Письма в ЖЭТФ, том 105, вып. 7, с. 444 – 448 © 2017 г. 10 апреля

Фазовые состояния магнетика со спином $S = 2$ и изотропным обменным взаимодействием

О. А. Космачев[+], *Ю. А. Фридман*[+], *Б. А. Иванов*[*1)]

[+]*Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского, 295007 Симферополь, Россия*

[*]*Институт магнетизма НАН Украины, 03142 Киев, Украина*

Поступила в редакцию 24 января 2017 г.

После переработки 9 марта 2017 г.

Построена фазовая диаграмма магнетика со спином $S = 2$ при учете всех допустимых спиновых инвариантов для изотропного обменного взаимодействия и произвольном соотношении обменных констант. Найдены новые фазы с двухподрешеточной структурой и двухосной симметрией на узле.

DOI: 10.7868/S0370274X17070074

1. Интерес к изучению новых фазовых состояний спиновых систем магнетиков растет в течение последних трех десятков лет [1–7]. Для изотропных магнетиков со спином $S > 1/2$ возможна реализация не только фаз с магнитным порядком, т.е. с отличным от нуля средним значением спина на узле $\langle \mathbf{S} \rangle$, но также и фаз с $\langle \mathbf{S} \rangle = 0$, в которых спонтанное нарушение вращательной симметрии обусловлено средними значениями спиновых мультиполей. Вначале такое состояние, названное спиновым нематиком, было найдено для магнетиков со спином $S = 1$ [1–3]. Геометрическим образом этой фазы является квадрупольный эллипсоид, представляющий тензор $S_{ij} = \langle S_i S_j + S_j S_i \rangle /2$, который в основном состоянии является эллипсоидом вращения, и симметрия состояния на узле есть C_∞. Для этой системы найдена также ортогональная нематическая фаза с перпендикулярными главными осями квадрупольных эллипсоидов [5]. Для высших спинов $S > 1$ нематические фазы демонстрируют качественно новые свойства. Для спина $S = 3/2$ найдены фазы с $\langle \mathbf{S} \rangle = 0$, для которых симметрия относительно отражения времени нарушена за счет трехспиновых средних (планарного вектора псевдоспина $\boldsymbol{\sigma}$) [3, 6] и антинематической фаз с антипараллельными $\boldsymbol{\sigma}$ в подрешетках [6]. Исследованы два различных типа нематических состояний системы со спином $S = 2$ [7] и дробные вихри в этих фазах [8].

Нематические состояния возникают для моделей, учитывающих все высшие обменные инварианты вида $(\mathbf{S}_1\mathbf{S}_2)^n$ с $n \le 2S$. Во многих магнетиках вклад высших обменов мал по сравнению с гейзенберговским, однако нематические фазы спиновых систем с $S \ge 1$ важны для исследования состояний ультрахолодных газов атомов в оптических ловушках [9], для которых значения высших обменных интегралов не малы [7, 10]. Экспериментально реализованы конденсаты атомов ^{87}Rb и ^{23}Na со спином $S = 2$ [11].

Данная работа посвящена изучению фазовых состояний и их устойчивости для модели изотропного магнетика со спином $S = 2$ со взаимодействием ближайших соседей при низких температурах и в приближении среднего поля. Найдены новые фазы с двухподрешеточной структурой и построена фазовая диаграмма при произвольном соотношении параметров гамильтониана.

2. Гамильтониан изотропного магнетика со спином $S = 2$ с учетом полного набора спиновых инвариантов имеет вид

$$\widehat{H} = -\frac{1}{2}\sum_{\mathbf{n},\mathbf{n}'}[J(\mathbf{S_n}\mathbf{S_{n'}}) + K(\mathbf{S_n}\mathbf{S_{n'}})^2 + \\ + D(\mathbf{S_n}\mathbf{S_{n'}})^3 + F(\mathbf{S_n}\mathbf{S_{n'}})^4], \qquad (1)$$

где суммирование производится по всем парам ближайших соседей на решетке, допускающей разбиение на две подрешетки с векторами трансляций $\mathbf{n}$ и $\mathbf{n}'$, J, K, D и F – обменные интегралы.

