Влияние деформации на электронную структуру и топологические свойства соединений $A^{II}Mg_2Bi_2$ ($A^{II} = Mg, Ca, Sr, Ba$)

Е.К. Петров^{*a*,*c*¹}, И.В. Силкин^{*a*}, Ю. М. Коротеев^{*a*,*b*,*c*}, Е.В. Чулков^{*a*,*c*,*d*,*e*}

^а Томский Государственный Университет, 634050 Томск, Россия

^bИнститут физики прочности и материаловедения СО РАН, 634021 Томск, Россия

 $^c \ensuremath{Cahkt}$ -Петербургский государственный университет, 1990 34 С.-Петербург, Россия

^dCentro de Física de Materiales (CFM)-Materials Physics Center (MPC), Centro Mixto CSIC–UPV/EHU, 20018 San Sebastián/Donostia, Basque Country, Spain

^eDepartamento de Física de Materiales, Facultad de Ciencias Químicas, Universidad del País Vasco, Apdo. 1072, 20080 Sebastián/Donostia, Basque Country, Spain

> Поступила в редакцию 26 января 2017 г. После переработки 22 марта 2017 г.

Представлены результаты теоретического исследования электронной структуры и топологических свойств семейства соединений A^{II}Mg₂Bi₂ (A^{II} = Mg, Ca, Sr, Ba) с использованием точного обмена. Установлено, что в равновесном состоянии соединение Mg₃Bi₂ является полуметаллом, а три других – полупроводниками с прямой фундаментальной энергетической щелью. Предсказывается, что одноосная деформация трехкомпонентных соединений приводит к переходам в топологически нетривиальные фазы: топологический изолятор, топологический и дираковский полуметаллы. Благодаря такому богатому спектру топологически нетривиальных фаз рассмотренные соединения могут представлять интерес для дальнейших теоретических и экспериментальных исследований.

DOI: 10.7868/S0370274X17080069

1. В последнее время большое внимание уделяется изучению свойств топологических изоляторов [1-3] и дираковских полуметаллов [4-7], которые интересны в первую очередь из-за особенностей их электронной структуры вблизи уровня Ферми. В электронном энергетическом спектре поверхности топологического изолятора имеется конус Дирака, образованный двумя спин-поляризованными зонами с линейной дисперсией, пересекающимися в точке Дирака на уровне Ферми. При этом фундаментальная энергетическая щель объемного материала инвертирована в окрестности некоторых высокосимметричных точек обратного пространства (так называемых TRIM-точек). Дираковский полуметалл характеризуется присутствием в электронном спектре объемного кристалла конуса Дирака, образованного двукратно вырожденными зонами. В силу своих экзотических свойств, эти материалы являются многообещающими в плане их использования при создании электронных приборов нового поколения. Поэтому поиск соединений с такими свойствами – актуальная задача для создания элементной базы новой электроники.

Принципиально важную роль в образовании топологически нетривиальных состояний материала играет спин-орбитальное взаимодействие. Топологические изоляторы и дираковские полуметаллы, например, такие как Bi₂Te₃ [8], Pb₂Bi₂Te₅ [9], Na₃Bi [10], Cd_3As_2 [11] и другие, содержат элементы, обеспечивающие сильное спин-орбитальное взаимодействие. Учитывая это, одним из наиболее простых способов управления топологическими свойствами соединений представляется замещение атомов легких элементов более тяжелыми изоэлектронными аналогами, в результате усиспин-орбитальное взаимодействие, и ливается материал может приобрести нетривиальные топологические свойства. Впервые это было показано на системах $Hg_x Cd_{1-x} Te$ [12], $Bi_x Sb_{1-x}$ [13] и других [14–16] при изменении концентрации x замещающих атомов. Другим способом модификации топологических свойств соединений являются различного рода деформации (гидростатическое сжатие, одноосная деформация и т.п.), в результате которых происходит изменение параметров кристаллической структуры. Наиболее известными реализациями такого подхода являются вызванные внешним давлением топологические переходы в

 $^{^{1)}}$ e-mail: eg901petrov@gmail.com



Рис. 1. Электронные энергетические спектры рассматриваемых соединений в равновесном состоянии

соединениях PbTe [17], BiTeI [18], NaBaBi [19] и YbB₆ [20]. Объединение этих двух способов может позволить обнаружить новые соединения, в которых возможно существование топологически нетривиальных фаз при определенных условиях. Реализации этого подхода и посвящена настоящая работа.

