

Квантовое отклонение атома при когерентном рассеянии

А. И. Трубилко¹⁾

Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России, 196105 Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 4 апреля 2017 г.

После переработки 7 апреля 2017 г.

Рассмотрены эффекты квантового отклонения двухуровневого атома при когерентном рассеянии в неоднородном оптическом потенциале, созданном скрещенными электромагнитными полями. Область взаимодействия образована квантованной стоячей волной низкочастотного диапазона микромазера и бегущей когерентной волной оптического частотного диапазона, источником которой является локализованное внутри резонатора оптическое волокно. Атом взаимодействует с обоими полями в условиях двухфотонного двухволнового резонанса. Показано, что можно наблюдать два эффекта квантового отклонения поступательного движения атома. Взаимодействие со стоячей волной обуславливает, в данных условиях, гармонический потенциал, характер рассеяния атома на котором существенно зависит от начальных условий приготовления атома и квантованной моды. Другой эффект, отклонение атома бегущей классической волной – также является в данных условиях полностью квантово-механическим, он продуцирован некоммутативным вкладом оператора кинетической энергии атома и энергии взаимодействия.

DOI: 10.7868/S0370274X17090132

1. Введение. Задача о рассеянии атома в неоднородном поле световой волны занимает центральное место для целей атомной оптики и спектроскопии [1, 2]. Она стала основой для целого ряда самостоятельных направлений исследований, таких как лазерное охлаждение [3], локализация атомов и ионов в ловушках [4] и оптических решетках [5], атомная интерферометрия [6]. Полное решение задачи представляет собой сложную проблему из-за многопараметричности начальных условий и многозначности решений в разных режимах рассеяния. Наиболее просто исследуется важный режим когерентного рассеяния, где можно пренебречь релаксационными процессами. При его реализации в полной мере проявляется когерентная связь внутренних и трансляционных степеней свободы атомно-полевой системы. Такая связь приводит к наблюдению целого ряда квантовых эффектов. Так, в [7] и [8] рассмотрены эффекты квантовой линзы и квантовой призмы, связанные с отклонением атома на определенный угол в зависимости от состояния поля стоячей волны. В работах [9] обсуждается проявление в рассеянии начальной квантовой корреляции между атомом и квантованным полем. Заметим, что оптический аналог эффекта Штерна–Герлаха для отклонения атома полем когерентной стоячей волны наблюдался экспериментально [10]. Применение такого рода эффектов для создания локализованных атомных

структур в нанолитографии [11], оптических стандартов времени и частоты [12], при исследовании бозе-эйнштейновского конденсата [13], для использования в квантовой информатике и др., активно обсуждается.

В этой работе мы исследуем когерентное рассеяние двухуровневого атома на двумерной структуре, образованной скрещенными электромагнитными полями существенно разного частотного диапазона. Одно из полей представляет собой стоячую волну квантованного поля микромазера, а другое – мощную когерентную бегущую волну, исходящую из одномодового волокна, расположенного в некоторой точке пространства микромазера. Такая геометрия эксперимента обеспечивает рассеяние атома на квантованном гармоническом потенциале. Частота атомного перехода отвечает двухфотонному двухволновому резонансу, когда каждое из электромагнитных полей взаимодействует с атомом в крыле линии поглощения. Мы заостряем внимание на двух квантовых эффектах отклонения атома. Во-первых, мы демонстрируем наблюдение разного характера поступательного движения атома при взаимодействии с полем квантованной микромазерной моды в зависимости от начальных условий задачи. Следует отметить, что речь идет о сравнении несепарабельного и факторизованного начального состояния системы, для которых начальные состояния собственно отдельных атома и квантованного поля – одинаковые. Необходимые начальные состоя-

¹⁾e-mail: trubilko.andrey@gmail.com

ния системы можно приготовить посредством воздействия на атом и поле широкополосных параметрических источников [14], а сами такие источники могут быть получены в условиях эксперимента [15]. Во-вторых, мы обсуждаем эффект отклонения атома полем бегущей классической волны, который может быть в данном случае наблюдаем. Этот эффект обусловлен отличным от нуля значением коммутатора оператора кинетической энергии атома и энергии его взаимодействия, а потому имеет существенно квантово-механическую природу. Заметим, что значение этого вклада оказывается малым по сравнению с энергией взаимодействия атома с потенциалом стоячей волны. При взаимодействии атома с полем бегущей волны, в условиях его резонансного характера взаимодействия такое отклонение также может быть проигнорировано, поскольку абсолютное значение отклонения атома оказывается на пять порядков меньше его собственных размеров.