Вектор состояния системы можно представить в виде прямого произведения векторов состояний оператора спина $\mathbf{S_n}$ с $S = 2$ на каждом узле $\mathbf{n}$. Вектор состояния на данном узле можно записать в виде суперпозиции пяти векторов $|m\rangle$ с заданной проекцией спина m на ось квантования (ось z), $m = \pm 2, \pm 1, 0$, $|\psi\rangle = \sum_m C_m |m\rangle$, где C_m принадлежат комплексному проективному пространству CP^4. При низких температурах (фактически, $T \to 0$) в приближении

1) e-mail: bor.a.ivanov@gmail.com

молекулярного поля энергия системы совпадает со средним значением гамильтониана по вектору состояния, $W[C_{m,\mathbf{n}}] = \langle \widehat{H} \rangle$.

Для простейших одноподрешеточных фаз состояния спинов на каждом узле одинаковые, и энергия $W = W(C_m)$ зависит от восьми вещественных параметров. Используя изотропию системы, число независимых параметров можно уменьшить. Будем считать, что среднее значение спина, если оно не нулевое, параллельно оси z. Тогда $\langle S_x \rangle = \langle S_y \rangle = 0$ и можно записывать только суперпозиции $|m\rangle$ со значениями m, отличающимися не менее чем на 2, и тензор S_{ij} можно выбрать диагональным. С учетом этих условий можно ограничиться двумя формами пробного вектора состояния на узле, $|\psi_1\rangle$ или $|\psi_2\rangle$:

$$|\psi_1\rangle = \cos\theta\,|2\rangle + \sin\theta\,|-1\rangle\,, \tag{2}$$

$$|\psi_2\rangle = \cos\beta\,(\cos\varphi\,|2\rangle + \sin\varphi\,|-2\rangle) + \sin\beta\,|0\rangle\,. \tag{3}$$

Далее легко записать свободную энергию системы при нулевой температуре для каждой из функций $|\psi_{1,2}\rangle$ через параметры θ или φ, β соответственно. Вопрос об устойчивости найденных фаз будет рассмотрен далее.

Начнем с вектора $|\psi_1\rangle$, для которого энергия (на один спин) определяется выражением

$$W_1 = -\frac{1}{4}\left(\tilde{J} + 3\tilde{K}\right)\left(1 - 3\cos^2\theta\right)^2, \tag{4}$$

где введены обозначения $\tilde{J} = 2J - K + 41D - 79F$, $\tilde{K} = K - 5D + 43F$.

Легко видеть, что при $\tilde{J} + 3\tilde{K} > 0$ минимуму отвечает ферромагнитное (ФМ) состояние, в котором $\theta = 0$ и $|\psi\rangle = |\psi_{\mathrm{FM}}\rangle = |2\rangle$, т.е. среднее значение спина на узле максимально, $\langle S_z \rangle = 2$. Второе состояние в рамках (2) возникает при $\tilde{J} + 3\tilde{K} < 0$, ему отвечает $\cos\theta = 1/\sqrt{3}$ и вектор состояния

$$|\psi\rangle = |\psi_{\mathrm{TN}}\rangle = (|2\rangle + \sqrt{2}|-1\rangle)/\sqrt{3}. \tag{5}$$

