Письма в ЖЭТФ, том 48, вып. 7, стр. 361 – 363 *10 октября 1988 г.*

АНАПОЛЬНЫЙ МОМЕНТ НЕЙТРИНО В ДИСПЕРГИРУЮЩЕЙ СРЕДЕ

В.Б.Семикоз, Я.А.Смородинский [1)]

Вычислен индуцированный анапольный момент нейтрино в среде с пространственно-временной дисперсией. Если в изотропной среде нейтрино не обладает индуцированным анапольным моментом, то в ферромагнетике такой момент отличен от нуля и имеет конечное значение.

1. Различные по C, P, T – свойствам симметрии взаимодействия дираковских и майорановских нейтрино с электромагнитным полем можно характеризовать различными электромагнитными мультипольными моментами. Общим типом мультиполей, а для нейтрино Майорана единственным видом является анаполь, вводившийся Зельдовичем [1], как электромагнитная характеристика для T-инвариантного, но нарушающего P, C в отдельности взаимодействия $\mathbf{G}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{B}$. Здесь $\mathbf{B}$ – магнитное поле, псевдовектор $\mathbf{G}$ является собственным дипольным моментом фермиона ($s = 1/2$) в системе его покоя:

$$\mathbf{G} = eG^{vac}(0)\,\varphi^+ \vec{\sigma}\varphi, \tag{1}$$

характеризуемым величиной анаполя $G^{vac}(0)$, спином $\mathbf{s} = \varphi^+ \vec{\sigma}\varphi$ и электрическим зарядом e электрона ($\alpha = e^2 = 137^{-1}$ [2)]), $\vec{\sigma}$ – матрицы Паули; φ – спинор в системе покоя).

Соответствующая часть сохраняющегося электромагнитного тока любой спинорной частицы ($q^\mu J_\mu = 0$), а для нейтрино Майорана весь электромагнитный ток в вакууме имеет вид:

$$J_\mu(q) = \frac{eG^{vac}(q^2)}{2\sqrt{E_p E_{p'}}}\,\bar{u}(\mathbf{p}')[q^2\gamma_\mu - q_\mu \hat{q}\,]\gamma_5 u(\mathbf{p}) \quad , \tag{2}$$

где $G^{vac}(q^2)$ – формфактор (анапольный), зависящий от переданного 4-импульса $q_\mu = p'_\mu - p_\mu$; $E_p = (m^2 + p^2)^{1/2}$

[1)] Институт атомной энергии им. И.В.Курчатова

[2)] Используются система единиц $\hbar = c = 1$; фейнмановская метрика $q^2 = q_\mu q^\mu = \omega^2 - \mathbf{k}^2$; $\mu = 0, 1, 2, 3$; стандартное представление γ – матриц Дирака, причем $\gamma_5 = \gamma_5^+ = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$; латинские индексы $i, m, n = 1, 2, 3$.

Из вида тока (2) очевидна указанная еще в работе [1] невозможность электромагнитного излучения анаполем в вакууме (отсюда название "анаполь") [3]. Имеется только возможность локального взаимодействия тока (2) с внешним током – источником внешнего электромагнитного поля.

Вычисление формфактора $G^{vac}(q^2)$ в однопетлевом приближении стандартной вакуумной модели электрослабых взаимодействий является задачей, нерешенной, по-видимому, до сих пор.

В заключение вводной части укажем связь тока (2) с анапольным моментом (1). Мы не будем при этом пользоваться мультипольным разложением тока по полному набору ортонормированных решений волнового уравнения, как это делалось в [2]. Напомним, что все собственные мультипольные моменты элементарной частицы определяются в системе ее покоя, формально совпадающей с системой Брейта, в которой отсутствует энергетическая компонента переданного импульса ($\omega = 0$, если $\mathbf{p} + \mathbf{p}' = 0$). Последнее свойство позволяет ввести 3-мерное распределение плотности точечного анапольного момента $\mathbf{g(r)} = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{kr}}\mathbf{G}(-k^2)$. Для покоящегося анаполя связь плотности с (1) имеет вид

$$\mathbf{g(r)} = \mathbf{G}\delta^3(\mathbf{r}),\ \text{т. е.} \qquad \mathbf{G} = \lim_{k\to 0} \mathbf{G}(-k^2).$$