Статья построена следующим образом. Вначале с помощью метода унитарного преобразования, с учетом движения атома, получен эффективный гамильтониан взаимодействия в рассматриваемых условиях. Далее проведен анализ явления когерентного рассеяния атома на двумерной структуре в зависимости от начальных условий задачи.

2. Постановка задачи. Гамильтониан рассеяния. Рассмотрим когерентное рассеяние двухуровневого атома на двумерной области неоднородности, образованной скрещенными электромагнитными полями, в экспериментальной постановке, представленной на рис. 1. Пусть одно световое поле представляет собой квантованную стоячую волну микромазера частотой ω_c , оно образовано посредством возбуждения резонатора внешним параметрическим широкополосным источником и локализовано вдоль оси x . Другое световое поле частотой ω , принадлежащей оптическому диапазону, представляет собой мощную когерентную бегущую волну с волновым вектором \mathbf{k} от локализованного в некоторой точке резонатора оптического волокна. Эта световая волна распространяется вдоль оси z . Двухуровневый атом, характеризуется частотой перехода ω_0 между рабочими уровнями и движется вдоль направления y . До взаимодействия с указанными полями он в некоторой области пространства также взаимодействует с широкополосным полем параметрического источника. Для атома взаимодействие с внешним широкополосным полем является слабым, что дает возможность пренебречь эффектами отдачи при формировании начального состояния системы.

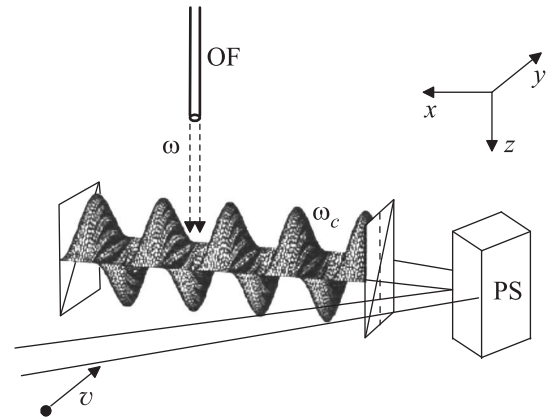


Рис. 1. Когерентное рассеяние атома на двумерной структуре, образованной квантованной стоячей волной микромазера с частотой ω_c и классической когерентной волной на частоте ω . Параметрический источник (PS) создает необходимое начальное состояние атома и квантованного поля. Источником когерентного поля является оптическое волокно (OF), расположенное внутри резонатора микромазера

Поля параметрических источников возбуждения атома и квантованной моды стоячей волны являются широкополосными, их центральные частоты отвечают резонансным частотам перехода атома и электромагнитной волны микромазерного резонатора, соответственно. Широкополосность в данном случае понимается в том смысле, что частотные полосы излучения источников должны быть много больше скоростей релаксации атома и возбуждаемой моды. Это необходимо для осуществления слабого квазирезонансного взаимодействия полей источников и объектов возбуждения. В этих условиях внешние поля играют роль термостатов, их состояние не изменяется, а эволюцию атома и моды можно описать кинетическим уравнением лимбладовского типа. Сами внешние параметрические источники могут быть независимыми, тогда начальное состояние атома и поля стоячей волны является факторизованным. Вместе с тем начальное состояние атома и этой моды, может быть и нефакторизованным. Это оказывается возможным, если внешние широкополосные поля генерируются одним параметрическим источником в режиме невырожденной генерации. В таком случае стационарное состояние атома и световой моды, как показано в [14], обладает квантовыми корреляциями. Состояния отдельных систем, а именно самого атома ρ_a и квантованного поля кольцевого резонатора ρ_f , определяются усреднением полной атомно-полевой матрицы плотности ρ , в силу соотношений $\rho_a = S p_f \rho$, $\rho_f = S p_a \rho$. Эти состояния подсистем

как для случая их возбуждения независимыми параметрическими источниками, так и при возбуждении параметрическим источником в невырожденном режиме, создающем квантовые корреляции в несепарабельной системе, полностью идентичны. Мы будем анализировать движение атома, как результат когерентного рассеяния на области двумерной неоднородности электромагнитных полей для случая независимого начального состояния атома и поля резонатора и состояния, обладающего квантовыми корреляциями.