Такое состояние было найдено в модели Бозе–Газа атомов со спином $S = 2$ и контактным взаимодействием [7], с использованием представления Майораны (состояние спина S определяется $2S$ точками на единичной сфере, см. [12]). Для состояния (5) эти четыре точки совпадают с вершинами тетраэдра [7], и его уместно назвать тетраэдрическим нематиком (ТН), для которого $\langle \mathbf{S} \rangle = 0$, а квадрупольный эллипсоид вырожден в сферу, $\langle S_x^2 \rangle = \langle S_y^2 \rangle = \langle S_z^2 \rangle = 2$. Спонтанное нарушение симметрии определяется средними, кубическими по компонентам оператора спина, которые не инвариантны относительно инверсии времени $t \to -t$. Для конкретной формы (5) отличны от нуля только величины $\langle (S^+)^3 + (S^-)^3 \rangle = 8\sqrt{2}$ и $\langle S_z^3 \rangle = 2$. Для наглядного представления их геометрических свойств заметим, что выражение $\langle (S_x \cos\chi + S_y \sin\chi)^3 \rangle = \sqrt{2}\cos 3\chi$ и инвариантно относительно поворотов вокруг оси z на угол $2\pi/3$. Это указывает на существование оси третьего порядка C_3, совпадающей с осью z. Такие же свойства имеют место для трех направлений в пространстве, составляющих с осью z угол, равный $2\arctan\sqrt{2} \simeq 109.5°$, и с полярными углами $\pi/3$, π, $5\pi/3$. Ось z и эти три оси ориентированы как оси C_3 тетраэдра с одной из вершин при положительном значении z.

Для второй пробной функции $|\psi_2\rangle$ из набора (2), (3) энергия определяется формулой

$$W_2 = \frac{3}{2}\tilde{K}\,(1 - \sin 2\varphi)\sin^2 2\beta - \tilde{J}\cos^2 2\varphi\cos^4\beta - 3\tilde{K}. \tag{6}$$

Минимизация (6), помимо ФМ- и ТН-состояний (когда $\varphi = 0$, $\beta = 0$ и $\varphi = -\pi/4$, $\beta = \pi/4$), дает при $\varphi = \pi/4$ новое спиновое нематическое (СН) состояние с нулевым спином $\langle \mathbf{S} \rangle = 0$, для которого

$$|\psi_{\mathrm{SN}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\cos\beta\,(|2\rangle + |-2\rangle) + \sin\beta\,|0\rangle\,, \tag{7}$$

и энергия (6) не зависит от β. Геометрическим образом СН-состояния в спиновом пространстве при $\beta \neq 0, \pi/2$ является двухосный эллипсоид

$$\langle S_z^2 \rangle = 4\cos^2\beta,\ \langle S_{x,y}^2 \rangle = (\sqrt{3}\sin\beta \pm \cos\beta)^2. \tag{8}$$

Напомним, что квадрупольные эллипсоиды для нематических состояний магнетиков с $S = 1$ и $S = 3/2$ чисто одноосные (симметрия C_∞), что в случае (8) имеет место только при $\beta = 0$, $\pi/2$. Полная симметрия C_∞ присутствует только при $\beta = \pi/2$, когда $\langle S_z^2 \rangle = 0$, $\langle S_x^2 \rangle = \langle S_y^2 \rangle = 3$ и эллипсоид вырождается в плоский диск. При $\beta = 0$ квадрупольный эллипсоид также одноосный, $\langle S_z^2 \rangle = 4$, $\langle S_x^2 \rangle = \langle S_y^2 \rangle = 1$, но симметрия состояния понижена за счет средних четвертого порядка, $2\langle (S_x \cos\chi + S_y \sin\chi)^4 \rangle = 3\cos 4\chi + 5$, т.е. одноузельное состояние при $\beta = 0$ характеризуется осью симметрии C_4 [7]. В работе [13] показано, что учет тепловых флуктуаций приводит к выбору только одного из двух значений, $\beta = 0$ или $\beta = \pi/2$ (далее будет показано, что возможно также состояние с $\beta = \pi/4$).

Состояния магнетика в модели (1) могут включать фазы с различными состояниями спинов в двух подрешетках. Очевидно наличие антиферромагнитного (АФМ) состояния. Унитарное преобразование $U(\varphi) = \prod_{n'} \exp(\mathrm{i}\pi S_{\mathbf{n}',\,x})$, т.е. поворот спинов второй подрешетки на угол $\varphi = \pi$ вокруг оси x, сводит задачу к исследованию однородного состояния для гамильтониана типа (1). Как и у магнетиков с $S = 1,\ 3/2$, АФМ-состояние характеризуется насыщенными значениями спинов $|\mathbf{S}_{\mathbf{n},\mathbf{n}'}| = 2$ и антипараллельной ориентацией спинов подрешеток.

