

Условия убегания электронов в газовом диоде с сильно неоднородным электрическим полем

Н. М. Зубарев¹⁾, Г. А. Месяц, М. И. Яландин

Институт электрофизики УрО РАН, 620016 Екатеринбург, Россия

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 27 февраля 2017 г.

Рассмотрена динамика убегания электронов в газовом диоде в резко неоднородном электрическом поле, обусловленном геометрией электродов. Для кромочного катода на основе аналитического решения уравнения движения электронов показано, что их убегание на периферии, в области слабого поля, возможно лишь если приложенная разность потенциалов превышает некоторое пороговое значение, определяемое межэлектродным расстоянием и параметрами газа. Это условие дополняет классическое условие убегания, согласно которому напряженность поля на эмиссионной кромке катода должна превышать зависящее лишь от параметров газа значение. По нашим оценкам, новое условие накладывает более высокие требования, чем классическое, на величину поля в пределе сильно заостренной кромки катода.

DOI: 10.7868/S0370274X17080124

1. Введение. Как известно из [1–3], при высоких значениях напряженности электрического поля энергия направленного движения, приобретаемая частью свободных электронов в газе, может превышать энергию, отдаваемую в неупругих столкновениях с молекулами, и они начинают непрерывно ускоряться, т.е. становятся убегающими. Интерес к исследованию убегающих электронов (УЭ) во многом обусловлен их значительной ролью в процессах, происходящих при импульсном пробое газа [4–8]. В частности, УЭ осуществляют предварительную ионизацию газа в межэлектродном промежутке на стадии запаздывания пробоя.

В однородном поле достаточным условием убегания электронов является превышение его напряженностью порогового значения E_r , определяемого параметрами газа [1–3] ($E_r \approx 450$ кВ/см для азота и воздуха при атмосферном давлении). Особенностью лабораторных исследований генерации УЭ зачастую является резкая неоднородность электрического поля в межэлектродном промежутке (для локального усиления поля используются катоды в форме острия, либо лезвия). Поле тогда превышает пороговое значение лишь в малой окрестности рабочей поверхности катода, и для ответа на вопрос о возможности убегания электронов требуется изучение их движения на периферии – в области слабого поля.

В настоящей работе рассмотрена динамика убегания электронов в газовом диоде в резко неоднородном поле, обусловленном геометрией электродов. Полагалось, что напряженность поля спадает с расстоянием от катода z как $z^{-1/2}$. Такая ситуация, в частности, реализуется для геометрии разрядного промежутка “трубчатый кромочный катод – плоский анод”, часто используемой для экспериментального исследования генерации пучков УЭ [8–10]. На основе аналитического решения уравнения движения электронов при параболической аппроксимации сечения кромки катода сформулировано необходимое условие убегания электронов на периферии, в области слабого поля, дополняющее классическое условие убегания $E_0 > E_r$, где E_0 – напряженность макроскопического поля на кромке²⁾. Новое условие имеет форму $E_0 \geq \sqrt{E_r U^* / R}$, где R – радиус кривизны кромки катода, U^* – слабо зависящий от межэлектродного расстояния параметр ($U^* \approx 2.85$ кВ для расстояний в диапазоне 6–26 мм). Именно это условие, а не классическое, будет определять переход электронов в режим убегания для сильно заостренной кромки катода с $R < U^* / E_r \approx 0.06$ мм (такая оценка соответствует азоту при атмосферном давлении).

²⁾Микроскопическое поле на катоде, обусловленное наличием различного рода микронеоднородностей на поверхности, может превышать макроскопическое поле E_0 на 1-2 порядка, обеспечивая тем самым условия для эмиссии электронов [2].

¹⁾e-mail: nick@iep.uran.ru

2. Уравнение движения электронов в неоднородном поле. Пусть электрон, эмитированный из прикатодной области, движется к аноду вдоль оси z . Изменение его кинетической энергии можно описать простейшим уравнением [3, 5]:

$$\frac{d\varepsilon}{dz} = e|E(z)| - F(\varepsilon), \quad (1)$$

где e – элементарный заряд, $E(z)$ – распределение напряженности поля вдоль оси z , $F(\varepsilon)$ – сила трения электрона в газе. Будем считать, что энергия электрона не превышает 50 КэВ (см. оценки в разд. 5). Тогда его лоренц-фактор близок к единице ($\gamma \approx 1.1$) и для $F(\varepsilon)$ можно использовать формулу Бете для нерелятивистской области энергий [2, 3, 11]:

$$F(\varepsilon) = 2\pi Z e^4 n \varepsilon^{-1} \ln(2\varepsilon/I), \quad (2)$$

где Z – число электронов в нейтральной молекуле газа, n – концентрация молекул, I – средняя энергия неупругих потерь.