Будем считать, что для каждого из электромагнитных полей выполнены условия дисперсионного взаимодействия с атомом. Иными словами и частота квантованного поля стоячей волны микролазера ω_c , и частота светового поля когерентной бегущей волны $\omega \gg \omega_c$ находятся в крыле линии поглощения двухуровневого атома с частотой перехода ω_0 . Тогда при электродипольном характере взаимодействия считаем выполненными условия двухфотонного резонанса $\omega_0 = \omega + \omega_c$. Отдельный атом, пролетая область скрещенных полей за время τ , взаимодействует с неоднородными полями оптического и микроволнового диапазонов. Чтобы начальное состояние атомно-полевой системы не было разрушено, это время взаимодействия должно быть много меньше скоростей релаксации атома и квантованной стоячей волны, которые для простоты положим одинаковыми. Такое условие отвечает максимальному проявлению корреляций в начальном состоянии. Кроме того, пусть взаимодействие атома с электромагнитными полями не влияет на характер движения по оси y , иначе отвечает классическому характеру движения атома вдоль указанного направления. Это оказывается возможно, если значение начальной кинетической энергии движения атома вдоль оси y значительно и мало меняется из-за изменения продольного импульса при взаимодействии атома с внешними полями. В этом квазиклассическом приближении задача сводится к квантовому описанию двухмерного рассеяния [16]. При этом в общем случае внутренние и трансляционные степени свободы атома оказываются связанными, что обусловлено отличным от нуля значением коммутатора кинетической и потенциальной энергии атома.

Когерентное рассеяние можно описать кинетическим управляющим уравнением для атомно-полевой матрицы плотности ρ , характеризующей атомные (внутренние и трансляционные) и полевые степени свободы системы:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho]. \quad (1)$$

Уравнение (1) не содержит релаксационных слагаемых, поскольку время взаимодействия положено много меньше характерных времен релаксации системы. Полный гамильтониан системы H представляет собой сумму

$$H = H_{0,f} + H_{0,a} + T_a + V_c(x) + V(z), \quad (2)$$

где $H_{0,f} = \hbar\omega_c a^\dagger a$ – гамильтониан квантованной полевой моды стоячей волны резонатора, описываемой операторами рождения a^\dagger и уничтожения a . Слагаемое $H_{0,a} = \hbar\omega_0 \frac{S_z}{2}$ отвечает собственной энергии неподвижного двухуровневого атома, $S_z = S^+ S^- - S^- S^+$ – оператор инверсии, а S^+ , S^- – повышающий и понижающий операторы перехода. Оператор кинетической энергии атома массой m обозначен как

$$T_a = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right). \quad (3)$$

Для простоты при описании электродипольных взаимодействий будем пренебрегать поляризационными степенями свободы. Взаимодействие атома с полем стоячей волны с волновым числом k_c опишем слагаемым

$$V_c(x) = -i \left(a - a^\dagger \right) (g^* S^+ + g S^-) \sin(k_c x), \quad (4)$$

где $g = \sqrt{\frac{\hbar\omega_c}{2\epsilon_0 V}} d$ – константа взаимодействия, $d = \langle e | d | g \rangle$ – матричный элемент дипольного момента рабочего перехода двухуровневого атома, V – объем квантования, ϵ_0 – электрическая постоянная. Слагаемое $V(z)$ описывает взаимодействие двухуровневого атома с когерентным полем бегущей волны амплитудой ϵ и распространяющейся вдоль направления z с частотой ω , поэтому

$$V(z) = - \left[\epsilon \exp(-i\omega t + ikz) + \epsilon^* \exp(i\omega t - ikz) \right] \times (d^* S^+ + d S^-). \quad (5)$$

При таком описании взаимодействий мы не требуем выполнения условий приближения вращающихся волн.

Эффективный гамильтониан рассеяния в данном случае можно получить с помощью метода унитарного преобразования [17], в котором следует учесть трансляционное движение атома [9]. Согласно этому методу, необходимо совершить унитарное преобразование матрицы плотности

$$\hat{\rho} = U \rho U^\dagger, \quad U = \exp(-i\mathcal{S}), \quad \mathcal{S}^\dagger = \mathcal{S},$$

которое изменяет гамильтониан (2) задачи

$$\hat{H} = UHU^\dagger - i\hbar U \frac{\partial}{\partial t} U^\dagger, \quad (6)$$

