

К теории фермионной конденсации

В. А. Ходель¹⁾

Национальный исследовательский центр “Курчатовский Институт”, 123182 Москва, Россия

McDonnell Center for the Space Sciences & Department of Physics, Washington University, MO 63130, USA

Поступила в редакцию 27 февраля 2017 г.

После переработки 13 марта 2017 г.

Диаграммная техника, разработанная Беляевым в теории Бозе-жидкости, применена для анализа поведения Ферми-систем за точкой топологического фазового перехода, где появляется фермионный конденсат. Продемонстрировано, что учет взаимодействия конденсата с надконденсатными частицами ведет к появлению щели в спектре одночастичных возбуждений последних даже тогда, когда куперовского спаривания нет. Поэтому в однородных электронных системах кремниевых полевых структур ее возникновение приводит не к сверхпроводимости, а к фазовому переходу металл-изолятор. Показано, что это же взаимодействие объясняет природу перестройки линии Ферми (Fermi arc structure) в двумерных электронных системах купратов.

DOI: 10.7868/S0370274X17080112

Идея происходящего при нулевой температуре $T = 0$ в сильно коррелированных Ферми-системах топологического фазового перехода, названного фермионной конденсацией, была выдвинута более 25 лет назад [1]. Несмотря на очевидные различия в свойствах и механизме осуществления, этот переход до некоторой степени аналогичен бозонной конденсации, откуда он и получил свое название. Аналогия заключается в том, что независимо от статистики, которой подчиняются частицы системы, в ней при определенных условиях возникает конденсат – группа одночастичных состояний с энергией, равной химическому потенциалу μ . Это приводит к появлению в плотности состояний $\rho(\varepsilon)$ сингулярного слагаемого $\rho_c \delta(\varepsilon - \mu)$, где ρ_c – плотность конденсата. В Бозе-жидкости его образуют частицы с одним и тем же импульсом $\mathbf{p} = 0$, что в Ферми-системах запрещено принципом Паули. Однако этот принцип не запрещает фермионам с разными импульсами \mathbf{p} иметь одинаковую энергию $\varepsilon(\mathbf{p}) = \mu$ и, следовательно, ту же структуру плотности состояний, что и в Бозе-системе, когда взаимодействие между частицами оказывается достаточно сильным. Точнее, оно должно быть настолько сильным, чтобы сделать некорректной адиабатическую гипотезу Ландау [2], суть которой заключается в предположении, что при включении взаимодействия между частицами классификация одночастичных уровней в

Ферми-жидкости остается такой же, как и в идеальном Ферми-газе.

Если постулат Ландау справедлив, то квазичастичные числа заполнения $n(\mathbf{p})$ основного состояния Ферми-жидкости должны совпадать с числами заполнения идеального Ферми-газа, и тогда общий подход к теории Ферми-жидкости, сформулированный в [2], фактически сведется к решению проблемы сильно взаимодействующего Ферми-газа [3]. В соответствии с этим полюсная часть G^q одночастичной гриновской функции G будет иметь вид

$$G^q(\mathbf{p}, \varepsilon) = z \left(\frac{1 - n(\mathbf{p})}{\varepsilon - \varepsilon(\mathbf{p}) + i\delta} + \frac{n(\mathbf{p})}{\varepsilon - \varepsilon(\mathbf{p}) - i\delta} \right), \quad (1)$$

где $\varepsilon(\mathbf{p})$ – Ферми-жидкостной одночастичный спектр, меняющий знак на поверхности Ферми, z – перенормировочный множитель, определяющий вес квазичастицы в одночастичном состоянии, импульс которого равен \mathbf{p} , а $n(\mathbf{p})$ – ландауские числа квазичастичного заполнения, которые можно рассматривать как средние значения оператора $\langle 0|b^+(\mathbf{p})b(\mathbf{p})|0\rangle$ числа квазичастиц, равные единице для одночастичных состояний ниже поверхности Ферми и нулю для тех, которые лежат выше ее.

Адиабатический постулат справедлив до тех пор, пока выполняется *необходимое условие устойчивости* ландауского состояния – требование положительности изменения полной энергии системы при любой, допустимой принципом Паули вариации его квазичастичного распределения $n(\mathbf{p})$ [4]. Стоит сразу отметить, что далеко не во всех топологических пе-

¹⁾e-mail: vickhod@yahoo.com

рестройках ландауского состояния, вызванных нарушением упомянутого условия, нарушается и этот постулат. Ничего страшного с ним не происходит, например в переходах, рассмотренных И. Лифшицем [5], где за точкой перехода числа заполнения $n(\mathbf{p})$ продолжают иметь ландауские значения 0 и 1, а меняется только число листов поверхности Ферми.