Для анализа устойчивости описанных выше фаз относительно произвольных малых возмущений найдем спектр всех ветвей элементарных возбуждений (магнонов) $\varepsilon_\alpha(\mathbf{k})$. Для магнетика со спином $S = 2$ таких ветвей четыре, $\alpha = 1{-}4$ определяет номер моды, $\mathbf{k}$ – волновой вектор, принадлежащий зоне Бриллюэна. Наличие нестабильностей при немалых $\mathbf{k}$ не только указывает на переходы в многоподрешеточные фазы, но и позволяет понять их подрешеточную структуру. Спектры магнонов были получены методом функций Грина для операторов Хаббарда [14, 15]. Анализ проводится практически так же, как и для магнетика со спином $S = 3/2$ [16], поэтому детали расчета не обсуждаются. Представление результатов через значения четырех обменных констант оказывается более наглядным, если ввести следующие комбинации переменных $\lambda_1 = 2J - K + 41D - 70F$, $\lambda_2 = 3\,(D - 5F)$, $\lambda_3 = K - 2D + 28F$, $\lambda_4 = 9F$, а также использовать вещественное проективное пространство

$$x = \lambda_1/\lambda_4, \quad y = \lambda_2/\lambda_4, \quad z = \lambda_3/\lambda_4, \tag{9}$$

и рассмотреть его сечения при фиксированном z.

Вид спектров наиболее простой для ТН-фазы, так как для нее три ветви вырождены и при $\mathbf{k} \to 0$ имеют линейный закон дисперсии, что находится в соответствии с общим результатом о числе безактивационных ветвей магнонов [17] при наличии высокой (тетраэдрической) симметрии состояния на узле. Указанным трем ветвям соответствуют развороты осей тетраэдров и связанные с ними колебания среднего спина. Нестабильность, связанная с этими ветвями, определяет переходы в состояния с ненулевым значением спина. Такая неустойчивость имеет место при $x - 3y + 3z > 1$ или $x + 3y + 3z < -1$, относительно возмущений с малыми $\mathbf{k} \to 0$ или с $\mathbf{k} \to \mathbf{k}_\mathrm{B}$ соответственно, где $\mathbf{k}_\mathrm{B}$ отвечает краю зоны Бриллюэна. Четвертая ветвь (активационная) определяется колебаниями мультипольных моментов при $\langle \mathbf{S}(t) \rangle = 0$. При выполнении условий $y < z$ или $y < -z$ для возмущений с $\mathbf{k} \to 0$ или с $\mathbf{k} \to \mathbf{k}_\mathrm{B}$ она описывает нестабильность относительно перехода в другие нематические состояния.

В ФМ-фазе одна из четырех ветвей возбуждения является бесщелевой и соответствует прецессии спина. Устойчивость ФМ-фазы определяют активационные ветви, ФМ-фаза теряет устойчивость относительно длинноволновых возмущений ($\mathbf{k} \to 0$) при $x - 3y + 3z < 1$ и при $x < 1$. Таким образом, области устойчивости ТН- и ФМ-фаз могут соприкасаться при $x - 3y + 3z = 1$ и $x = 1$. При $x + 3y + 9z < 1$ имеет место неустойчивость относительно возмущений с $\mathbf{k} \to \mathbf{k}_\mathrm{B}$, что указывает на переход в двухподрешеточную фазу.

Для АФМ-фазы состояния спинов в различных подрешетках энергетически эквивалентны, и магноны естественно рассматривать в схеме расширенных зон. Для всех четырех ветвей спектра энергии имеют форму $\epsilon_\alpha^2(\mathbf{k}) = A_\alpha^2 - B_\alpha^2 C^2(\mathbf{k})$, где $ZC(\mathbf{k}) = \sum_\mathbf{b} \exp(i\mathbf{b}\cdot\mathbf{k})$, $\mathbf{b}$ – набор Z-векторов ближайших соседей, $C(\mathbf{k}) \to 1$ при $\mathbf{k} \to 0$ и $C(\mathbf{k}) \to -1$ при $\mathbf{k} \to \mathbf{k}_\mathrm{B}$. Одна из этих ветвей является голдстоуновской, для нее $A_\mathrm{G} = B_\mathrm{G} = 2(5K + 179F - J - 34D)$ и $\epsilon_\mathrm{G} \to c|\mathbf{k}|$ при $\mathbf{k} \to 0$. Величина $c \propto A_\mathrm{G}$, что свидетельствует о неустойчивости АФМ-фазы при $x + 3y - 9z > -1$. Анализ показал также наличие нестабильностей АФМ-фазы при $x - 3y - 3z > -1$ и $x > -1$.