и приводит кинетическое уравнение, описывающее эволюцию всей системы к виду (1) с заменами $\rho \rightarrow \hat{\rho}$ и $H \rightarrow \hat{H}$. Необходимое преобразование должно быть таким, чтобы вновь полученный эффективный гамильтониан задачи \hat{H} содержал при дальнейшем переходе к представлению взаимодействия по неподвижному атому и квантованному свободному полю, только элементы, не имеющие быстро осциллирующие слагаемые. Это достигается представлением $\mathcal{S} = \mathcal{S}^{(10)} + \mathcal{S}^{(01)} + \dots$, $\hat{H} = \hat{H}^{(00)} + \hat{H}^{(10)} + \hat{H}^{(01)} + \dots$ в виде рядов разложений по порядкам констант взаимодействия атома с полем стоячей квантованной волны (первый верхний индекс) и когерентным полем бегущей волны (второй верхний индекс). Используя формулу Бейкера–Хаусдорфа, и приравнивая слагаемые соответствующих порядков разложения, можно получить необходимые соотношения для определения слагаемых в разложениях. В рассматриваемом случае необходимо учесть два обстоятельства. Во-первых, взаимодействие атома непосредственно с каждым из полей осуществляется в крыле линии поглощения, что должно приводить к отсутствию слагаемых эффективного гамильтониана в первых порядках. Во-вторых, трансляционное движение атома происходит значительно медленнее процесса его взаимодействия с электромагнитными полями, что определяет тот же самый вид эрмитовского оператора унитарного преобразования, что и в условиях для неподвижного атома. Дальнейший вывод подробно изложен в [9]. Приведем окончательные выражения слагаемых для оператора эффективного взаимодействия \hat{H} , которые не содержат быстроосциллирующие вклады при последующем переходе к представлению взаимодействия по операторам неподвижного атома и квантованной моды – это слагаемое нулевого порядка

$$\hat{H}^{(00)} = H_{0,f} + H_{0,a} + T_a \quad (7)$$

и два слагаемых вторых порядков

$$\begin{aligned} \hat{H}^{(20)} = & \frac{|g|^2}{\hbar(\omega_0 - \omega_c)} \left(a^\dagger a S_z + \frac{1}{2}(S_z + 1) \right) \sin^2(k_c x) + \\ & + \frac{|g|^2}{\hbar^2(\omega_0 - \omega_c)^2} \varepsilon_r(k_c) \left[a^\dagger a + \frac{1}{2}(S_z + 1) \right] \cos^2(k_c x), \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \hat{H}^{(02)} = & \hbar\Omega^2 \Pi_+(\omega) S_z + \\ & + 2\Omega^2 \varepsilon_r(k) \left[\mathcal{R}_+(\omega) + \frac{i}{k} \mathcal{R}_-(\omega) S_z \frac{\partial}{\partial z} \right], \end{aligned} \quad (9)$$

где $\Omega = (|d||\varepsilon|/\hbar)$ – частота Раби взаимодействия атома с классической бегущей волной. Энергия отдачи при взаимодействии атома с соответствующим

электромагнитным полем обозначена как $\varepsilon_r(k) = \hbar^2 k^2 / 2m$, и введены функции типичные для спектроскопии двухуровневого атома $\Pi_\pm(\omega) = (\omega_0 - \omega)^{-1} \pm (\omega_0 + \omega)^{-1}$, $\mathcal{R}_\pm(\omega) = (\omega_0 - \omega)^{-2} \pm (\omega_0 + \omega)^{-2}$. Последние слагаемые сумм правых частей выражений (8) и (9) представлены как произведение энергии отдачи и локального оператора энергии взаимодействия атома с соответствующим электромагнитным полем. Они описывают влияние внутренней динамики атома на его трансляционные степени свободы и обратный процесс, их происхождение связано с проявлением отличного от нуля значения коммутатора операторов энергии взаимодействия и кинетической энергии. При резонансном характере взаимодействия атома с классическим полем указанное слагаемое является оператором неадиабатичности [2], которым можно пренебречь по сравнению с первым слагаемым в выражении (8). Первое слагаемое (9) описывает сдвиг уровней атома в высокочастотном поле, обусловленный динамическим эффектом Штарка. Второе слагаемое этого выражения содержит пространственную производную и им пренебречь нельзя, поскольку оно дает главный вклад в обсуждаемое взаимодействие.