Очевидно, что достаточным критерием убегания в неоднородном поле является положительность правой части уравнения (1) вдоль траектории электрона. Однако, для того чтобы сделать вывод о возможности убегания электрона, необходимо знать зависимость $\varepsilon(z)$, т.е. решить уравнение (1). В общем случае (для произвольных распределений поля $E(z)$) его не удастся решить аналитически. Как мы покажем в настоящей работе, можно добиться существенного прогресса в интересующем нас частном случае, когда $E \sim z^{-1/2}$.

Зависимость $F(\varepsilon)$ является немонотонной. При $\varepsilon_c = eI/2$, где $e \approx 2.718$ – основание натурального логарифма, в этой зависимости имеется максимум, $F_{\max} = 4\pi Z e^4 n/eI$. Если бы электрическое поле было однородным, то, как ясно из баланса сил в (1), критерием убегания электронов являлось бы превышение напряженностью поля критического значения $E_r = F_{\max}/e$, т.е. классический критерий [2, 5, 11]:

$$|E| > E_r, \quad E_r \equiv 4\pi Z e^3 n/eI. \quad (3)$$

Для азота ($Z = 14$) можно взять $I \approx 80$ эВ [2]. Максимум силы трения тогда приходится на $\varepsilon_c \approx 109$ эВ. Для нормальных условий $E_r \approx 450$ кВ/см.

В неоднородном поле, быстро спадающем при удалении от катода, выполнения условия (3) во всем межэлектродном промежутке для убегания электронов не требуется (оно, конечно, должно выполняться в некоторой окрестности эмиссионной поверхности, где электрон набирает энергию, превышающую ε_c). При удалении от катода кулоновская сила $|eE|$

уменьшается, однако с ростом энергии ε электрона уменьшается и сила трения F в газе. В результате возможна ситуация, когда электрон будет продолжать непрерывно ускоряться и в области слабого поля. Возможна и реализация противоположного случая, когда на периферии сила трения будет доминировать над кулоновской. Убегающий электрон тогда потеряет энергию и станет относительно медленно дрейфовать к аноду (станет, как говорят, тепловым).

Рассмотрим катод в форме лезвия, для которого напряженность поля максимальна на кромке и быстро убывает в направлении анода. Будем использовать аппроксимацию формы кромки катода (его поперечного сечения плоскостью $\{x, z\}$) параболой $z = -x^2/2R$, где R – радиус кривизны поверхности в начале координат. Точное решение для распределения поля вдоль оси z вблизи катода с параболическим профилем имеет вид

$$E(z) = -E_0(1 + 2z/R)^{-1/2}, \quad (4)$$

где $E_0 \equiv |E(0)|$ – абсолютное значение напряженности поля на кромке катода. Положим, что величина E_0 не меняется со временем. Для импульсного пробоя газа это соответствует тому, что генерация пучка УЭ происходит вблизи максимума импульса, как, например, в экспериментах [12, 13]. Отметим, что сходное по форме с (4) выражение было предложено в работе [14] для описания распределения электрического поля вблизи кромочного цилиндрического катода в магнитно-изолированном коаксиальном диоде. Формула (4) дает достаточно качественную аппроксимацию рассчитанного численно в [9] распределения поля вблизи эмитирующей кромки трубчатого катода.

В малой окрестности кромки катода поле можно приближенно считать однородным: $E(z) \approx -E_0$. Очевидно, что в этой области условием убегания стартующих с катода электронов будет классический критерий (3), который запишется как

$$E_0 > E_r. \quad (5)$$

Для его применимости важно, что в поле величин порядка E_r электрон набирает энергию ε_c , проходя путь всего в несколько микрон (оценка расстояния без учета потерь дает $\varepsilon_c/(eE_r) \approx 2.4$ мкм). Тогда условие $z/R \ll 1$, обеспечивающее однородность поля, заведомо выполняется (обычно значения радиуса кривизны R относятся к диапазону 50–500 мкм [9, 10]).

