## Автолокализация электронов в кольцевых вихрях в жидком гелии

А. Г. Храпак<sup>1)</sup>, С. Я. Бронин

Объединенный институт высоких температур РАН, 125412 Москва, Россия

Поступила в редакцию 10 апреля 2017 г.

После переработки 22 мая 2017 г.

Представлена модель, согласно которой "быстрые" и "экзотичные" отрицательные ионы в сверхтекучем гелии представляют собой локализованные состояния электронов в кольцевых вихрях. Квантование радиального и продольного движений внутри кора вихря, а также квантование вихревого движения жидкого гелия приводит к существованию целого семейства возбужденных состояний электронных вихрей, в качественном согласии с экспериментами по подвижности экзотичных ионов. Рассмотрена возможность проверки выводов указанной модели в оптических экспериментах.

DOI: 10.7868/S0370274X17120104

В большинстве неполярных диэлектрических жидкостей, инжектированные электроны обладают подвижностью, на несколько порядков превышающую подвижность положительных ионов. Однако в жидком гелии (и некоторых других криогенных жидкостях) наблюдается аномальное поведение электронов. Подвижность электронов оказалась на несколько порядков ниже ожидаемой согласно классической теории Ланжевена и даже в несколько раз ниже подвижности положительных ионов. Причина этого состоит в том, что из-за наличия сильного обменного взаимодействия с атомами гелия электрону энергетически выгодно локализоваться в полости радиусом порядка 20 Å. Свойства электронных пузырьков в жидком гелии хорошо изучены [1–3].

В дополнение к "обычным" электронным пузырькам, в сверхтекучем гелии были обнаружены еще два типа носителей отрицательного заряда: "быстрые" ("fast") и "экзотичные" ("exotic") ионы [4–7]. Подвижность быстрых ионов приблизительно в семь раз выше подвижности электронных пузырьков, а подвижности семейства экзотичных ионов (более десяти представителей) лежат между этими двумя значениями. Отметим, что быстрые и экзотичные ионы наблюдаются лишь тогда, когда в начальный момент инжектируемые электроны обладают достаточно большой энергией, как в экспериментах с источниками  $\alpha$  [4] и  $\beta$  [5, 6] излучения или при использовании газового разряда над поверхностью жидкости [7, 8]. В недавних экспериментах Мариса с сотрудниками [9] результаты предшествующих работ полностью подтвердились, а количество четко идентифицируемых ионов было доведено до 18. На рис. 1 пред-

Рис. 1. Зависимость амплитуды сигнала (тока) от времени после начала импульса в гелии при температуре 0.991 К в электрическом поле 82.1 В см<sup>-1</sup> и дрейфовом расстоянии 6.15 см [9]

ставлена зависимость амплитуды тока на коллекторе от времени дрейфа ионов [9]. Хорошо видно, что время дрейфа быстрых ионов (F) почти в 7 раз меньше времени дрейфа электронных пузырьков (EB), а времена дрейфа экзотичных ионов лежат между ними.

Для объяснения аномальных свойств быстрых и экзотичных ионов было предложено несколько моделей [5, 10–12], но ни одна из них не способна объяснить всю совокупность экспериментальных данных [9]. Оригинальная идея была высказана Элзером [13]. Было предположено, что быстрые и экзотичные ионы в сверхтекучем гелии представляют собой электроны, захваченные квантованными вихревыми структурами, простейшей из которых является кольцевой вихрь. Сделанные простые оценки показали, что локализация электрона стабилизирует размер вихря на радиусе около 7 Å, что может объяс-

<sup>(</sup>stim of the second state of the second state

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>e-mail: khrapak@mail.ru

нить увеличение подвижности комплекса в несколько раз по сравнению с подвижностью электронных пузырьков. При этом был сделан ошибочный вывод о том, что локализация электрона практически не влияет на радиус кора вихря. В настоящей работе, развивая идею об автолокализации электронов на кольцевых вихрях в жидком гелии, мы покажем, что квантование радиального и продольного движений электрона внутри кора вихря, а также квантование вихревого движения окружающей жидкости приводят к появлению целого семейства возбужденных состояний. Электронное давление на стенки кора приводит к увеличению его радиуса до значений порядка 10 Å, а потенциал ионизации оказывается близким к 1 эВ.