С фермионной конденсацией дело обстоит иначе: в новой фазе квазичастичные числа заполнения меняются с изменением импульса *непрерывно*, и предсказания стандартной теории Ферми-жидкости опрокидываются [1, 6–13]. Однако фундаментальная идея, высказанная Ландау [2], что энергия основного состояния E является функционалом его квазичастичного распределения, все еще продолжает работать. Именно эта идея используется в теории фермионной конденсации [1, 6], где квазичастичное распределение, обозначаемое в дальнейшем через $n_*(\mathbf{p})$, вычисляется на основе вариационного уравнения

$$\frac{\delta E}{\delta n(\mathbf{p})} = \mu, \quad \mathbf{p} \in \Omega \quad (2)$$

с добавлением, что $n_*(\mathbf{p}) = 1$ для занятых одночастичных состояний, лежащих ниже поверхности Ферми, и $n_*(\mathbf{p}) = 0$ для остальных. При этом химический потенциал μ определяется стандартным условием нормировки $n_*(\mathbf{p})$ на полное число частиц (см., например, [9]).

Поскольку, согласно Ландау, первая вариационная производная полной энергии системы E по этому распределению есть как раз энергия квазичастицы $\epsilon(\mathbf{p})$, то в области Ω , структура которой находится тоже в результате решения уравнения (2), спектр одночастичных состояний, действительно, бездисперсионный, как и Бозе-конденсатный.

Таким образом, за точкой топологического перехода мы фактически имеем дело с двумя подсистемами, одну из которых образуют нормальные квазичастицы, групповая скорость которых $v(\mathbf{p}) = |\nabla \epsilon(\mathbf{p})| \neq 0$. Другую подсистему формирует группа бездисперсионных одночастичных состояний с импульсами $\mathbf{p} \in \Omega$, называемая фермионным конденсатом (ФК), числа заполнения которого $n_*(\mathbf{p})$ действительно меняются непрерывно в этой области, демонстрируя неприменимость адиабатического постулата к описанию систем с ФК.

Как было доказано Г. Воловиком [14, 15], системы с ФК образуют специальный класс топологических сред с полуцелым топологическим зарядом в противоположность его целым значениям для Ферми-систем, подчиняющихся стандартной теории Ферми-жидкости. Наличие такого топологического инвари-

анта – существенный аргумент в пользу устойчивости состояния с ФК по отношению к различного рода деформациям исходной модели, в частности, к более точному учету взаимодействия квазичастиц двух подсистем между собой, являющемуся целью данной работы.

Микроскопическая теория фермионной конденсации находится пока что на начальном этапе своего развития. В ней значительную роль продолжают играть точно решаемые модели, в большинстве которых, начиная с первой, разобранный в исходной работе [1], и кончая *anti de Sitter/conformal field theory correspondence* [16], так или иначе эксплуатируется дуальность координатного и импульсного пространств. Полученные решения, как и положено, обеспечивают выигрыш энергии состояния с ФК по сравнению с ландауским. Характерной особенностью этих моделей является то, что спектр $\epsilon(\mathbf{p})$ их одночастичных возбуждений, в дальнейшем отсчитываемый от химического потенциала μ , непрерывен.

Цель данной работы – продвинуться в анализе взаимодействия двух образовавшихся подсистем на основе диаграммного метода, разработанного Беляевым в теории Бозе-жидкости [17, 18]. Как известно, стандартный путь применения методов теории поля и ее диаграммной техники в проблеме многих тел базируется на использовании теоремы Вика, в результате чего для одночастичной гриновской функции $G(p, \epsilon)$ получается дайсоновское уравнение

$$G(p, \epsilon) = G_0(p, \epsilon) + G_0(p, \epsilon)\Sigma(p, \epsilon)G(p, \epsilon), \quad (3)$$

которое позволяет отделить быстро меняющиеся вклады в нее – они рассчитываются точно – от медленно меняющихся, включенных в массовый оператор Σ – они заменяются феноменологическими константами.