Условие (5) обеспечивает убегание электронов в непосредственной близости катода, но не обеспечивает их убегания на периферии $z > R$, где напряжен-

ность поля быстро падает. В этой области, как указывалось выше, энергия электрона уже значительно превышает экстремальное значение ε_c . Это позволяет воспользоваться для силы трения F вместо формулы (2) приближенным выражением

$$F(\varepsilon) \approx 2\pi Z e^4 n \varepsilon^{-1} \Lambda, \quad \Lambda \equiv \ln(2\varepsilon_{\max}/I), \quad (6)$$

в котором мы положили энергию ε под знаком логарифма равной максимальной энергии ε_{\max} , достигаемой электроном на межэлектродном промежутке (для УЭ она соответствует энергии на аноде), т.е., фактически, пренебрегли слабой логарифмической зависимостью от энергии. Отметим, что при изменении энергии электрона от 1 до 50 КэВ значение логарифма в (2) увеличивается сравнительно мало: от 3.2 до 7.1.

Уравнение движения электрона в газе (1) с учетом (4) и (6) принимает вид

$$\frac{d\varepsilon}{dz} = \frac{eE_0}{\sqrt{1+2z/R}} - \frac{2\pi Z e^4 n}{\varepsilon} \Lambda. \quad (7)$$

Как мы покажем далее, это нелинейное дифференциальное уравнение удается решить аналитически.

3. Аналитические решения уравнения движения. Уравнение (7) радикально упрощается, если ввести вспомогательную безразмерную функцию

$$A(z) = \frac{\varepsilon(z)}{\varepsilon_0(z) + eE_0 R}, \quad (8)$$

где мы обозначили за $\varepsilon_0(z)$ энергию, которую набрал бы за путь z стартующий с катода с нулевой скоростью электрон в вакууме, т.е. в отсутствие силы трения. При распределении поля (4) имеем

$$\varepsilon_0(z) = -\int_0^z eE(z) dz = eE_0 R \left(\sqrt{1+2z/R} - 1 \right). \quad (9)$$

Подстановкой (8) в (7) находим, что величина A удовлетворяет следующему нелинейному уравнению:

$$\frac{dA}{dy} = f(A), \quad f(A) \equiv \frac{1}{2} - \frac{k}{A} - \frac{A}{2}, \quad (10)$$

где мы ввели вспомогательную безразмерную переменную $y = \ln(1+2z/R)$, а также обозначили

$$k = \frac{\pi Z e^2 n \Lambda}{E_0^2 R} \equiv \frac{eIE_r \Lambda}{4eE_0^2 R}. \quad (11)$$

Безразмерный параметр k характеризует относительное влияние на движение электрона силы трения и кулоновской силы.

Для понимания процессов, описываемых уравнением (10), следует пояснить физический смысл

функции A . Эту величину в области $z \gg R$ можно интерпретировать как долю от энергии в вакуумном приближении, которую электрон набирает в газе. Действительно, в этом пределе будет $\varepsilon_0(z) \gg eE_0 R$ и мы получим $A(z) \approx \varepsilon(z)/\varepsilon_0(z)$.

Вернемся к анализу ключевого уравнения (10). Его решение, неразрешенное относительно искомой функции A , строится интегрированием: $y = \int f^{-1}(A) dA$, где интеграл берется различным образом в зависимости от значения параметра k и начальных значений A . Однако для понимания процессов, описываемых уравнением, не требуется проводить анализ всех его решений. Достаточно проанализировать их асимптотическое поведение. Именно асимптотики для $y \rightarrow \infty$ позволят сделать вывод о возможности убегания электронов на всем межэлектродном промежутке.

Как ясно из (10), значение A растет с увеличением y (и, следовательно, расстояния z) при $f(A) > 0$ и уменьшается при $f(A) < 0$. Условие $f(A) = 0$ задает стационарные точки уравнения, в которых $dA/dy = 0$. Оно сводится к квадратному уравнению

$$A^2 - A + 2k = 0, \quad (12)$$

у которого при $k > 1/8$ нет корней. В этом случае $f(A) < 0$ при любых A (рис. 1) и, следовательно, ве-

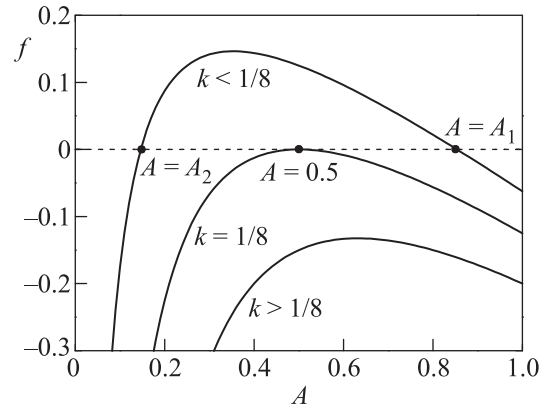


Рис. 1. Зависимости $f(A)$ при трех различных значениях управляющего параметра k : $k = 1/16 < 1/8$, $k = 1/8$ и $k = 1/5 > 1/8$