2. В данном письме мы представляем результаты первопринципного теоретического исследования электронной структуры и топологических свойств соединений $A^{II}Mg_2Bi_2$ ($A^{II} = Mg, Ca, Sr, Ba$) в равновесном состоянии, под влиянием гидростатического давления и одноосной деформации. Расчеты проведены в рамках формализма теории функционала электронной плотности методом проекционных плоских волн, реализованном в программном коде VASP [21, 22]. При оптимизации параметров кристаллической структуры и положений атомов в элементарной ячейке обменно-корреляционные эффекты учитывались в рамках обобщенного градиентного приближения в форме РВЕ [23]. Известно, что использование локальных (LDA) и градиентных (GGA) приближений для обменно-корреляционного функционала в расчетах электронной структуры приводит к занижению ширины энергетической щели по сравнению с экспериментальными значениями [24]. Поэтому для расчета энергетических спектров мы использовали улучшенное приближение, включив в расчет точный обмен. Это было сделано за счет использования гибридного обменно-корреляционного функционала HSE06 [25-27], хорошо зарекомендовавшего себя в расчетах электронных свойств полупроводниковых систем [28].

В соединениях с Ca, Sr и Ва полуостовные *s*- и *p*состояния рассматривались как валентные. Самосогласование электронной плотности было выполнено с использованием сетки *k*-точек $8 \times 8 \times 6$ в полной трехмерной зоне Бриллюэна. Базисный набор включал в себя около 5000 плоских волн в каждой *k*-точке, что соответствует энергии отсечки 400 эВ. Соединения $A^{II}Mg_2Bi_2$ ($A^{II} = Mg, Ca, Sr, Ba$) кристаллизуются в решетке структурного типа $CaAl_2Si_2$ (пространственная группа $P\bar{3}m1$, точечная группа симметрии 164). Экспериментальные [29, 30] и оптимизированные параметры их кристаллической решетки приведены в табл. 1.

Таблица 1. Экспериментальные (exp) и оптимизированные в работе (opt) параметры кристаллической структуры соединений $A^{II}Mg_2Bi_2$

Соединение	a_{exp} (Å)	$\left(\frac{c}{a}\right)_{\exp}$	a_{opt} (Å)	$\left(\frac{c}{a}\right)_{\text{opt}}$
Mg_3Bi_2	4.67	1.585	4.730	1.584
$CaMg_2Bi_2$	4.73	1.624	4.803	1.614
$\mathrm{SrMg}_{2}\mathrm{Bi}_{2}$	4.79	1.656	4.868	1.653
$BaMg_2Bi_2$	4.86	1.691	4.939	1.693

Расчитанные электронные спектры рассматриваемых соединений приведены на рис. 1. Видно, что Mg_3Bi_2 представляет собой полуметалл, тогда как $CaMg_2Bi_2$, $SrMg_2Bi_2$ и $BaMg_2Bi_2$ являются полупроводниками с прямой фундаментальной энергетической щелью шириной 304, 255 и 249 мэВ соответственно, что согласуется с результатами, полученными в работах [31–34].

На рис. 2 представлены распределения валентной электронной плотности рассматриваемых соединений в плоскости ($11\overline{2}0$). Из рис. 2 следует, что соединение Mg₃Bi₂ характеризуется распределением электронной плотности, типичным для металлов, на фоне которого явно видны "димеры" Ві с ковалентными связями; это, по-видимому, и делает данное соединение полуметаллом. Распределение электронной плотности трехкомпонентных соединений ясно показывает, что замена одного из атомов Mg на его более тяжелый изоэлектронный аналог (Ca/Sr/Ba) приводит к возникновению ионно-ковалентной связи между замещающими атомами и атомами Bi, и, как следствие, соединения становятся полупроводниками. С ростом порядкового номера замещающего



Рис. 2. (Цветной онлайн) Распределения валентной электронной плотности соединений (слева направо) Mg₃Bi₂, CaMg₂Bi₂, SrMg₂Bi₂ и BaMg₂Bi₂ в плоскости (11 $\overline{2}0$). Для более наглядной иллюстрации образования и ослабления ионно-ковалентных связей черным цветом показаны изолинии. Значения электронной плотности приведены в безразмерных ($n(\mathbf{r}) \cdot \Omega$) единицах. Наличие областей повышенной электронной плотности вокруг атомов Ca, Sr и Ba обусловлено учетом полуостовных *s*- и *p*-состояний

элемента наблюдается ослабление ковалентного связывания между атомами Ві, что и приводит к уменьшению ширины энергетической щели. Анализ орбитального состава зон трехкомпонентных соединений показал, что энергетическая щель не инвертирована: потолок валентной зоны образован преимущественно *p*-состояниями Ві, а дно зоны проводимости – *s*состояниями Ві и Мg. Следовательно, при нулевом внешнем давлении данные соединения не являются топологическими изоляторами.