Однако для конденсатных частиц теорема Вика *неприменима* [17, 18], и поэтому Беляев вывел конденсатные операторы из-под ее юрисдикции. Тогда общепринятая процедура хронологического упорядочения и взятия среднего по основному состоянию становится двухэтапной: на первом этапе она проводится для операторов надконденсатных частиц, а уже потом для операторов конденсатных. Один из основных результатов теории, построенной Беляевым, заключается в том, что конденсат не исчезает при включении взаимодействия между частицами, причем конденсатная функция распространения однозначно выражается через плотность состояний [17, 18]. Что касается гриновской функции надконденсатных частиц, то для нее снова получается замкнутое дайсоновское уравнение (3), однако теперь

массовый оператор Σ , представляющий собой совокупность неприводимых в дайсоновском смысле диаграмм, помимо регулярного слагаемого Σ_{11} содержит в противоположность квантовой электродинамике и стандартной теории Ферми-жидкости еще и *сингулярную компоненту* Σ_s полюсного характера, учет которой меняет структуру спектра одночастичных возбуждений $\epsilon(p)$. В результате вместо квадратичной зависимости энергии $\epsilon(p)$ от импульса p , вытекающей из формы затравочной гриновской функции $G_0(p, \epsilon) = (\epsilon - p^2/2M)^{-1}$, эта зависимость оказывается линейной: $\epsilon(p) = cp$.

К операторам рождения и уничтожения частиц, принадлежащих к ФК, теорема Вика, как и в Бозе-системах, тоже неприменима, поскольку для них нельзя ввести виковское N -произведение таким образом, чтобы его среднее по основному состоянию обращалось в нуль. Поэтому в беляевском подходе к теории фермионной конденсации две подсистемы (ФК и подсистема надконденсатных – нормальных квазичастиц) возникают естественным образом в процессе двухэтапного хронологического упорядочения и усреднения по основному состоянию. Полюсная часть гриновской функции $G(\mathbf{p} \in \Omega, \epsilon)$ ФК, которая находится на основе уравнения (1), имеет вид

$$G^q(\mathbf{p} \in \Omega, \epsilon) = z \left(\frac{1 - n_*(\mathbf{p})}{\epsilon + i\delta} + \frac{n_*(\mathbf{p})}{\epsilon - i\delta} \right). \quad (4)$$

Здесь, как и во взаимодействующем Ферми-газе, функция $n_*(\mathbf{p})$ имеет смысл чисел заполнения *квазичастиц*. Разница в том, что теперь мы имеем дело с набором вырожденных состояний ФК, и потому $0 \leq n_*(\mathbf{p}) \leq 1$ (см. далее).

Фундаментальное отличие конденсатной функции распространения Бозе-системы $G(p = 0, \epsilon) \propto \propto i\delta(\epsilon - \mu)$ от ФК пропагатора (4) связано с присутствием в последнем действительной части, имеющей полюс при $\epsilon = 0$. Строго говоря, такого рода член есть и в бозонном пропагаторе, но он присутствует там только в одной точке $\mathbf{p} = 0$ импульсного пространства, и поэтому вклада ни в какие явления не дает. В системах с ФК, как мы увидим, роль этого члена огромна – именно ему обязана своим появлением сингулярная компонента Σ_s массового оператора Σ надконденсатных фермионов, возникающая при учете их взаимодействия с частицами ФК. В результате непрерывность одночастичного спектра у поверхности Ферми оказывается под вопросом. Как мы увидим, ответ на этот вопрос таков: в спектре одночастичных возбуждений надконденсатных частиц систем с ФК появляется щель, так что сам фермионный конденсат приобретает статус *midgap state*.

Для анализа этого явления уравнение (3) полезно преобразовать, включив регулярный вклад Σ_{11} в него на что не влияющую перенормировку затравочной гриновской функции G_0 , что дает

$$G(p, \epsilon) = G^{(0)}(p, \epsilon) + G^{(0)}(p, \epsilon)\Sigma_s(p, \epsilon)G(p, \epsilon), \quad p > 0, \quad (5)$$

где $G^{(0)} = G_0 + G_0\Sigma_{11}G^{(0)}$. Полюсная часть в (5) имеет стандартный вид (1). Соответственно уравнение для нахождения одночастичного спектра $\epsilon(\mathbf{p})$ в системах с ФК принимает вид

$$\left(G^{(0)}(\mathbf{p}, \epsilon(\mathbf{p})) \right)^{-1} - \Sigma_s(\mathbf{p}, \epsilon(\mathbf{p})) = 0, \quad \mathbf{p} \notin \Omega. \quad (6)$$

Как и в Бозе-жидкости, в таких системах тоже есть вклад беляевского типа в сингулярную часть Σ_s массового оператора Σ . Этот вклад формируется диаграммами с произвольным числом конденсатных линий в дайсоновском сечении в дополнение к одной-единственной надконденсатной, необходимой, чтобы удовлетворить закон сохранения импульса. Однако не он в системах с ФК является главным, ибо, как будет показано, более весомый вклад в Σ_s вносят диаграммы, отдельные части которых соединены *только конденсатными линиями* при условии, что полный импульс всех частиц ФК в дайсоновском сечении совпадает с входным импульсом \mathbf{p} . Поскольку импульс отдельной частицы ФК не фиксирован строго, а меняется в пределах, заданных уравнением (1), то в принципе указанное требование сохранения импульса выполнимо, когда в дело входят, как минимум, три частицы ФК.