личина A монотонно убывает. При малых A в уравнении (10) доминирующим становится второе слагаемое, а его приближенным решением будет

$$A \approx \sqrt{2k(y_0 - y)}, \quad y \rightarrow y_0, \quad (13)$$

т.е. A обращается в нуль при некотором $y = y_0$. Как следствие, энергия электрона падает (формально) до нуля за конечное время. Убегания электронов не происходит.

Случай $k = 1/8$ – пограничный. Уравнение (12) имеет единственный корень $A = 1/2$ (см. рис. 1). Если исходно $A < 1/2$, то $f(A) < 0$ и A будет уменьшаться до нуля в соответствии с формулой (13). Электрон при этом станет тепловым. При $A > 1/2$ снова имеем $f(A) < 0$, однако в этом случае значение A не будет падать до нуля, а будет уменьшаться, асимптотически стремясь к стационарному значению $A = 1/2$. Важно понимать, что в такой ситуации уменьшение A не означает уменьшение энергии электрона, а лишь уменьшение ее доли от энергии в вакуумном приближении. Сама энергия будет расти, что соответствует убеганию электрона.

Наконец, при $k < 1/8$ уравнение (12) имеет два корня: $A = A_{1,2} \equiv (1 \pm \sqrt{1 - 8k})/2$. В этой ситуации возможно три различных режима движения электрона (см. рис. 1). При $A < A_2$ (начальная энергия электрона относительно мала) имеем $f(A) < 0$ и значение A согласно формуле (13) будет монотонно падать до нуля. Электрон, соответственно, не убегает. При $A_2 < A < A_1$ (т.е. при больших начальных энергиях электрона) имеем $f(A) > 0$. Тогда A будет монотонно нарастать, асимптотически стремясь к значению A_1 . Наконец, при $A > A_1$ имеем $f(A) < 0$ и A будет уменьшаться, снова стремясь к значению A_1 . Таким образом, стационарное решение $A = A_1$ является асимптотикой для всей области начальных условий $A > A_2$. Именно оно описывает убегание электронов на периферии.

Подведем итоги. Анализ динамики электронов в газовом диоде с сильно неоднородным электрическим полем в рамках уравнения (10) показал, что убегание электронов на периферии возможно только при выполнении условия $k \leq 1/8$, причем убегающими становятся электроны, для которых исходно выполнялось условие $A > A_2$, т.е. энергия которых достаточно велика: $\varepsilon > A_2(\varepsilon_0 + eE_0R)$. Асимптотически энергия всех УЭ будет стремиться к значению, составляющему фиксированную долю $A = A_1 \geq 1/2$ от их энергии в вакуумном приближении.

4. Критерии убегания электронов в неоднородном поле. Проведенный анализ движения электрона в резко неоднородном электрическом поле позволяет сформулировать условия генерации УЭ. Во-первых, конечно, на кромке катода должен выполняться классический критерий убегания $E_0 > E_r$. Во-вторых, необходимым условием убегания электронов на периферии является выполнение неравенства $k \leq 1/8$, или, с учетом (6) и (11), неравенства

$$\frac{2eIE_r}{eE_0^2R} \ln \left(\frac{2\varepsilon_{\max}}{I} \right) \leq 1. \quad (14)$$

Пусть D – межэлектродное расстояние. Тогда для УЭ $\varepsilon_{\max} = \varepsilon(D)$. Будем полагать, что выражение (4) описывает распределение поля не только вблизи катода, но и на всем межэлектродном промежутке. Как было показано в предыдущем разделе, для порога убегания для УЭ будет $A \rightarrow 1/2$, т.е. в неупругих столкновениях теряется половина энергии электронов. Тогда в выражении (14) следует положить

$$\varepsilon_{\max} \approx \varepsilon_0(D)/2 \approx eE_0\sqrt{DR}/2, \quad (15)$$