Как показали наши расчеты, гидростатическое (всестороннее) сжатие до давлений 15 ГПа не приводит к качественным изменениям электронных спектров рассматриваемых соединений. Дальнейшее увеличение давления приводит к переходу полуметалл – металл в соединении Mg₃Bi₂, а в трехкомпонентных соединениях – полупроводник – полуметалл без изменения топологических свойств.

3. Ситуация кардинально меняется при одноосной деформации трехкомпонентных соединений в направлении гексагональной оси. Растяжение СаМg₂Bi₂ приводит к постепенному сближению валентной зоны и зоны проводимости (рис. 3). При степени растяжения 6.4% происходит их контакт на уровне Ферми в точке Г зоны Бриллюэна с образованием четырехкратно вырожденного состояния (точки Дирака), что означает переход в топологическую фазу – дираковский полуметалл. Дальнейшее растяжение смещает точку Дирака в направлении $\Gamma - A$, оставляя ее на уровне Ферми, при этом в плоскости КГМ образуется энергетическая щель с инвертированными краями. Аналогичная картина наблюдается в соединениях SrMg₂Bi₂ (рис. 4) и ВаМg₂Ві₂ (рис. 5) с тем лишь отличием, что образование конуса Дирака происходит при меньшей степени растяжения: 5 % и 4.6 % соответственно.

Одноосное сжатие рассматриваемых соединений вдоль гексагональной оси модифицирует их электронные спектры специфическим для каждого из них образом. Так, в соединении CaMg₂Bi₂ (см. рис. 3) при степенях сжатия от 0 до 5% ширина энергетической щели монотонно уменьшается. При сжатии 5 % в окрестности точки Г наблюдается инвертирование орбитального состава зон вблизи уровня Ферми. В частности, без учета спин-орбитального взаимодействия нижний край энергетической щели формируется *p*-состояниями Bi, а вторая зона выше уровня Ферми – s-состояниями Mg и Bi. Учет спин-орбитального взаимодействия инвертирует эти состояния, в результате чего нижний край энергетической щели формируется главным образом sсостояниями Mg и Bi, тогда как вторая зона выше уровня Ферми – *p*-состояниями Ві. Это свидетельствует о том, что при данной степени сжатия материал является топологическим изолятором. При дальнейшем сжатии ширина энергетической щели продолжает уменьшаться, но при этом потолок валентной зоны смещается из точки Г в направлении Г – К, а дно зоны проводимости – в направлении Г – А. При сжатии порядка 7 % происходит переход в фазу топологического полуметалла: электронный спектр соответствует классическому полуметаллу, однако орбитальный состав зон вблизи уровня Ферми в окрестности точки Г инвертирован.

В соединении SrMg₂Bi₂ (см. рис. 4) с ростом степени сжатия до 4.8% энергетическая щель постепенно уменьшается и исчезает. В результате образуется конус Дирака, и данное соединение становится дираковским полуметаллом. При дальнейшем сжатии энергетическая щель снова раскрывается, но становится инвертированной в окрестности точки Γ , постепенно увеличиваясь до ширины ~ 70 мэВ при сте-



Рис. 3. (Цветной онлайн) Эволюция электронной структуры соединения CaMg₂Bi₂ при одноосном сжатии и растяжении. Цветом (см. легенду) показаны вклады *s*- (верхний ряд) и *p*-состояний (нижний ряд) компонентов соединений на фоне электронного энергетического спектра (черные линии). Толщина цветных линий пропорциональна вкладу соответствующих состояний



Рис. 4. (Цветной онлайн) Эволюция электронной структуры соединения SrMg₂Bi₂ при одноосном сжатии и растяжении. Обозначения аналогичны использованным на рис. 3

пени сжатия порядка 7 %. В этом случае инвертирование наблюдается между *s*-состояниями всех компонентов соединения и *p*-состояниями Bi, что свидетельствует о переходе в фазу топологического изолятора. Увеличение степени сжатия приводит к уменьшению ширины энергетической щели в точке Γ и смещению потолка валентной зоны в направлении $\Gamma - K$, в результате чего фундаментальная энергетическая щель закрывается, и материал становится топологическим полуметаллом. Сжатие до 8.8% приводит к повторному закрытию энергетической щели в точке Γ .