Учтем теперь тот факт, что диаметр выходного из волокна светового поля много меньше длины квантованной стоячей волны. Будем предполагать, что классическая волна захватывает малую область пространства вблизи одной из пучностей квантованной волны, а, следовательно, оптический потенциал последней может быть экстраполирован как потенциал гармонического осциллятора. Перейдем стандартным образом в картину взаимодействия по квантованному полю и неподвижному атому. С учетом энергетических сдвигов получим искомое кинетическое управляющее уравнение для матрицы плотности трансляционных и внутренних степеней свободы атома и квантованной световой моды. Это уравнение имеет вид (1), с заменами $\rho \rightarrow \tilde{\rho}$, $H \rightarrow \mathcal{H}$. Эффективный гамильтониан задачи определен выражением

$$\mathcal{H} = T_a + \mathcal{U}(x, z), \quad (10)$$

в котором оператор кинетической энергии T_a двумерного квантованного трансляционного движения атома задан формулой (3), а эффективное взаимодействие атома с квантованным полем стоячей волны и когерентным световым полем бегущей волны сводится к выражению

$$\begin{aligned} \mathcal{U}(x, z) &= \mathcal{U}_1 k_c^2 x^2 + \mathcal{U}_2 \left(i\hbar \frac{\partial}{\partial z} \right), \\ \mathcal{U}_1 &= \frac{|g|^2}{\hbar(\omega_0 - \omega_c)} \left[a^\dagger a S_z + \frac{1}{2} (S_z + 1) \right], \\ \mathcal{U}_2 &= \frac{\Omega^2 \hbar}{m} k \mathcal{R}_-(\omega) S_z. \end{aligned} \quad (11)$$

3. Квантовое отклонение атома Мы исследуем задачу когерентного рассеяния атома, поэтому время его взаимодействия с электромагнитными полями, или пролетное время атома τ через зону взаимодействия, считается много меньше времени релаксации атома и полевой моды. Это обстоятельство приводит к отсутствию релаксационного слагаемого в уравнении для матрицы плотности. В этих условиях атомные и полевые операторы, отвечающие внутренней динамике, представленные во взаимодействиях (11), являются интегралами движения. Следовательно, и средние от этих операторов и их комбинаций зависят только от начальных условий задачи или от способа приготовления атома и квантованной моды. Для анализа трансляционного движения атома усредним управляющее уравнение по внутренним степеням свободы атома и квантованной световой моде. Такие средние будем в дальнейшем отмечать угловыми скобками.

Вид полученного эффективного взаимодействия (11) представляет собой аддитивные вклады взаимодействий каждой из пространственных поперечных компонент. Это приводит к факторизации описания движения от каждой из таких компонент, и позволяет рассматривать динамику движения атома в представленных потенциалах независимо друг от друга. Более того, нетрудно показать, что эта динамика отвечает описанию посредством волновой функции $\Phi(x, z; t) = \Psi(x; t) \otimes \Upsilon(z, t)$, каждая из компонент которой удовлетворяет уравнению Шредингера. Так, первая, $\Psi(x; t)$ отвечает задаче движения атома в гармоническом потенциале, а функция $\Upsilon(z, t)$ описывает рассеяние атома на бегущей когерентной волне.

Зададим начальное состояние атома волновой функций в координатном представлении гауссова вида:

$$\begin{aligned} \Phi(x, z; 0) &= \Psi(x; 0) \otimes \Upsilon(z, 0), \\ \Psi(x; 0) &= \frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi} d_x}} \exp \left(-\frac{(x - \langle x(0) \rangle)^2}{2d_x^2} \right), \\ \Upsilon(z, 0) &= \frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi} d_z}} \exp \left(-\frac{(z - \langle z(0) \rangle)^2}{2d_z^2} \right), \end{aligned} \quad (12)$$

с шириной поперечных распределений вдоль данного направления d_x и d_z , значения которых много мень-

ше длины волны оптического диапазона. Они определяют дисперсии координат и соответствующих им сопряженных импульсов.