К сожалению, в системах с ФК в отличие от Бозе-систем, интегрирование по функциям распространения конденсатных частиц нельзя провести независимо от интегрирований по функциям распространения надконденсатных частиц, и поэтому замкнутого выражения для Σ_s не существует. Единственный разумный способ решения проблемы – итерационный. И тут на первый план выходит то обстоятельство, что, как правило, плотность ρ_c ФК мала по сравнению с полной плотностью ρ , и, следовательно, появление пары лишних конденсатных операторов в какой-то диаграмме вносит в результат ее вычисления дополнительную степень малого параметра $\eta = \rho_c/\rho$.

Как нетрудно убедиться, при учете линейного по η вклада никакой сингулярности в массовом операторе надконденсатных частиц не возникает, она появляется только в членах второго порядка $\propto \eta^2$ и определяется теми диаграммами, у которых в дайсоновском сечении имеется не более трех конденсатных линий при условии, что их суммарный импульс

совпадает с входным импульсом \mathbf{p} . Таких членов – два. Основной из них $\Sigma_s^{(1)}$ связан с трехчастичным ФК пропагатором $K_3^0 \equiv K_3(\eta = 0)$. Его структура такова:

$$\Sigma_s(\mathbf{p}, \varepsilon) = \iint |\Gamma(\mathbf{p}, \varepsilon; \mathbf{p}_1, \varepsilon_1, \mathbf{p}_2, \varepsilon_2)|^2 \times K_3^0(\mathbf{p}, \varepsilon; \mathbf{p}_1, \varepsilon_1, \mathbf{p}_2, \varepsilon_2) d\Pi_1 d\Pi_2, \quad (7)$$

где $d\Pi \propto d\mathbf{p}d\varepsilon$ – элемент четырехмерного фазового объема. Амплитуда Γ перехода из исходного одночастичного состояния в соответствующее трехчастичное в дальнейшем заменяется феноменологической константой, поскольку она медленно меняется в импульсно-энергетическом пространстве и поэтому слабо влияет на структуру одночастичного спектра. Трехчастичный пропагатор дается выражением

$$K_3^0(\mathbf{p}, \varepsilon; \mathbf{p}_1, \varepsilon_1, \mathbf{p}_2, \varepsilon_2) = G^q(\mathbf{p}_1, \varepsilon_1)G^q(\mathbf{p}_2, \varepsilon_2)G^q(\mathbf{p}_3, \varepsilon_3), \quad (8)$$

где $\mathbf{p}_3 = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}$, и $\varepsilon_3 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon$. Формула (8) написана на основе следующих простых соображений. Предел $\eta = 0$ эквивалентен пределу $g = 0$, а в таком случае трехчастичный пропагатор K_3^0 становится произведением трех одночастичных пропагаторов независимо от того, каковы импульсы частиц.

При выводе формулы (7) было использовано то обстоятельство, что любые надконденсатные вклады в интеграл (7) регулярны (см. далее), и следовательно не дают вклад в Σ_s ; их можно опустить, оставляя только полюсной вклад трех конденсатных пропагаторов, определяемых формулой (4). При расчете интеграла (7) вначале проводится интегрирование по энергиям, оно выполняется легко. Получившийся результат содержит произведение двух неотрицательных функций, и поэтому его можно рассчитать приближенно, используя теорему о среднем значении, что дает [19, 20]:

$$\Sigma_s^{(1)}(\mathbf{p}, \varepsilon) = z^3 |\Gamma|^2 \frac{B(\mathbf{p})}{\varepsilon}, \quad \mathbf{p} \notin \Omega, \quad (9)$$

где $|\Gamma|^2$ – феноменологическая константа, содержащая квадрат модуля амплитуды перехода нормальной квазичастицы в три конденсатные, вычисленный в определенной точке импульсного пространства, а

$$B(\mathbf{p}) = \sum_{12} (1 - n_*(\mathbf{p}_1))(1 - n_*(\mathbf{p}_2))n_*(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}) + n_*(\mathbf{p}_1)n_*(\mathbf{p}_2)(1 - n_*(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p})) \geq 0, \quad (10)$$

причем границы суммирования определяются требованием, чтобы все три импульса $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$ и $\mathbf{p}_3 \equiv \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}$ принадлежали области Ω , занятой ФК, при условии $\mathbf{p} \notin \Omega$.

