M. I. Katsnelson, Phys. Rev. Lett. **89**, 076401 (2002).
7. G. E. Volovik, Springer Lecture Notes in Physics **718**, 31 (2007).
8. V. A. Khodel, J. W. Clark, Haochen Li, and M. V. Zverev, Phys. Rev. Lett. **98**, 216404 (2007).
9. V. A. Khodel, J. W. Clark, and M. V. Zverev, Phys. Rev. B **78**, 075120 (2008).
10. T. T. Heikkilä, N. B. Kopnin, and G. E. Volovik, JETP Lett. **94**, 233 (2011).
11. J. W. Clark, M. V. Zverev, and V. A. Khodel, Ann. Phys. **327**, 3063 (2012).
12. V. R. Shaginyan, A. Z. Msezane, K. G. Popov, J. W. Clark, M. V. Zverev, and V. A. Khodel, Phys. Rev. B **86**, 085147 (2012).
13. D. Yudin, D. Harshmeier, H. Hafermann, O. Ericsson, A. I. Lichtenstein, and M. I. Katsnelson, Phys. Rev. Lett. **112**, 070403 (2014).
14. M. Ya. Amusia, K. G. Popov, V. R. Shaginyan, and V. A. Stephanovich, *Theory of Heavy-Fermion Compounds*, Springer Series in Solid-State Sciences **182**, Springer, Berlin (2014).
15. V. A. Khodel, JETP Lett. **103**, 795 (2016); arXiv 1604.0426.
16. Г. Е. Воловик, Физика низких температур **43**, 57 (2017).
17. J. G. Bednorz and K. A. Müller, Z. Phys. B **64**, 189 (1986).
18. D. S. Marshall, D. S. Dessau, A. G. Loeser, C.-H. Park, A. Y. Matsuura, J. N. Eckstein, I. Bozovic, P. Fournier, A. Kapitulnik, W. E. Spicer, and Z.-X. Shen, Phys. Rev. Lett. **76**, 4841 (1996).
19. A. G. Loeser, Z. Shen, D. S. Dessau, D. S. Marshall, C. H. Park, P. Fournier, and A. Kapitulnik, Science **273**, 325 (1996).
20. H. Ding, T. Yokoya, J. C. Campuzano, T. Takahashi, M. Randeria, M. R. Norman, T. Mochiku, K. Kadowaki, and J. Giapintzakis, Nature **382**, 51 (1996).
21. A. Ino, T. Mizokawa, K. Kobayashi, A. Fujimori, T. Sasagawa, T. Kimura, K. Kishio, K. Tamasaku, H. Eisaki, and S. Uchida, Phys. Rev. Lett. **81**, 2124 (1998).
22. A. Ino, C. Kim, M. Nakamura, T. Yoshida, T. Mikoza, A. Fujimori, Z.-X. Shen, T. Kakeshita, H. Eisaki, and S. Uchida, Phys. Rev. B **65**, 094504 (2002).
23. T. Yoshida, X. Y. Zhou, K. Tanaka, W. L. Jang, Z. Hussain, Z.-X. Shen, A. Fujimori, S. Sahrakorpi, M. Lindroos, R. S. Markiewicz, A. Bansil, S. Komiyama, Y. Ando, H. Eisaki, T. Kakeshita, and S. Uchida, Phys. Rev. B **74**, 224510 (2006).
24. M. Hashimoto, T. Yoshida, K. Tanaka, A. Fujimori, M. Okusawa, S. Wakimoto, K. Yamada, T. Kakeshita, H. Eisaki, and S. Uchida, Phys. Rev. B **75**, 140503(R) (2007).
25. A. Kanigel, U. Chatterjee, M. Randeria, M. R. Norman, G. Koren, K. Kadowaki, and J. C. Campuzano, Phys. Rev. Lett. **99**, 157001 (2007).
26. T. Yoshida, X. Y. Zhou, D. H. Lu, S. Komiyama, Y. Ando, H. Eisaki, T. Kakeshita, S. Uchida, Z. Hussain, Z.-X. Shen, and A. Fujimori, J. Phys.: Cond. Mat. **19**, 125209 (2007).
27. S. Hüfner, M. A. Hossain, A. Damascelli, and G. A. Sawatzky, Rep. Prog. Phys. **71**, 062501 (2008).
28. M. Hashimoto, I. M. Vishik, R.-H. He, T. Devereaux, and Z.-X. Shen, Nat. Phys. **10**, 483 (2014).
29. A. Kaminski, T. Kondo, T. Takeuchi, and G. Gu, Phil. Mag. **95**, 453 (2015).
30. B. Keimer, S. A. Kivelson, M. R. Norman, S. Uchida, and J. Zaanen, Nature **518**, 179 (2015).
31. V. J. Emery and S. A. Kivelson, Nature **374**, 434 (1995).
32. V. A. Khodel and M. V. Zverev, JETP Lett. **85**, 404 (2007).
33. H. Kontani, *Transport Phenomena in Strongly Correlated Fermi Liquids*, Springer-Verlag, Berlin (2013).

34. V. R. Shaginyan, A. Z. Msezane, V. A. Stephanovich, and E. V. Kirichenko, *Europhys. Lett.* **76**, 898 (2006).
35. M. V. Zverev, V. A. Khodel, and J. W. Clark, *JETP Lett.* **74**, 46 (2001).
36. V. A. Khodel, J. W. Clark, V. R. Shaginyan, and M. V. Zverev, arXiv 1505.01966.
37. A. S. Alexandrov, *Phys. Rev. B* **77**, 094502 (2008).
38. V. A. Khodel, J. W. Clark, and M. V. Zverev, *JETP Lett.* **90**, 628 (2009); **94**, 73 (2011).
39. D. J. Thouless, *Ann. Phys. (N.Y.)* **10**, 553 (1960).
40. S. Chakravarty, *Phys. Rev. B* **66**, 224505 (2002).
41. R. M. Fernandes and A. V. Chubukov, *Rep. Prog. Phys.* **80**, 014503 (2007).