где мы использовали формулу (9) с учетом того, что $D \gg R$. При подстановке (15) в (14) получим следующий критерий убегания электронов:

$$E_0 \geq E_r^*(R, D), \quad E_r^* \equiv \sqrt{E_r U^*(D)/R}. \quad (16)$$

Здесь введен вспомогательный параметр U^* , имеющий размерность напряжения. Он определяется трансцендентным уравнением

$$eU^*/eI = \ln(2e^2DE_rU^*I^{-2}), \quad (17)$$

согласно которому U^* логарифмически слабо зависит от D . Оценим значение этого параметра. В экспериментах [8–10] межэлектродное расстояние D варьировалось в диапазоне 6–26 мм. Подставляя эти значения в (17), получаем, что $U^*(D)$ меняется лишь незначительно: от 2.7 до 3.0 кВ. Для оценок можно использовать среднее значение $U^* \approx 2.85$ кВ.

Таким образом, имеются два критерия убегания электронов – классический критерий $E_0 > E_r$, который обеспечивает убегание в непосредственной близости эмитирующей кромки катода, а также дополнительный критерий (16) убегания на периферии, в быстро спадающем поле. Определять пороговые условия для убегания электронов будет более строгий критерий. Сравним критические поля E_r и E_r^* для различных значений радиуса кривизны кромки катода. Соответствующие зависимости для азота при нормальных условиях представлены на рис. 2. Видно, что при достаточно больших радиусах R имеем $E_r > E_r^*$ и порог убегания определяется классическим критерием $E_0 > E_r \approx 450$ кВ/см. При относительно малых R имеем $E_r < E_r^*$ и порог убегания определяется новым критерием (16). Область радиусов R , в которой необходимо использовать новый критерий, определяется как $R < R^*$, где $R^* \equiv U^*/E_r \approx 63$ мкм.

Для сравнения с экспериментальными данными условие (16) удобно переписать в терминах напряжения $U \equiv \varepsilon_0(D)/e$, приложенного к газовому диоду:

$$U \geq U_r^*(D), \quad U_r^* \equiv \sqrt{2DE_rU^*(D)}, \quad (18)$$

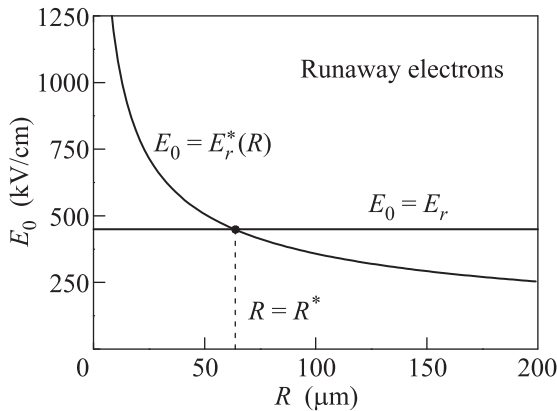


Рис. 2. Пороговые для убления электронов значения напряженности поля на катоде для различных радиусов скругления его кромки согласно классическому ($E_0 > E_r$) и дополнительному ($E_0 \geq E_r^*$) критерию. Граничным значением для использования различных критериев является радиус ~ 0.06 мм

где мы учли, что при $R \ll D$, как следует из (9), величины U , D и E_0 связаны простым соотношением $U \approx E_0 \sqrt{2DR}$. Преимущество этой формы условия в том, что она не использует значение напряженности поля на кромке E_0 , которое зачастую неизвестно. Отметим, что, с учетом (3) и (17), пороговое значение напряжения (18) имеет форму закона подобия $U_r^* = U_r^*(nD)$, характерного для разрядов в газах.

5. Заключительные замечания. В экспериментальных работах [8–10] радиус скругления кромки трубчатого катода варьировался в диапазоне 0.05–0.5 мм, т.е. заходил в интересующую нас область $R < R^*$. Однако в экспериментах с катодом с тонкой кромкой $R = 0.05$ мм [8, 9] не ставилась задача определять пороговые условия генерации УЭ. В них лишь регистрировалось, при каком напряжении инжектировался пучок УЭ на фронте импульса ускоряющего напряжения неизменной формы. Было установлено, что при изменении межэлектродного расстояния от 6 до 26 мм стартовое напряжение инжекции увеличивалось от 105 до 155 кВ. Отметим, что по критерию (18) пороговое для убления напряжение оценивается как 40–80 кВ, т.е. этот критерий заведомо выполнялся. Отметим также, что, согласно расчетам авторов [8, 9], напряженность поля на кромке катода в момент инжекции пучка составляла ~ 1500 кВ/см. Для сравнения, критерий (16) требует превышения полем критического значения $E_r^* \approx 500$ кВ/см, а классический критерий – значения $E_r \approx 450$ кВ/см, т.е. оба критерия выполнялись с трехкратным запасом. Напомним, что энергия электронов вблизи порога убления оценивается как $\varepsilon_{\max} \approx eU_r^*/2$ (реализуется

асимптотика $A \rightarrow 1/2$), а тогда для напряжений 40–80 кВ будет $\varepsilon_{\max} \approx 20$ –40 КэВ. В разд. 2, выписывая уравнения движения электронов (1) с силой трения (2), мы указывали, что энергия УЭ не должна превышать 50 КэВ. Таким образом, это требование выполняется.