Второй вклад $\Sigma_s^{(2)}$ в сингулярную компоненту происходит от поправки первого порядка по η , возникающей при учете рассеяния частиц ФК друг на друге. Этот вклад имеет ту же структуру, что и первый, но меньшее значение, и поэтому его учет приводит только к изменению числового множителя в полученных формулах. Во избежание недоразумений стоит еще раз подчеркнуть, что сингулярная компонента Σ_s массового оператора появляется только при наличии ФК – как только ФК исчезает, пропадает и Σ_s .

В однородных системах, где ФК занимает целиком всю область, примыкающую к поверхности Ферми, функция $B(p)$ положительна, по крайней мере для импульсов в окрестности номинальной поверхности Ферми, и тогда решение дисперсионного уравнения (6) с сингулярным массовым оператором Σ_s , даваемым формулами (9) и (10), приобретает на поверхности Ферми щель

$$\Upsilon = z^2 |\Gamma| \sqrt{B}, \quad (11)$$

и, таким образом, ФК действительно становится midgap state.

При нахождении этого решения мы молчаливо предполагали, что эффективное взаимодействие между частицами в куперовском канале имеет такой характер, что никакого спонтанного нарушения калибровочной инвариантности в рассматриваемой системе не происходит, поскольку соответствующее уравнение для вершинной части [18, 21]:

$$\mathcal{T}(\mathbf{p}) = - \int \mathcal{V}(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) G(\mathbf{p}_1, \varepsilon_1) G(-\mathbf{p}_1, -\varepsilon_1) \mathcal{T}(\mathbf{p}_1) d\Pi_1 \quad (12)$$

решений не имеет. В такой ситуации построенное основное состояние с щелью Υ в одночастичном спектре нормальных квазичастиц не является сверхтекучим, а их числа заполнения определяются теперь формулой

$$n(\mathbf{p}, T) = \frac{1}{1 + e^{E(\mathbf{p})/T}}, \quad (13)$$

причем в однородных системах с ФК энергия квазичастицы $E(\mathbf{p})$ нигде не обращается в нуль. В противном случае, когда уравнение (12) имеет нетривиальное решение, система становится сверхтекучей из-за куперовского спаривания частиц, которое перекраивает полученные формулы, что будет рассмотрено в отдельной работе.

В однородных электронных системах, например таких, которые обитают в кремниевых полевых структурах [22, 23], куперовского спаривания не происходит, и это означает, что при понижении плот-

ности до критического значения такие системы становятся *изоляторами* при $T \rightarrow 0$, как этого требует формула (13). При этом критическая плотность, при которой происходит фазовый переход металл–изолятор, обнаруженный в них при низких температурах более 20 лет назад [24, 25], есть одновременно критическая плотность *фермионной конденсации* двумерной электронной жидкости [26].

Обратимся теперь к двумерным купратам, в которых в прецизионных фотоэмиссионных экспериментах, выполненных за последнее десятилетие разными экспериментальными группами, была обнаружена так называемая Fermi arc structure, заключающаяся в том, что линия Ферми распадается на несвязанные друг с другом сегменты. Такая линия существует в районе ее пересечения с диагоналями зоны, но вблизи седловых точек в одночастичном спектре появляется несверхпроводящая щель. Наиболее распространенное объяснение увязывает Fermi arc structure со сверхпроводящими флуктуациями [27, 28]. Однако совсем недавно подобная перестройка линии Ферми была обнаружена при температурах вплоть до 100 К в фотоэмиссионных электронных 2D-спектрах металла Sr_2IrO_4 [29–31], который остается несверхпроводящим вплоть до совсем низких температур, что делает флуктуационный сценарий [27, 28] непригодным.