Таким образом, картина переходов сложнее, чем для магнетика со спином $S = 3/2$, где области стабильности фаз определялись знаками только двух комбинаций параметров, Λ_1 и Λ_2, см. [6]. Сложность анализа усугубляется еще и тем, что вид спектров магнонов фазы СН зависит от параметра β (см. далее). Однако картина фазовых состояний выглядит наиболее просто для $z = 0$ и полезно начать с анализа этого случая.

При $z = 0$ нематическая фаза не реализуется (точнее, условия ее устойчивости при любом β выполняются только на отрезке линии $z = 0$, $y = 0$, $-1 < x < 1$). Как ферромагнитная, так и антиферромагнитная фазы теряют устойчивость на линиях $x \pm 3y = 1$ и $x \pm 3y = -1$, а ТН-фаза устойчива при $3y + x + 1 > 0$, $3y - x + 1 > 0$ и $y > 0$ (рис. 1). Области устойчивости этих трех фаз на плоскости x, y ограничены снизу линиями, на которых присутствует нестабильность относительно возмущений с $\mathbf{k} \to \mathbf{k}_\mathrm{B}$, т.е. в остальной части плоскости должна реализоваться некоторая двухподрешеточная фаза. Анализ показал, что эта двухподрешеточная фаза имеет тетраэдрическую симметрию ($\langle \mathbf{S} \rangle = 0$ и $S_{ij} = 2\delta_{ij}$) в каждом узле, и состояния $|\psi_\mathbf{n}\rangle$ и $|\psi_{\mathbf{n}'}\rangle$ в каждой из подрешеток имеют вид ортогональных векторов

$$\sqrt{3}|\psi_\mathbf{n}\rangle = |2\rangle + \sqrt{2}|-1\rangle,\ \sqrt{3}|\psi_{\mathbf{n}'}\rangle = |-2\rangle - \sqrt{2}|1\rangle. \tag{10}$$

Нетривиальные средние компонент спинов для первой и второй подрешеток отличаются знаками, $\langle (S_1^z)^3 \rangle = 2$ и $\langle (S_2^z)^3 \rangle = -2$,

$$\langle (S_{1,2}^x \cos\chi + S_{1,2}^y \sin\chi)^3 \rangle = \pm\sqrt{2}\cos 3\chi,$$

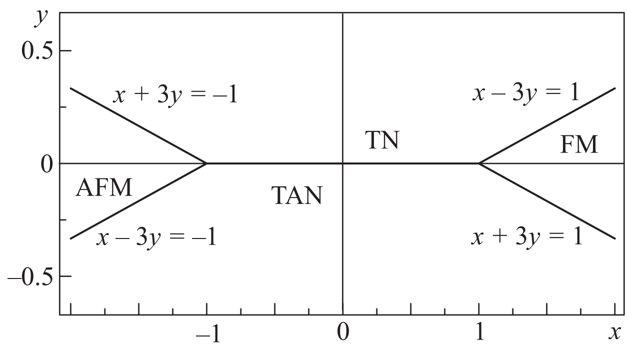

Рис. 1. Области существования различных фаз на плоскости $z = 0$ в пространстве параметров задачи (9). Здесь и на рис. 2: FM – ферромагнитная фаза, AFM – антиферромагнитная фаза, TN – тетраэдрический нематик, TAN – тетраэдрический антинематик

и это состояние естественно назвать тетраэдрической антинематической (ТАН) фазой. Для нее геометрическими образами состояний в каждой из подрешеток являются тетраэдры с противоположными направлениями вершин, которые повернуты друг относительно друга вокруг оси z на угол $\pi/3$.