При одноосном сжатии соединения $BaMg_2Bi_2$ (см. puc. 5) фундаментальная энергетическая щель его электронного спектра монотонно уменьшается. При степени сжатия 10 % ее ширина составляет ~ 80 мэВ, а орбитальный состав краев щели в окрестности точки Γ оказывается инвертированным аналогично то-



Рис. 5. (Цветной онлайн) Эволюция электронной структуры соединения BaMg₂Bi₂ при одноосном сжатии/растяжении. Обозначения аналогичны использованным на рис. 3

му, как это происходит в соединении $CaMg_2Bi_2$ при сжатии порядка 5%; это свидетельствует о переходе соединения в фазу топологического изолятора. В отличие от описанных выше трехкомпонентных соединений ни растяжение, ни сжатие Mg_3Bi_2 не приводят к качественным изменениям электронного спектра.

4. Таким образом, в настоящей работе проведено первопринципное теоретическое исследование электронной структуры и топологических свойств группы соединений $A^{II}Mg_2Bi_2$ ($A^{II} = Mg$, Ca, Sr, Ba) в равновесном состоянии и под влиянием гидростатического давления и одноосной деформации с использованием точного обмена. Показано, что в равновесном состоянии соединение Mg_3Bi_2 является полуметаллом, а $CaMg_2Bi_2$, $SrMg_2Bi_2$ и $BaMg_2Bi_2$ представляют собой полупроводники с прямой фундаментальной энергетической щелью. В случае гидростатического давления в трехкомпонентных соединениях обнаружен переход полупроводник – полуметалл без изменения топологических свойств.

В результате одноосного растяжения соединения $CaMg_2Bi_2$, $SrMg_2Bi_2$ и $BaMg_2Bi_2$ из полупроводниковой фазы переходят в фазу дираковского полуметалла. Одноосное сжатие приводит к более богатому спектру наблюдаемых электронных фаз. В соединении $CaMg_2Bi_2$ реализуется последовательность фазовых переходов полупроводник – топологический изолятор – топологический полуметалл, в соединении $SrMg_2Bi_2$ – полупроводник – дираковский полуметалл, а в $BaMg_2Bi_2$ – полупроводник – топологический полупроводник – топологический изолятор – топологический изолятор – топологический полуметалл, а в $BaMg_2Bi_2$ – полупроводник – топологический полупеталл, а в $BaMg_2Bi_2$ – полупроводник – топологический нолупеталл.

пологический изолятор. Следовательно, открывается возможность управления топологическими свойствами соединений $CaMg_2Bi_2$, $SrMg_2Bi_2$ и $BaMg_2Bi_2$ путем одноосного растяжения или сжатия. В случае соединения Mg_3Bi_2 ни один из рассмотренных видов деформации не приводит к качественным изменениях электронного спектра и топологических свойств. Благодаря богатому спектру топологически нетривиальных фаз соединения $CaMg_2Bi_2$, $SrMg_2Bi_2$ и $BaMg_2Bi_2$ могут представлять интерес для дальнейших теоретических и экспериментальных исследований.

Данное исследование выполнено при поддержке программы "Научный фонд им. Д.И. Менделеева" Томского Государственного Университета (# 8.1.05.2015), гранта Санкт-Петербургского Государственного Университета # 15.61.202.2015, гранта РФФИ # 15-02-02717-а, а также в рамках проекта # 3.9003.2017/П220. Расчеты выполнены с использованием ресурсов вычислительных кластеров SKIF Суberia Томского Государственного Университета и РЦ ВЦ Санкт-Петербургского Государственного Университета.

- S.V. Eremeev, Y.M. Koroteev, and E.V. Chulkov, JETP Lett. 91, 387 (2010).
- J. Henk, A. Ernst, S.V. Eremeev, E.V. Chulkov, I.V. Maznichenko, and I. Mertig, Phys. Rev. Lett. 108, 206801 (2012).
- M. Z. Hasan and C. L. Kane, Rev. Mod. Phys. 82, 3045 (2010).