Посмотрим, как полученные выше результаты объясняют появление Fermi arc structure в купратах. Главное здесь то, что в купратах ФК занимает область, примыкающую к седловым точкам [7, 32]. Тогда для нормальных квазичастиц, обитающих в окрестности этих точек (так называемый antinodal region), переход между одночастичным нормальным состоянием и трехчастичным ФК-состоянием законом сохранения импульса не запрещен, и поэтому в antinodal region щель $\Upsilon(\mathbf{p} \notin \Omega)$ дается соотношением типа (11):

$$\Upsilon(\mathbf{p}) = z^2 |\Gamma| \sqrt{B(\mathbf{p})}, \quad \mathbf{p} \notin \Omega. \quad (14)$$

Для оценки фактора B заменим в первом слагаемом суммы (10) произведение $(1 - n_*(\mathbf{p}_1))(1 - n_*(\mathbf{p}_2))$ на $n_*(\mathbf{p}_1)n_*(\mathbf{p}_2)$. Тогда сумма легко вычисляется, давая $B = \eta^2$. Можно показать, что учет остатка, содержащего под знаком суммы фактор $1 - n_*(\mathbf{p}_1) - n_*(\mathbf{p}_2)$ в рассматриваемой области полученную оценку не меняет.

С другой стороны, при достаточно малых размерах области, занятой ФК, переходы между состоянием с тремя частицами ФК и одночастичными состояниями, импульс которых лежит в области пересечения линии Ферми с диагоналями зоны (так на-

зываемый nodal region, сверхпроводящая щель имеет там узел), фактически запрещен из-за невозможности выполнения закона сохранения импульса. В таком случае $B(\mathbf{p} \notin \Omega)$ обращается в нуль, и в согласии с экспериментом никакой щели в одночастичном спектре возбуждений в этой области нет. Таким образом, Fermi arc structure в купратах является, по сути дела, кинематическим эффектом.

Теперь рассмотрим поправки к полученным результатам, возникающим при учете других вкладов в трехчастичный пропагатор X . Нетрудно проверить, что все они сводятся к перенормировке химического потенциала, поскольку регулярны вблизи поверхности Ферми. Исключение составляет вклад, который содержит только одну надконденсатную функцию распространения. Действительно, если при его расчете использовать формулу (1) с бесщелевым Фермижидкостным спектром $\epsilon(\mathbf{p})$, он расходится логарифмически у поверхности Ферми, приводя к нефизическому поведению производной $(\partial \Sigma(\epsilon)/\partial \epsilon)_0$. Однако на самом деле интегрирование по импульсу надконденсатных частиц в полученных формулах всегда обрезается на нижнем пределе, порядок которого есть размер щели, давая в однородных системах несущественную поправку к химическому потенциалу. В купратах, где щель вблизи диагоналей зоны отсутствует, вместо нее работает другой эффект, заключающийся в резком росте одночастичного затухания γ , обычно пропорционального ϵ^2 . Как мы сейчас увидим, при учете рассеяния нормальных квазичастиц на ФК это затухание становится не зависящим от энергии. Тогда после некоторой алгебры с использованием операции интегрирования по частям получаем

$$X(\epsilon) \propto \eta^2 \ln(\epsilon^2 + \gamma^2(\epsilon)) + \text{regular terms}, \quad (15)$$

и таким образом, рассматриваемый вклад мал, и он тоже сводится к несущественной перенормировке химического потенциала μ .

Тот факт, что в системах с ФК затухание $\gamma(\epsilon)$ содержит не зависящую от энергии компоненту, нетрудно объяснить, вспомнив, что в теории Фермижидкости γ меняется квадратично с энергией ϵ . А замена в любой диаграмме мнимой части массового оператора $\Sigma(\epsilon)$ пары мнимых частей надконденсатных гриновских функций, имеющих вид $\text{Im } G(\mathbf{p} \notin \Omega, \epsilon) \propto \delta(\epsilon - \epsilon(\mathbf{p}))$, на мнимые части конденсатных, для которых $\text{Im } G(\mathbf{p} \in \Omega, \epsilon) \propto \delta(\epsilon)$, убивает в $\text{Im } \Sigma(\mathbf{p} \notin \Omega, \epsilon)$ оба множителя ϵ [10], приводя, в частности, к появлению экспериментально наблюдаемого в очень чистых электронных системах, напри-

мер в CeCoIn_5 , значительного остаточного сопротивления [33].