В ТАН-фазе, как и в ТН-фазе, присутствуют три вырожденные безактивационные ветви магнонов, а четвертая ветвь имеет конечную активацию. Условия устойчивости ТАН-фазы включают неравенства $x + 3y - 3z < 1$ и $x - 3y - 3z > -1$. Кроме того, неустойчивости относительно возмущений с $\mathbf{k} \to 0$ или с $\mathbf{k} \to \mathbf{k}_{\mathrm{B}}$ имеют место при выполнении условий $y < z$ или $y > -z$ соответственно. Отметим, что последние два условия противоположны условиям для ТН-фазы, и при $z = 0$ области стабильности ТН- и ТАН-фаз соприкасаются на отрезке линии $y = 0$, $-1 < x < 1$. Таким образом, четыре описанные выше фазы полностью определяют все состояния системы при $z = 0$. Переходы между фазами, как для случаев $S = 1,\ 3/2$, проходят как вырожденные фазовые переходы первого рода.

Если $z \neq 0$, поведение системы существенно различается для случаев $z > 0$ и $z < 0$. Рассмотрим поведение фазы спинового нематика, энергия которой не зависит от параметра β, вблизи линий фазовых переходов. При $y = z$ или $y = -z$ это переходы СН-фазы в ТН- или ТАН-фазу соответственно, а при $x = 1$ или $x = -1$ СН-фаза переходит соответственно в ФМ- или АФМ-фазу. В отличие от энергии, характер магнонных спектров существенно зависит от β. В частности, в СН с симметрией C_∞ ($\beta = \pi/2$) есть попарно вырожденные моды: две активационные и две с нулевой щелью и линейным законом дисперсии. Для значений $\beta \neq \pi/2,\ 0$ имеются три моды с линейным законом дисперсии и различными скоростями, но скорости двух из них совпадают при $\beta = 0$, когда система имеет более высокую симметрию C_4.

В СН-фазе на линиях переходов размягчаются моды с некоторым заданным значением β, а именно, $\beta = \pi/2$ вблизи линий переходов в ФМ- или АФМ-фазу и $\beta = 0$ вблизи линий переходов в ТН- или ТАН-фазу. Следует ожидать, что в СН-фазе реализуются именно такие значения β. Это соответствует результату работы [13], согласно которому фиксированное значение β определяется тепловыми поправками к свободной энергии СН-фазы (так называемый механизм образования порядка из беспорядка, order by disorder). Соответствие результатов понятно: именно мягкая мода дает более существенный вклад в свободную энергию. Линии перехода между СН-фазами с $\beta = \pi/2$ и $\beta = 0$ определяются условиями $x \pm 1 = \pm 9z(y - z)$, $x \pm 1 = \pm 9z(y + z)$ (рис. 2).

Таким образом, СН-фаза существует только при $z > 0$ внутри прямоугольника $-z < y < z$ и $|x| < 1$. На всех этих линиях, а также на линиях переходов ФМ$\leftrightarrows$ТН и АФМ$\leftrightarrows$ТАН имеют место вырожденные переходы первого рода. Однако при $z > 0$ имеется конечная область сосуществования фаз с различной подрешеточной структурой (см. рис. 2). Энергии этих фаз сравниваются на линиях переходов первого рода $x + 3y - 3z = -1$ и $x + 3y + 3z = 1$ соответственно; эти линии и линии устойчивости сосуществующих фаз сходятся в точках $x = -1$, $y = z$ или $x = 1$, $y = -z$.