Энергия кольцевого вихря в идеальной несжимаемой жидкости с локализованным внутри кора электроном состоит из энергии электрона  $E_e$ , энергии поверхностного натяжения стенок кора  $E_s$  и энергии вихревого движения жидкости в вихре  $E_h$ . Предполагая малость радиуса кора *a* по сравнению с радиусом вихря R, в первом приближении по параметру a/R для поверхностной энергии справедливо

$$E_s = 4\pi^2 \sigma Ra,\tag{1}$$

а для кинетической энергии вихря [2]:

$$E_h = 2\pi^2 \rho \left(\frac{\hbar l}{M}\right)^2 R \left[\ln\left(\frac{8R}{a}\right) - 2\right], \qquad (2)$$

где  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения,  $\hbar$  – постоянная Планка, l – квантовое число циркуляции скорости, M – масса атома гелия.

Спектр энергии электрона определяется из решения уравнения Шредингера с потенциалом  $V(\mathbf{r})$ , равным нулю внутри кольцевого кора и  $V_0$  вне него. Точное решение имеет вид  $\psi(r, z) \exp(im\varphi)$ ,  $m = 0, \pm 1, \pm 2...$  Перенося начало координат в плоскости (r, z) в центр кора (r = R, z = 0) и пренебрегая в силу малости a/R слагаемым  $\partial \psi/r\partial r$  в лапласиане, получим для  $\psi$  уравнение

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \gamma^2} + \frac{2m_e}{\hbar^2} \times \\ \times \left[ E_e - \frac{\hbar^2 m^2}{2m_e R^2} - V(\rho) \right] \psi = 0, \tag{3}$$

где  $\rho = \sqrt{(r-R)^2 + z^2}$ ,  $\sin \gamma = z/\rho$ .

Решение уравнения (3):  $\psi(\rho, \gamma) = \chi_n(\rho) \exp(in\gamma)$ , где  $\chi_n(\rho)$  является решением уравнения Бесселя

$$\chi_n(\rho) = \begin{cases} BJ_n(k\rho), & \rho \le a;\\ CK_n(\kappa\rho), & \rho \ge a, \end{cases}$$
(4)

где  $J_n,\,K_n$ – обычная и модифицированная функции Бесселя, а

$$k^{2} = \frac{2m_{e}}{\hbar^{2}}E_{e} - \frac{m^{2}}{R^{2}} = \frac{2m_{e}}{\hbar^{2}}E_{r}, \quad \kappa^{2} = \frac{2m_{e}}{\hbar^{2}}V_{0} - k^{2}.$$
 (5)

Собственные значения волнового вектора k определяются из условия сшивки логарифмических производных волновой функции (4) при  $\rho = a$ 

$$k\frac{J'_n(ka)}{J_n(ka)} = \kappa \frac{K'_n(\kappa a)}{K_n(\kappa a)}.$$
(6)

Для каждого *n* существует конечный набор решений, соответствующих квантованию радиального движения электрона в плоскости, перпендикулярной оси кора вихря, и нумеруемых квантовым числом i == 1, 2... По сравнению с аналогичным уравнением, полученным в [13], мы учли квантование продольного движения электрона по оси вихревого кольца, его вращение в поперечном сечении кора и квантование радиального движения электрона в этом сечении. Результаты расчета собственных значений энергии поперечного движения электрона в вихре  $E_r(i,n) =$  $= E_e - \hbar^2 m^2 / 2m_e R^2$  для первых пяти уровней показаны на рис. 2. Расчет выполнен для границы непре-



Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимость энергии поперечного движения электрона  $E_r$  от радиуса кора a для первых пяти дискретных уровней:  $1 - E_r(1,0), 2 - E_r(1,1), 3 - E_r(2,0), 4 - E_r(2,1), 5 - E_r(2,2)$ 

рывного спектра  $V_0 = 1.2$  эВ. Основное состояние  $E_r(1,0)$  существует при любом сколь угодно малом радиусе кора, возбужденные состояния появляются при радиусах кора  $8.1a_0(E_r(1,1))$ ,  $13.0a_0(E_r(2,0))$ ,  $18.6a_0(E_r(2,1))$  и  $23.7a_0(E_r(2,2))$ , где  $a_0$  – боровский радиус.

Полная энергия электронного кольцевого вихря дается выражением

Письма в ЖЭТФ том 105 вып. 11-12 2017

$$E(R, a; i, n, m, l) = E_r(a; i, n) + \frac{\hbar^2}{2m_e R^2} m^2 + 4\pi^2 \sigma R a + 2\pi^2 \rho \left(\frac{\hbar}{M}\right)^2 R \left[\ln\left(\frac{8R}{a}\right) - 2\right] l^2.$$
(7)

Оптимальные радиусы кора и вихря определяются из условия минимума E по этим двум параметрам. При n > 0 решение неустойчиво при любых значениях остальных квантовых чисел как по отношению перехода электрона в квазисвободное состояние при малых R, так и перехода в состояние электронного пузырька при больших R. Это относится и к первым трем возбужденным состояниям продольных вращений электрона с m = 0, 1, 2. На рис. 3 представлена



Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимость энергии основного состояния электронного вихря E(i,n) радиусом  $R = 51a_0$  от радиуса кора a

зависимость энергии одного из возбужденных состояний электронного вихря от радиуса кора. При расчете использованы следующие параметры жидкого гелия: плотность  $\rho = 0.145$  г см<sup>-3</sup> и поверхностное натяжение  $\sigma = 0.35$  дин см<sup>-1</sup>.