Обратимся теперь к анализу формулы (4), используя для этой цели лемановское разложение

$$G(\mathbf{p}, \varepsilon) = \int_0^\infty d\mathcal{E} \left(\frac{\sum_s |a_{0s}(\mathbf{p})|^2}{\varepsilon - \mathcal{E} + i\delta} + \frac{\sum_s |a_{s0}(\mathbf{p})|^2}{\varepsilon - \mathcal{E} - i\delta} \right). \quad (16)$$

Для начала стоит отметить, что стандартная Ферми-жидкостная полюсная часть гриновской функции (1) определяется теми матричными элементами этого разложения, для которых $\mathcal{E} = \epsilon(\mathbf{p})$, а множитель z возникает в уравнении (1) из-за того, что в точных состояниях, по которым в правой части (16) проводится суммирование, имеются многочастичные компоненты, в которых импульсы частиц лежат далеко от поверхности Ферми. Этот вклад универсален в том смысле, что при вычислении средних по основному состоянию множитель z исчезает из ответа [21].

В купратах эта же структура полюсной части гриновской функции сохраняется вне области, занятой ФК. Однако в районе Ω его обитания ситуация коренным образом меняется. Теперь в этой области в разложении (16) нет никакого единственного выделенного перехода, аналогичного тому, который есть в идеальном или неидеальном Ферми-газе. Наоборот, в противоположность теории Ландау конфигурация $\Psi_s = a_{\mathbf{p} \in \Omega}^+ \Phi_0$ имеет в таких системах нулевой статистический вес, и поэтому соответствующих пиков в ARPES data, которые есть в системах без ФК, не будет. Однако с другой стороны, согласно вариационному условию (1) в рассматриваемом случае имеется бесконечное число многочастичных волновых функций с одним и тем же распределением $n_*(\mathbf{p})$, и все они имеют одну и ту же энергию, совпадающую с энергией основного состояния, т.е. (в принятой выше нормировке) с энергией $\mathcal{E}(\mathbf{p} \in \Omega) = 0$.

Тогда в (16) по всем этим конфигурациям, обозначая их совокупность через s_c , можно провести суммирование, и, вводя естественное обозначение

$$zn_*(\mathbf{p}) = \sum_{s_c} |a_{s_c 0}(\mathbf{p})|^2, \quad (17)$$

получить соотношение (4). Как и раньше, множитель z возникает здесь из-за учета далеких вкладов в точные волновые функции системы. С другой стороны, сложная неуниверсальная структура многочастичных состояний, ассоциированная с вырожденными конфигурациями, точно учитывается введением квазичастичных чисел заполнения $n_*(\mathbf{p})$ фермионного конденсата, значения которых меньше единицы. Такое подавление соответствующих матричных

элементов в уравнении (17) происходит по причине, что какая-то из вырожденных многочастичных волновых функций, ассоциируемых с ФК и имеющих заданный импульс \mathbf{p} , может вообще не содержать одночастичной компоненты. Тогда вклад в сумму (17) она автоматически не дает, что и делает результат суммирования меньше единицы.

Между прочим, равенство $\mathcal{E}(\mathbf{p} \in \Omega) = 0$, использованное в данном анализе, полностью эквивалентно вариационному условию (2), записанному в виде $\epsilon(\mathbf{p}) = \mu$. Однако феноменологический подход к вычислению ФК распределения $n_*(\mathbf{p} \in \Omega)$, свойственный существующей версии теории, теперь представляется недостаточным. Точнее, в его рамках можно вычислить только нулевую итерацию $n_*^{(0)} \equiv n_*(\mathbf{p} \in \Omega; \eta = 0)$. Чтобы найти следующие, надо построить разложение ФК пропагатора $G^q(\mathbf{p} \in \Omega, \varepsilon)$ по степеням параметра η , аналогичное полученному разложению пропагатора $G^q(\mathbf{p} \notin \Omega, \varepsilon)$. В этой задаче методы, разработанные в теории Бозе-конденсации, уже неприменимы, и она будет рассмотрена в отдельной статье.

Заключение. В данной работе на основе диаграммной техники, разработанной Беляевым в его теории Бозе-жидкости, построена микроскопическая теория фермионной конденсации, в которой первоначальная версия этой теории [1, 6] является нулевым приближением. Конкретные расчеты выполнены во втором порядке по малому параметру $\eta = \rho_c/\rho$, где ρ_c – плотность ФК, а ρ – полная плотность системы. Показано, что учет взаимодействия ФК с надконденсатными частицами в рамках беляевского подхода к теории систем с конденсатом [17] ведет к возникновению щели, отделяющей спектр нормальных квазичастиц от спектра ФК, который остается вырожденным, и таким образом ФК приобретает статус midgap state. Полученные результаты применены к объяснению появления Fermi arc structure в электронных системах купратов.

В заключение автор приносит глубокую благодарность М. Звереву, М. Кацнельсону и Н. Прокофьеву за обсуждение проблем, затронутых в данной работе, которая отчасти поддержана грантом РФФИ 15-02-06261. Я так же благодарен McDonnell Center for the Space Sciences за поддержку.