При $z < 0$ нематическая фаза вида (7) не существует и можно ожидать появления двухподрешеточной ортогональной нематической (ОН) фазы [5]. Структура ОН-фазы определяется состояниями вида (3) со значениями $\varphi_{1,\,2}$, $\beta_{1,\,2}$ в подрешетках. Анализ показал, что параметры φ в подрешетках совпадают, а значения β_1 и β_2 отличаются на $\pi/2$. Учет тепловых поправок выделяет значения $\beta = \pi/4$ и $\beta = -\pi/4$. При этом квадрупольные эллипсоиды являются двухосными с главными осями $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}_3$ и значениями $\langle S_1^2 \rangle = 2 + \sqrt{3}$, $\langle S_2^2 \rangle = 2$, $\langle S_3^2 \rangle = 2 - \sqrt{3}$. Для различных подрешеток "промежуточные" оси $\mathbf{e}_2$ коллинеарны, а оси с максимальными и минимальными значениями $\langle S_i^2 \rangle$ взаимно перпендикулярны. Спектр магнонов в этой фазе имеет четыре моды, три из которых безактивационные. Как следует из анализа спектров элементарных возбуждений, область существования ОН-фазы определяется неравенствами $z < y < -z$ и $3y + 3z - 1 < x < 3y - 3z + 1$. При этом на плоскости xy остаются две области (обозначенные LS на рис. 2b), внутри которых существуют двухподрешеточные фазы с симметрией ниже, чем для граничащих с ними фаз (АФМ и ТН или ФМ и

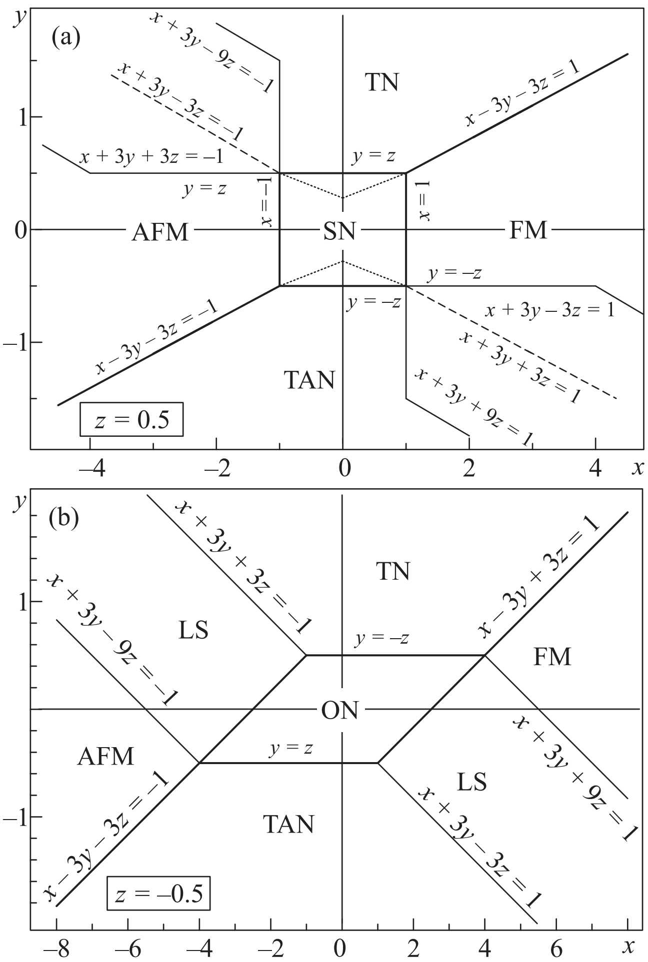

Рис. 2. Области существования различных фаз на плоскости $z = \text{const} \neq 0$ в пространстве переменных x, y, z при $z > 0$ (a) и $z < 0$ (b). Выбраны значения $z = \pm 0.5$. Обозначения как на рис. 1, также SN – спиновый нематик, ON – ортогональный нематик. Стандартные фазовые переходы первого рода отмечены штриховыми линиями, а линии потери устойчивости фаз – тонкими сплошными. В (b) LS обозначает фазы с наиболее низкой симметрией. Линии из точек показывают границы CH-фаз с $\beta = 0$ и $\beta = \pi/2$

АТН для левой или правой LS-области соответственно). Для LS-фаз не равны нулю как значения (ненасыщенные) спинов подрешеток, так и корреляторы вида $\langle (S_x \cos\chi + S_y \sin\chi)^3 \rangle = C \cos 3\chi$, $|C| < \sqrt{2}$; из четырех осей C_3, характерных для ТН- и АТН-фаз, "выживает" только одна, параллельная оси z.