Поэтому наиболее общая форма искомой связи фурье-образа $\mathbf{G}(-k^2)$ с поперечным 3-током $\mathbf{J(k)} = \frac{eG^{vac}(-k^2)}{2E_p}\bar{u}(-\mathbf{p})[-k^2\vec{\gamma} + \mathbf{k}(\mathbf{k}\vec{\gamma})]u(\mathbf{p})$ (см. (2)) имеет вид [4]

$$G_m(-k^2) = a\frac{\partial^2 J_n(\mathbf{k})}{\partial k_m\,\partial k_n} + b\,\frac{\partial^2 J_m(\mathbf{k})}{\partial \mathbf{k}^2}\,. \tag{3}$$

Два требования позволяют определить коэффициенты a, b в формуле (3). Во-первых, необходимо, чтобы в системе покоя ($\mathbf{k} = -2\mathbf{p} = 0$) величина (3) равнялась (1), т. е. $G_m = \frac{e}{2m_\nu} G^{vac}(0)\bar{u}(0)\gamma_m\gamma_5 u(0)$.

Это условие дает уравнение $2a - 4b = 1$. Во-вторых, продольный ток $\mathbf{J}_\parallel = \nabla\varphi$ – источник электрических мультиполей – не должен давать вклад в анапольный момент $\mathbf{G} = \int d^3r\,\mathbf{g(r)}$ с плотностью $g_m(\mathbf{r}) = -[ar_m(\mathbf{rJ(r)}) + br^2J_m(\mathbf{r})]$, отвечающей (3). Из этого требования следует уравнение $2a + b = 0$.

Получаемые коэффициенты $a = 1/10, b = -1/5$ отвечают так называемому тороидному дипольному моменту с плотностью $-\mathbf{g(r)} = [(\mathbf{Jr})\mathbf{r} - 2r^2\mathbf{J(r)}]/10$, [2]. Окончательно из (3) следует общая формула для анапольного момента в среде и в вакууме:

$$G_m = \frac{e}{20m_\nu}\bar{u}(0)\left[\frac{\partial^2\Gamma_n(0,\mathbf{k})}{\partial k_m\,\partial k_n} - 2\,\frac{\partial^2\Gamma_m(0,\mathbf{k})}{\partial\mathbf{k}^2}\right]u(0),_{\mathbf{k}=0} \tag{3'}$$

где в случае среды, покоящейся как целое, аргументы электромагнитной вершины $\Gamma_\mu(\omega, k)$ выбираются в зависимости от частотного спектра внешнего поля, воздействующего на среду.

---

3) Кроме условия Лоренца $\partial A_\mu/\partial x_\mu = 0$ для вакуумных фотонов выполнено условие калибровочной инвариантности второго рода, т. е. их спектр безмассовый, $q^2 = 0$ ($\Box A_\mu = 0$). В среде, где $q^2 \neq 0$, излучение в принципе возможно.

4) Учитывая зависимость вершины от $\mathbf{k} = -2\mathbf{p}$, аргумент $\mathbf{k}$ можно опустить в биспинорах $u(p)$, нормировочном множителе ($E_p \to m_\nu$) и в формфакторе $G^{vac}(-k^2)$. В этом случае величина (3) уже не зависит от k, что соответствует точечному анаполю.

Формула ($3'$) справедлива для статического поля, причем предполагается, что частица (нейтрино) покоится (останавливается в среде).

2. Подстановка в формулу ($3'$) электромагнитной вершины нейтрино в изотропной среде [3] дает нулевой результат $G_m = 0$. В магнитоупорядоченной среде, например, в ферромагнетике статическая электромагнитная вершина нейтрино Дирака имеет вид [4]

$$\Gamma_n(0,\mathbf{k}) = -\frac{G_V(1+\gamma_5)\gamma_i}{8\pi\alpha\sqrt{2}}\, e_{imp}\, e_{kln}\, k_m k_l\, (\mu^{-1}_{pk}(0,\mathbf{k}) - \delta_{pk}) +$$

$$+ \frac{G_F m_e (1+\gamma_5)\gamma_i}{4\pi\alpha\sqrt{2}}\, e_{nkp}\, k_p\, (\mu^{-1}_{ik}(0,\mathbf{k}) - \delta_{ik}), \tag{4}$$

где $G_F = 10^{-5}/m_p^2$ – константа слабого взаимодействия Ферми, m_p – масса протона, $\mu_{ik}(\omega,\mathbf{k})$ – тензор магнитной проницаемости ферромагнетика; $G_V = G_F(1+4\xi)$; $\xi = \sin^2\theta_w$, θ_w – угол Вайнберга.