Движение атома при рассеянии в поле стоячей электромагнитной волны описывается движением соответствующего гауссова пакета в поле гармонического потенциала (\mathcal{U}_1). При этом сам характер движения зависит от начальных условий или способа приготовления атомно-полевой системы. Действительно, в случае, когда начальное состояние готовится независимыми одинаковыми параметрическими источниками, атомно-полевое среднее $\langle a^\dagger a S_z \rangle$ факторизуется $\langle a^\dagger a S_z \rangle = \langle a^\dagger a \rangle \langle S_z \rangle$. При этом среднее значение числа фотонов резонаторной моды $\langle a^\dagger a \rangle = N$ и среднее значение инверсии двухуровневого атома $\langle S_z \rangle = -(2N + 1)^{-1}$ определяются средним значением N числа фотонов соответствующей широкополосной моды источника возбуждения. Средние числа фотонов источников возбуждения, при таком сравнении, должны иметь одинаковые значения величин, чтобы состояния непосредственно атома и оптической моды несепарабельного и факторизованного состояний были идентичными. Нетрудно видеть, что при этом среднее $\langle \mathcal{U}_1 \rangle = 0$ и движение атома является свободным. В этом случае оператор импульса есть величина сохраняющаяся $p_x = \text{const}$, с начальным средним, равным нулю $\langle p_x(0) \rangle = 0$. Среднее значение центра инерции атомного пакета определяется его начальным средним значением $\langle x(\tau) \rangle = \langle x(0) \rangle$, при этом сам пакет со временем только уширяется, поскольку дисперсия координаты растет квадратично времени взаимодействия $\langle \Delta x^2(\tau) \rangle = \langle \Delta x^2(0) \rangle + \langle \Delta p_x^2(0) \rangle \tau^2 / (2m)^2$.

Напротив, в случае возбуждения исходных систем невырожденным параметрическим источником, имеющим квантовые корреляции, среднее значение $\langle a^\dagger a S_z \rangle$, как продемонстрировано нами в [9], равно нулю, следовательно, среднее $\langle \mathcal{U}_1 \rangle$ отлично от нуля. Максимальное значение потенциала рассеяния достигается в случае использования источника, генерирующего высокоинтенсивные поля возбуждения систем. Описание движения атома в гармоническом потенциале, как характеристик волнового пакета, можно провести, например, на основе гейзенберговских уравнений движения для канонических операторов координаты и соответствующего импульса, решения которых имеют известный вид

$$\begin{aligned} x(\tau) &= x(0) \cos(\Omega\tau) + \frac{p_x(0)}{m\Omega} \sin(\Omega\tau), \\ p_x(\tau) &= p_x(0) \cos(\Omega\tau) - x(0)m\Omega \sin(\Omega\tau), \end{aligned} \quad (13)$$

где τ – время взаимодействия или время пролета атома, частота собственных колебаний $\Omega = \langle \mathcal{U}_1 \rangle k_c m^{-1}$ определена способом приготовления системы.

Тогда среднее значение координаты центра инерции волнового пакета, при условии что начальное среднее значение проекции импульса равно нулю $\langle p_x(0) \rangle = 0$, приобретает отклонение, которое зависит от начальных условий задачи, $\langle x(\tau) \rangle = \langle x(0) \rangle \cos(\Omega\tau)$, а сам атом приобретает импульс, среднее значение которого $\langle p_x(\tau) \rangle = -\langle x(0) \rangle m \Omega \sin(\Omega\tau)$. Вместе с тем, в отличие от свободного атома, при рассеянии на гармоническом потенциале атом как волновой пакет сохраняет свою гауссову форму. При этом ширина пакета изменяется со временем по гармоническому закону, определяемому зависимостями средних значений дисперсии координаты и импульса:

$$\begin{aligned} \langle \Delta x^2(\tau) \rangle &= \\ &= \langle \Delta x^2(0) \rangle \cos^2(\Omega\tau) + \frac{\langle \Delta p_x^2(0) \rangle}{m^2 \Omega^2} \sin^2(\Omega\tau), \\ \langle \Delta p_x^2(\tau) \rangle &= \langle \Delta p_x^2(0) \rangle \cos^2(\Omega\tau) + \\ &+ \langle \Delta x^2(0) \rangle m^2 \Omega^2 \sin^2(\Omega\tau). \end{aligned} \quad (14)$$

где начальные дисперсии определены шириной начального гауссова распределения $\langle \Delta x^2(0) \rangle = d_x^2/2$, $\langle \Delta p_x^2(0) \rangle = \hbar^2/(2d_x^2)$, а начальное среднее от произведения оператора координаты и канонического импульса равно нулю. Таким образом, исследуя рассеяние атома на гармоническом потенциале при рассмотренных начальных условиях, можно получить информацию о верификации исходного атомно-полевого состояния системы.

Рассмотрим теперь рассеяние атома на оптическом поле бегущей волны. Эффективное взаимодействие, описывающее динамику этой поступательной степени свободы, представим гамильтонианом, который перепишем в следующей форме:

$$H_z = \frac{p_z^2}{2m} - \langle \mathcal{U}_2 \rangle p_z, \quad (15)$$

где уголки скобки по-прежнему означают усреднение по внутреннему состоянию атомно-левой системы, а p_z – оператор соответствующей компоненты импульса атома.