- Z. K. Liu, B. Zhou, Y. Zhang, Z. J. Wang, H. M. Weng, D. Prabhakaran, S.-K. Mo, Z. X. Shen, Z. Fang, X. Dai, Z. Hussain, and Y. L. Chen, Science **343**, 864 (2014).
- S. M. Young, S. Zaheer, J. C. Y. Teo, C. L. Kane, E. J. Mele, and A. M. Rappe, Phys. Rev. Lett. 108, 140405 (2012).
- S.-Y. Xu, C. Liu, S. K. Kushwaha et al. (Collaboration), Science **347**, 294 (2015).
- I. Yu. Sklyadneva, I. P. Rusinov, R. Heid, K.-P. Bohnen, P. M. Echenique, and E. V. Chulkov, Sci. Rep. 6, 24137 (2016).
- H. Zhang, K. He, C.-Z. Chang et al. (Collaboration), Nat. Phys. 5, 438 (2009).
- I.V. Silkin, Yu. Koroteev, S. Eremeev, G. Bihlmayer, and E. Chulkov, JETP Lett. 94, 217 (2011).
- Z. Wang, Y. Sun, X.-Q. Chen, C. Franchini, G. Xu, H. Weng, X. Dai, and Z. Fang, Phys. Rev. B 85, 195320 (2012).
- S. Borisenko, Q. Gibson, D. Evtushinsky, V. Zabolotnyy,
 B. Büchner, and R. J. Cava, Phys. Rev. Lett. **113**, 027603 (2014).
- M. Orlita, D. M. Basko, M. S. Zholudev, F. Teppe, W. Knap, V. I. Gavrilenko, N. N. Mikhailov, S. A. Dvoretskii, P. Neugebauer, C. Faugeras, A.-L. Barra, G. Martinez, and M. Potemski, Nat. Phys. 10, 233 (2014).
- D. Hsieh, D. Qian, L. Wray, Y. Xia, Y.S. Hor, R.J. Cava, and M.Z. Hasan, Nature 452, 970 (2008).
- L. B. Abdalla, E. P. José, T. M. Schmidt, R. H. Miwa, and A. Fazzio, J. Phys.: Condens. Matter 27, 255501 (2015).
- I.V. Silkin, Y.M. Koroteev, G. Bihlmayer, and E.V. Chulkov, Appl. Surf. Sci. 267, 169 (2013).
- S.-Y. Xu, Y. Xia, L.A. Wray, S. Jia, F. Meier, J. H. Dil, J. Osterwalder, B. Slomski, A. Bansil, H. Lin, R. J. Cava, and M. Z. Hasan, Science **332**, 560 (2011).

- P. Barone, T. Rauch, D.D. Sante, J. Henk, I. Mertig, and S. Picozzi, Phys. Rev. B 88, 045207 (2013).
- I. P. Rusinov, T.V. Menshchikova, I.Y. Sklyadneva, R. Heid, K.-P. Bohnen, and E.V. Chulkov, New J. of Phys. 18, 113003 (2016).
- Y. Sun, Q.-Z. Wang, S.-C. Wu, C. Felser, C.-X. Liu, and B. Yan, Phys. Rev. B 93, 205303 (2016).
- Y. Zhou, D.-J. Kim, P.F.S. Rosa et al. (Collaboration), Phys. Rev. B 92, 241118 (2015).
- G. Kresse and J. Furthmüller, Comput. Mater. Sci. 6, 15 (1996).
- 22. G. Kresse and D. Joubert, Phys. Rev. B 59, 1758 (1998).
- J. P. Perdew, K. Burke, and M. Ernzerhof, Phys. Rev. Lett. 77, 3865 (1996).
- 24. J. P. Perdew, Int. J. Quantum Chem. 28, 497 (1985).
- 25. A.D. Becke, Phys. Rev. A 38, 3098 (1988).
- J. P. Perdew, M. Ernzerhof, and K. Burke, J. Chem. Phys. 105, 9982 (1996).
- 27. J. Heyd, G.E. Scuseria, and M. Ernzerhof, J. Chem. Phys. **118**, 8207 (2003).
- P. J. Hasnip, K. Refson, M. I. J. Probert, J. R. Yates, S. J. Clark, and C. J. Pickard, Phil. Trans. R. Soc. A 372, 20130270 (2014).
- L. G. Sevastyanova, K. P. Burdina, S. A. Kulinich et al (Collaboration), Inorg. Mater. 42, 863 (2006).
- K. Deller and B. Eisenmann, Zeitschrift für Naturforschung, Teil B: Anorganische Chem., Organische Chem. **32**, 612 (1977).
- L. M. Watson, C. A. W. Marshall, and C. P. Cardoso, J. Phys. F: Met. Phys. 14, 113 (1984).
- 32. R. Xu, R. A. de Groot, and W. van der Lugt, J. Phys.: Condens. Matter 5, 7551 (1993).
- 33. A. F. May, M. A. McGuire, D. J. Singh, R. Custelcean, and G. E. Jellison, Inorg. Chem. 50, 11127 (2011).
- 34. D. Singh and D. Parker, J. Appl. Phys. **114**, 143703 (2013).