3. В результате нами проведен полный анализ фаз магнетика со спином $S = 2$ и общим видом изотропного взаимодействия (1). Впервые обнаружен случай появления невырожденных фазовых переходов (ФП) между фазами: в зависимости от знака параметра z имеет место или ФП первого рода с конечной областью сосуществования фаз или два ФП второго рода через фазу с низкой симметрией. В отличие от систем с $S = 1, 3/2$ с симметрией на узле C_∞, для $S = 2$ найдены фазы, для которых симметрия на узле дискретная – это ортогональная нематическая фаза с двухосной симметрией, а также ТН- и АТН-фазы с тетраэдрической симметрией на узле. Нетривиальные свойства параметра порядка этих фаз приводят к появлению трех голдстоуновских ветвей элементарных возбуждений [17] и особенностям топологических дефектов. Для найденных фаз гомотопическая группа π_1 некоммутативна, и существуют неабелевы топологические дефекты, известные для стандартных двухосных нематиков [18–20]. Возможность экспериментального возбуждения нетривиальных топологических дефектов (дробных вихрей) для систем с $S = 2$ обсуждалась в [8].

Авторы признательны Г.Е. Воловику за полезные обсуждения топологических свойств найденных фаз. Работа частично поддержана проектами РФФИ # 16-02-00069 (ЮАФ и ОАК) и # 16-42-910441 (ОАК).

1. А. Ф. Андреев, И. А. Грищук, ЖЭТФ **87**, 467 (1984).
2. N. Papanikolaou, Nucl. Phys. B **305**, 367 (1988).
3. A. V. Chubukov, J. Phys.: Condens. Matter **2**, 1593 (1990).
4. В. И. Бутрим, Б. А. Иванов, А. С. Кузнецов, Письма в ЖЭТФ **92**, 172 (2010).
5. Yu. A. Fridman, O. A. Kosmachev, and Ph. N. Klevets, J. Magn. Magn. Mat. **325**, 125 (2013).
6. Yu. A. Fridman, O. A. Kosmachev, A. K. Kolezhuk, and B. A. Ivanov, Phys. Rev. Lett. **106**, 097202 (2011).
7. R. Barnett, A. M. Turner, and E. Demler, Phys. Rev. Lett. **97**, 180412 (2006).
8. J. A. M. Huhtamäki, T. P. Simula, M. Kobayashi, and K. Machida, Phys. Rev. A **80**, 051601(R) (2009).
9. O. Morsch and M. Oberthaler, Rev. Mod. Phys. **78**, 179 (2006).
10. F. Zhou and M. Snoek, Ann. Phys. (N.Y.) **308**, 692 (2003).
11. H. Schmaljohann, M. Erhard, J. Kronjäger, M. Kottke, S. van Staa, L. Cacciapuoti, J. J. Arlt, K. Bongs, and K. Sengstock, Phys. Rev. Lett. **92**, 040402 (2004).
12. H. Bacry, J. Math. Phys. (N.Y.) **15**, 1686 (1974).
13. A. M. Turner, R. Barnett, E. Demler, and A. Vishwanath, Phys. Rev. Lett. **98**, 190404 (2007).
14. Р. О. Зайцев, ЖЭТФ **68**, 207 (1975).
15. Yu. A. Fridman, O. A. Kosmachev, and Ph. N. Klevets, J. Magn. Magn. Mat. **320,** 435 (2008).
16. О. А. Космачев, Ю. А. Фридман, Е. Г. Галкина, Б. А. Иванов, ЖЭТФ **147**, 320 (2015).
17. А. Ф. Андреев, В. И. Марченко, УФН **130**, 39 (1980).
18. Г. Е. Воловик, В. П. Минеев, ЖЭТФ **72**, 2256 (1977).
19. V. Poenaru and G. Toulouse, J. Phys. (Paris) **8**, 887 (1977).
20. N. D. Mermin, Rev. Mod. Phys. **51**, 591 (1979).