Пороговые условия генерации УЭ в воздухе в геометрии разрядного промежутка “трубчатый кромочный катод – плоский анод” целенаправленно исследованы в экспериментальной работе [10] (см. также [8]). Однако при этом использовался катод с довольно большим радиусом скругления кромки 0.2 мм, т.е. относящимся к области $R > R^*$, где более строгим является классический критерий убления. Было установлено, что при $D = 8$ –20 мм УЭ возникают при разности потенциалов $U \geq 74$ –84 кВ. Напряженность поля на кромке катода при этом оценивалась как ~ 600 кВ/см, т.е. она была сопоставима с классическим порогом убления. Отметим, что выведенный в настоящей работе критерий (18) дает для этих геометрических параметров следующую оценку порогового значения напряжения: $U_r^* \approx 45$ –72 кВ, что достаточно близко к данным экспериментов.

Итак, согласно нашим оценкам, критерий (18) убления электронов в неоднородном электрическом поле, наряду с классическим критерием (5), всегда выполнялся в условиях, когда в экспериментах наблюдалась генерация пучка УЭ. Проведенный анализ позволяет высказать предположение, что при малых радиусах скругления кромки трубчатого катода пороговые для генерации УЭ значения напряженности поля на катоде будут существенно превышать классическое значение, равное ~ 450 кВ/см (см. рис. 2). Для его проверки следует провести экспериментальные исследования порога генерации УЭ по разработанной в [10] методике для катодов с $R < R^* \approx 63$ мкм.

Работа выполнена в рамках тем государственных заданий 0023-2014-0200 и 0389-2014-0005/6 при частичной поддержке Президиума РАН (программа # 9) и РФФИ (проект 17-08-00430).

1. А. В. Гуревич, ЖЭТФ **39**, 1296 (1960).
2. Ю. Д. Королев, Г. А. Месяц, Автоэмиссионные и взрывные процессы в газовом разряде, Наука, Новосибирск (1982).
3. L. P. Babich, *High-energy Phenomena in Electric Discharges in Dense Gases*, Futurepast, Arlington (2003).
4. Ю. Л. Станкевич, В. Г. Калинин, ДАН СССР **177**, 72 (1967).

5. Г. А. Месяц, Ю. И. Бычков, В. В. Кремнев, УФН **107**, 201 (1972).
6. Л. П. Бабич, Т. В. Лойко, В. А. Цукерман, УФН **160**, 49 (1990).
7. В. Ф. Тарасенко, С. И. Яковленко, УФН **174**, 953 (2004).
8. Г. А. Месяц, М. И. Яландин, А. Г. Реутова, К. А. Шарыпов, В. Г. Шпак, С. А. Шунайлов, Физика плазмы **38**, 34 (2012).
9. Г. А. Месяц, В. Г. Шпак, С. А. Шунайлов, М. И. Яландин, Письма в ЖТФ **34**(4), 71 (2008).
10. G. A. Mesyats, A. G. Reutova, K. A. Sharupov, V. G. Shpak, S. A. Shunailov, and M. I. Yalandin, Laser and Particle Beams **29**, 425 (2011).
11. А. В. Гуревич, К. П. Зыбин, УФН **171**, 1177 (2001).
12. A. V. Gurevich, G. A. Mesyats, K. P. Zybin, A. G. Reutova, V. G. Shpak, S. A. Shunailov, and M. I. Yalandin, Phys. Lett. A **375**, 2845 (2011).
13. A. V. Gurevich, G. A. Mesyats, K. P. Zybin, M. I. Yalandin, A. G. Reutova, V. G. Shpak, and S. A. Shunailov, Phys. Rev. Lett. **109**, 085002 (2012).
14. С. Я. Беломытцев, И. В. Романченко, В. В. Ростов, Изв. ВУЗов. Физика **51**(3), 71 (2008).