Еще раз особо отметим, что природа представленного взаимодействия определена коммутационными соотношениями кинетической энергии атома и модовой функции соответствующей трансляционной степени свободы, а потому является полностью квантово-механической. Полученный вид взаимодействия во многом аналогичен взаимодействию при

описании явления квантового транспорта электрона в полупроводниковых структурах, где его эффективная масса зависит от места его локализации [18].

Начальное состояние атома, по-прежнему, считаем заданным гауссовым распределением (12). Оператор проекции импульса является в данном случае величиной сохраняющейся $p_z(t) = \text{const}$, а, следовательно, и средние от любой степени этого оператора, также являются величинами сохраняющимися. Так, в частности не меняются со временем средние от проекции импульса $\langle p_z(t) \rangle = \langle p_z(0) \rangle = 0$ и его дисперсия $\langle \Delta p_z(t) \rangle = \langle \Delta p_z(0) \rangle = \hbar/(\sqrt{2}d_z)$.

Среднее значения оператора координаты, которое определяет значение среднего смещения центра инерции атомного волнового пакета вдоль направления оси z , изменяется во времени линейно

$$\langle z(\tau) \rangle = -\langle \mathcal{U}_2 \rangle \tau$$

и определено средним значением оптического потенциала бегущей волны. В рассматриваемом характере взаимодействий значение последнего не мало, и это приводит к абсолютной величине смещения, которую можно измерить.

Найдем теперь, как эволюционирует дисперсия координаты с начальными условиями, при которых отсутствует связь между координатой и каноническим импульсом $\langle zp_z(0) + p_z z(0) \rangle = 0$. Она определяется решением следующей простой системы уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \langle z^2 \rangle &= \frac{\langle zp_z + p_z z \rangle}{m} - 2\langle \mathcal{U}_2 \rangle \langle z \rangle, \\ \frac{\partial}{\partial t} \langle zp_z + p_z z \rangle &= 2\frac{\langle p_z^2 \rangle}{m} - \langle \mathcal{U}_2 \rangle \langle p_z \rangle. \end{aligned}$$

В итоге дисперсия координаты

$$\langle \Delta z(\tau) \rangle = \frac{d_z}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{\hbar^2 \tau^2}{d_z^4 m^2}}$$

отвечает расплыванию начального гауссова пакета.

4. Заключение. Мы проанализировали возможность обнаружения двух эффектов квантового отклонения атома при его рассеянии на двумерной структуре, образованной скрещенными электромагнитными полями существенно разных частот, при двухфотонном двухволновом характере его взаимодействия с этими полями. В выбранной геометрии эксперимента поле бегущей оптической волны когерентного излучения захватывает лишь незначительную область потенциала, образованного квантованной стоячей волной так, что обуславливает гармонический характер потенциала последней. Показано,

что характер движения атома в этом потенциале зависит от начального состояния атома и квантованной моды. Движение атома при рассеянии в поле, созданном классической бегущей волной, определено взаимодействием продуцированным отличным от нуля, значением коммутатора кинетической энергии атома и энергии его взаимодействия с этой когерентной волной.

Приведем теперь оценку рассмотренного эффекта. Напомним, что при резонансном характере взаимодействия смещением атома в поле бегущей волны можно пренебречь, поскольку само абсолютное значение отклонения атома оказывается на пять порядков меньше его собственного размера. В анализируемых здесь условиях будем предполагать, что осуществляется рассеяние атомов магния, известный электродипольный переход $3^1S_0 \rightarrow 3^3P_1$ которого обладает большим временем релаксации верхнего уровня порядка 10^{-2} с, а его дипольный момент составляет 4 а.е. [19]. Продольную область, вдоль направления движения атома, где локализованы скрещенные поля считаем размером $10^{-1} \div 10^{-3}$ см, при этом пролетное время атома через зону взаимодействия составляет $10^{-3} \div 10^{-5}$ с. Когерентное излучение титан сапфирового лазера заводится в оптическое волокно, и имеет поперечный выходной размер порядка 50 мкм, длину волны $\lambda_0 = 457.1$ нм и мощность на выходе 1 Вт. Двухфотонный переход осуществляется когерентной волной от излучения титан сапфирового лазера и одиночной квантованной модой микромазера частотой порядка $10 \div 100$ ГГц [20]. Необходимые широкополосные поля, создающие начальные условия задачи, могут быть получены посредством параметрической генерации [15]. При этом смещение атома от первоначального направления составляет $10^{-5} \div 10^{-7}$ см.