Энергия E(a; i = 1, n = 0, m = 5, l = 1) при оптимальном радиусе вихря  $R = 51 a_0$  имеет два минимума: локальный минимум при малых  $a \simeq 1a_0$  (в увеличенном масштабе показан на рис. 4) и абсолютный минимум при  $a \simeq 20a_0$ . В первом случае энергия связи электрона в вихре мала ( $I = V_0 - E_r \sim 10^2$  K) и давление, оказываемое электроном на стенки кора вихря, не оказывает существенного влияния на свойства электронного вихря. Радиус кора, как и в случае свободного вихря, определяется конкуренцией между поверхностной энергией и кинетической энергией вихревого движения. Значение энергии в локальном минимуме положительно и локализация электронов на таких вихрях энергетически невыгодна. В случае m = 0 (фактически рассмотренном в [13]) минималь-





Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимость энергии основного состояния электронного вихря E радиусом  $R = 51a_0$ в области малых радиусов кора a

ное значение энергии значительно ниже, но также положительно. Это указывает на то, что электронные вихри с радиусом кора  $\sim 1a_0$  неустойчивы и являются лишь метастабильными (резонансными) состояниями при рассеянии свободных электронов на вихрях.

**Таблица 1.** Характеристики электронных кольцевых вихрей в жидком гелии с $n=0,\,i=1$ 

m	l	$a\left( a_{0} ight)$	$R\left(a_{0} ight)$	I (eV)	E (eV)
0	1	—	—	-	—
1	1	—	—	-	-
2	1	—	—	-	-
3	1	22.6	35	1.09	-0.789
3	2	25.0	32	1.10	-0.780
3	3	—	—	-	-
4	1	21.6	43	1.08	-0.725
4	2	23.5	40	1.09	-0.705
4	3	26.5	36	1.11	-0.684
5	1	20.1	51	1.07	-0.672
5	2	22.4	46	1.08	-0.638
5	3	24.6	42	1.10	-0.603

В табл. 1m – номер уровня осевого движения, l – квант вихревого движения.

Равновесным состояниям электронных вихрей соответствует абсолютный минимум энергии *E*. В табл. 1 приведены характеристики нескольких первых членов семейства электронных вихревых колец в сверхтекучем гелии. Наличие большого количества возбужденных состояний и просматриваемое их группирование в небольшие серии согласуется с экспериментально обнаруженным существованием по крайней мере 18 экзотичных ионов [9]. Качественную оценку подвижности электронного кольцевого вихря  $\mu$ , следуя [13], можно выполнить, используя экспериментальные значения коэффициента трения единицы длины вихревой нити  $\gamma(T)$  [14]

$$\mu = \frac{\mathbf{v}_{\mathrm{d}}}{\mathbf{E}} \simeq \frac{e}{2\pi R\gamma(T)},\tag{8}$$

где  $\mathbf{v}_d$  – скорость дрейфа электронного вихря, а  $\mathbf{E}$  – напряженность электрического поля. Коэффициент трения зависит от плотности гелия, температуры и циркуляции [15]

$$\gamma(T) = \rho \frac{hl}{M} \alpha(T).$$
(9)

При  $T \simeq 1$  К подвижность заряженных комплексов в жидком гелии определяется столкновениями с ротонами. Значения  $\alpha(T)$  в сверхтекучем гелии при  $T \ge 1.3$  К затабулированы в [16]; в частности  $\alpha(1.3 \text{ K}) = 0.034$ . Экстраполяция на T = 1 К дает  $\alpha = 0.0064$ . Оценка подвижности по формулам (8) и (9) с  $R = 35a_0$  и l = 1 дает  $\mu \simeq 24 \text{ см}^2 \text{B}^{-1} \text{c}^{-1}$ , что совпадает с экспериментальным значением подвижности "быстрого" иона  $\mu_{\rm F} \simeq 24 \text{ см}^2 \text{B}^{-1} \text{c}^{-1}$  [9]. Ввиду того, что радиусы вихря и кора оказываются одного порядка, этому совпадению не следует придавать большого значения. Однако качественная зависимость