1. В. А. Ходель, В. Р. Шагинян, Письма в ЖЭТФ **51**, 553 (1990).
2. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ **30**, 1056 (1956).
3. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ **35**, 97 (1958).
4. V. A. Khodel, V. V. Khodel, and V. R. Shaginyan, Phys. Rep. **249**, 1 (1994).

5. И. М. Лифшиц, *ЖЭТФ* **38**, 1569 (1960).
6. P. Nozières, *J. Phys. I France* **2**, 443 (1992).
7. V. Yu. Irkhin, A. A. Katanin, and M. I. Katsnelson, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 076401 (2002).
8. V. A. Khodel, J. W. Clark, and M. V. Zverev, *Phys. Rev. B* **78**, 075120 (2008).
9. V. A. Khodel, J. W. Clark, and M. V. Zverev, *Physics of Atomic Nuclei* **74**, 1237 (2011).
10. V. R. Shaginyan, A. Z. Msezane, K. G. Popov, J. W. Clark, M. V. Zverev, and V. A. Khodel, *Phys. Rev. B* **86**, 085147 (2012).
11. J. W. Clark, M. V. Zverev, and V. A. Khodel, *Ann. Phys.* **327**, 3063 (2012).
12. D. Yudin, D. Harshmeier, H. Hafermann, O. Ericsson, A. I. Lichtenstein, and M. I. Katsnelson, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 070403 (2014).
13. M. Ya. Amusia, K. G. Popov, V. R. Shaginyan, and V. A. Stephanovich, *Theory of Heavy-Fermion Compounds*, Springer Series in Solid-State Sciences **182**, Springer, Berlin (2014).
14. Г. Е. Воловик, *Письма в ЖЭТФ* **53**, 222 (1991).
15. G. E. Volovik, *Springer Lecture Notes in Physics* **718**, 31 (2007).
16. S.-S. Lee, *Phys. Rev. D* **79**, 086006 (2009).
17. С. Т. Беляев, *ЖЭТФ* **34**, 417 (1958); **34**, 433 (1958).
18. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Физматгиз, М. (1962).
19. В. М. Галицкий, *ЖЭТФ* **34**, 151 (1958).
20. В. М. Галицкий, *Избранные труды. Исследования по теоретической физике*, Наука, М. (1983).
21. А. Б. Мигдал, *Теория конечных Ферми-систем и свойства атомных ядер*, Наука, М. (1965).
22. E. Abrahams, S. V. Kravchenko, and M. P. Sarachik, *Rev. Mod. Phys.* **73**, 251 (2001).
23. В. Т. Долгополов, *Физика низких температур* **33**, 143 (2007).
24. S. V. Kravchenko, G. V. Kravchenko, J. E. Furneaux, V. M. Pudalov, and M. D'Iorio, *Phys. Rev.* **50**, 8039 (1994).
25. S. V. Kravchenko, W. E. Mason, G. E. Bowker, J. E. Furneaux, V. M. Pudalov, and M. D'Iorio, *Phys. Rev.* **51**, 7038 (1995).
26. М. В. Зверев, В. А. Ходель, В. Р. Шагинян, *ЖЭТФ* **109**, 1054 (1996).
27. M. R. Norman, H. Ding, M. Randeria, J. C. Campuzano, T. Yokoya, T. Takeuchi, T. Takahashi, T. Mochiku, K. Kadowaki, P. Guptasarma, and D. H. Hinks, *Nature* **392**, 157 (1998).
28. B. Keimer, S. A. Kivelson, M. R. Norman, S. Uchida, and J. Zaanen, *Nature* **518**, 179 (2015).
29. Y. K. Kim, O. Krupin, J. D. Denlinger, A. Bostwick, E. Rotenberg, Q. Zhao, J. F. Mitchell, J. W. Allen, and B. J. Kim, *Science* **345**, 187190 (2014).
30. A. de la Torre, S. McKeown Walker, F. Y. Bruno et al (Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **115**, 176402 (2015).
31. Y. K. Kim, N. H. Sung, J. D. Denlinger, and B. J. Kim, arXiv: 1506.066392.
32. M. V. Zverev, V. A. Khodel, and J. W. Clark, *JETP Lett.* **74**, 46 (2001).
33. V. A. Sidorov, M. Nicklas, P. G. Pagliuso, J. L. Sarrao, Y. Bang, A. V. Balatsky, and J. D. Thompson, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 157004 (2002).