1. В. Г. Миногин, В. С. Летохов, *Давление лазерного излучения на атомы*, Наука, М. (1986); V. I. Balykin and V. S. Letokhov, *Atom optics with laser light*, Harwood Academ., Switzerland (1995).
2. А. П. Казанцев, Г. И. Сурдутович, В. П. Яковлев, *Механическое действие света на атомы*, Наука, М. (1991).
3. А. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, and C. Cohen-Tannoudji, Phys. Rev. Lett. **61**, 826 (1988).

4. E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D. E. Pritchard, Phys. Rev. Lett. **59**, 2631 (1987).
5. V. V. Ivanov, A. Alberti, M. Schioppo, G. Ferrari, M. Artoni, M. L. Chiofalo, and G. M. Tino, Phys. Rev. Lett. **100**, 043602 (2008); A. Hilico, C. Solaro, M.-K. Zhou, M. Lopez, and F. P. dos Santos, Phys. Rev. A **91**, 053616 (2015).
6. A. D. Cronin, J. Schmiedmayer, and D. E. Pritchard, Rev. Mod. Phys. **81**, 1051 (2009).
7. I. Sh. Averbukh, V. M. Akulin, and W. P. Scheich, Phys. Rev. Lett. **72**, 437 (1994).
8. P. Domokos, P. Adam, J. Janszky, and A. Zeilinger, Phys. Rev. Lett. **77**, 1663 (1996).
9. А. И. Трубилко, Письма в ЖЭТФ **98**, 285 (2013); А. И. Трубилко, ЖЭТФ **150**, 649 (2016).
10. T. Sleator, T. Pfau, V. Balykin, O. Carnal, and J. Mlynek, Phys. Rev. Lett. **68**, 1996 (1992).
11. D. Jurgens, A. Greiner, R. Stutzle, A. Habenicht, E. te Slighte, and M. K. Oberthaler, Phys. Rev. Lett. **93**, 237402 (2004); С. В. Пранц, Письма в ЖЭТФ **92**, 808 (2010).
12. Ф. Рили, *Стандарты частоты. Принципы и приложения*, Физматлит, М. (2009); N. Hinkley, J. A. Sherman, N. B. Phillips, M. Schioppo, N. D. Lemke, K. Beloy, M. Pizzocaro, C. W. Oates, and A. D. Ludlow, Science **341**, 1215 (2013); B. J. Bloom, T. L. Nicholson, J. R. Williams, S. L. Campbell, M. Bishof, X. Zhang, W. Zhang, S. L. Bromley, and J. Ye, Nature **506**, 71 (2014).
13. S. Giorgini, L. Pitaevskii, and S. Stringari, Rev. Mod. Phys. **80**, 1215 (2008).
14. В. Н. Горбачев, А. И. Трубилко, Письма в ЖЭТФ **89**, 571 (2009); ЖЭТФ **135**, 227 (2009).
15. E. V. Moreva, G. A. Maslennikov, S. S. Straupe, and S. P. Kulik, Phys. Rev. Lett. **97**, 023602 (2006); Д. А. Калашников, В. П. Карасев, К. Г. Катамадзе, С. П. Кулик, А. А. Соловьев, ЖЭТФ **135**, 40 (2009).
16. В. П. Шляйх, *Квантовая оптика в фазовом пространстве*, Физматлит, М. (2005).
17. А. М. Башаров, *Фотоника. Метод унитарного преобразования в нелинейной оптике*, МИФИ, М. (1990); А. М. Башаров, ЖЭТФ **137**, 1090 (2010).
18. О. Г. Смолянов, В. Ж. Скабаев, ДАН **145**, 1 (2012).
19. С. Г. Порсев, М. Г. Козлов, Ю. Г. Рахлина, Письма в ЖЭТФ **72**, 862 (2000).
20. Г. Вальтер, УФН **166**, 777 (1996); Д. Б. Третьяков, И. И. Бетеров, В. М. Энтин, И. И. Рябцев, П. Л. Чаповский, ЖЭТФ **135**, 428 (2009); В. М. Энтин, Е. А. Яшкина, Д. Б. Третьяков, И. И. Бетеров, И. И. Рябцев, ЖЭТФ **143**, 831 (2013).