Второе слагаемое в (4) (обозначим $\vec{\Gamma}_2(0,\mathbf{k})$) происходит от статистического усреднения псевдовекторного тока электронов $\langle \overline{\psi}_e \gamma_\mu \gamma_5 \psi_e \rangle$ и определяет индуцированный магнитный момент нейтрино в ферромагнетике [4]. Соответствующий 3-ток $\mathbf{J}_2(\mathbf{r}) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \times e^{i\mathbf{kr}}\overline{u}(0)\vec{\Gamma}_2(0,\mathbf{k})u(0)/2m_\nu$ равен $\mathbf{J}_2(\mathbf{r}) = \mathrm{rot}\,\vec{\mu}(\mathbf{r})$, т. е. является круговым током ("листок"), генерирующим магнитный момент $\vec{\mu} = \int d^3r\,\vec{\mu}(\mathbf{r}) = -2\sqrt{2}G_F m_e^2 \mu_Б\, \varphi^+\vec{\sigma}\varphi/4\pi\alpha$ (ср.[3]). Вершина $\vec{\Gamma}_2(0,\mathbf{k})$ не дает вклада в анапольный момент ($3'$) из-за четной зависимости тензора $\mu_{ik}(0,k)$, $(=\delta_{ik}\,\mu^{-1}(0,k))$, от волнового вектора k.

Первое слагаемое в (4) (обозначим $\vec{\Gamma}_1(0,\mathbf{k})$) происходит от статистического усреднения векторного тока $\langle \overline{\psi}_e \gamma_\mu \psi_e \rangle$ и в простейшем предположении диагональности тензора $\mu^{-1}_{ik} = \mu^{-1}\delta_{ik}$ приводит к плотности индуцированного в ферромагнетике анапольного момента

$$\mathbf{g}(\mathbf{r}) = \frac{eG_V\,\varphi^+\vec{\sigma}\varphi}{8\pi\alpha\sqrt{2}} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3}\, e^{i\mathbf{kr}}\,(1-\mu^{-1}(0,k)), \tag{5}$$

связанной с плотностью полоидального тока $\mathbf{J}_1(\mathbf{r}) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3}\, e^{i\mathbf{kr}}\overline{u}(0)\vec{\Gamma}_1(0,\mathbf{k})u(0)/2m_\nu$ соотношением $\mathbf{J}_1(\mathbf{r}) = \mathrm{rot\,rot}\,\mathbf{g}(\mathbf{r})$. (Ток образует витки, "навитые" на тор с осью вдоль спина нейтрино [5]).

Величина индуцированного анапольного (тороидного) момента $\mathbf{G} = \int \mathbf{g}(\mathbf{r})d^3r = eG^{ind}_{med}\,\varphi^+\vec{\sigma}\varphi$ равна

$$G^{ind}_{med} = \frac{G_V(\mu(0,0)-1)}{8\pi\alpha\sqrt{2}\,\mu(0,0)}. \tag{6}$$

и в ферромагнетике ($\mu = \mu(0,0) \gg 1$) имеет конечное значение.

Литература

1. *Зельдович Я.Б.* ЖЭТФ, 1957, 33, 1531.
2. *Дубовик В.М., Чешков А.А.* Физика ЭЧАЯ, 1974, 5, 791.
3. *Семикоз В.Б.* ЯФ, 1987, 46, 1592.
4. *Леинсон Л.Б., Ораевский В.Н.* Письма в ЖЭТФ, 1988, 48, 58.

Институт земного магнетизма, ионосферы
и распространения радиоволн
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
20 августа 1988 г.

[5]) Точнее, тор составленный из плотно упакованных круговых токов.