$$\mu \sim 1/lR \tag{10}$$

должна сохраниться и при более корректном учете поправок по параметру a/R. Используя (10), проанализируем экспериментальные результаты приведенные на рис. 1. Разобьем все семейство электронных вихрей на серии с различными квантами циркуляции. Вихри с номерами F, 1–3 припишем к серии с l = 1, с номерами 4–9 – к серии с l = 2, а с номерами 10,11 – к серии с l = 3. Основное влияние на подвижность оказывает значение кванта циркуляции. Внутри каждой серии небольшое падение подвижности связано с ростом *m* и, как следствие, с ростом *R*. Согласно (10), соотношение между подвижностями лидеров серий  $\mu_{\rm F}/\mu_{10} = 4.4, \ \mu_{\rm F}/\mu_4 = 2.5$  и  $\mu_4/\mu_{10} = 1.8$ , что близко к экспериментальным значениям  $\mu_{\rm F}/\mu_{10} = 5.4$ ,  $\mu_{\rm F}/\mu_4 = 2.8$  и  $\mu_4/\mu_{10} = 1.7$  [9]. Это может служить дополнительным аргументом в пользу предлагаемой модели автолокализации электронов на кольцевых вихрях.

Потенциал ионизации *I* электронных вихрей, приведенных в табл. 1, близок к потенциалу ионизации электронных пузырьков. Это указывает на возможность проверки справедливости предлагаемой модели для экзотичных ионов в экспериментах по фотоионизации, аналогичных экспериментам с электронными пузырьками [17]. Энергия перехода из основного состояния радиального движения электрона в первое возбужденное (без изменения радиуса кора) приблизительно равна 0.2 эВ. Эта энергия также может быть измерена в экспериментах по поглощению инфракрасного излучения, аналогичных экспериментам с электронными пузырьками [18–21].

Итак, в работе предложена простая модель автолокализации инжектированных электронов в кольцевых вихрях, позволяющая понять природу "экзотичных" ионов в сверхтекучем гелии. Выполненные оценки подвижности заряженных комплексов качественно согласуются с имеющимися экспериментами. Предложены методы определения характеристик автолокализованных состояний электронов в оптических экспериментах.

Авторы признательны Е.Б. Гордону и В.Ф. Шмидту за полезные обсуждения.

- 1. В.Б. Шикин, УФН **121**, 457 (1977).
- 2. A.F. Borghesani, *Ions and Electrons in Liquid Helium*, Oxford University Press, Oxford (2007).
- 3. H. J. Maris, J. Phys. Soc. Jpn. 77, 111008 (2008).
- C. S. M. Doake and P. W. F. Gribbon, Phys. Lett. A 30, 252 (1969).
- G. G. Ihas and T. M. Sanders, Jr., Phys. Rev. Lett. 27, 383 (1971).
- 6. G. G. Ihas, Ph.D. thesis, University of Michigan (1971).
- V. L. Eden and P. V. E. McClintock, Phys. Lett. A 102, 197 (1984).
- C. D. H. Williams, P. C. Hendry, and P. V. E. McClintock, J. Appl. Phys. 26, 105 (1987).
- W. Wei, Z. Xie, L. N. Cooper, G. M. Seidel, and H. J. Maris, J. Low Temp. Phys. **178**, 78 (2015).
- T. M. Sanders, Jr. and G. G. Ihas, Phys. Rev. Lett. 59, 1722 (1987).
- 11. H. J. Maris, J. Low Temp. Phys. 120, 173 (2000).
- A.G. Khrapak and W.F. Schmidt, Low Temp. Phys. 37, 387 (2011).
- 13. V. Elser, J. Low Temp. Phys. 180, 363 (2015).
- C. F. Barenghi, R. J. Donnelly, and W. F. Vinen, J. Low Temp. Phys. 52, 189 (1983).
- R. J. Donnelly, *Quantized Vortices in Helium II*, Cambridge University Press, Cambridge (1991).
- R. J. Donnelly and C. F. Barenghi, J. Phys. Chem. Ref. Data 27, 1254 (1998).
- J. A. Northby and T. M. Sanders, Jr., Phys. Rev. Lett. 18, 1184 (1967).
- C. C. Grimes and G. Adams, Phys. Rev. B 41, 6366 (1990).
- C. C. Grimes and G. Adams, Phys. Rev. B 45, 2305 (1992).
- A. Y. Parshin and S. V. Pereverzev, JETP Lett. 52, 282 (1990).
- A.Y. Parshin and S.V. Pereverzev, Sov. Phys. JETP 74, 68 (1992).