

## РАЗМЕРНЫЕ ОСЦИЛЛЯЦИИ ФОРМЫ И ЭНЕРГИИ ФЕРМИ ПОЧТИ СФЕРИЧЕСКИХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ

Э.Л.Нагаев

Жидкие металлические частицы имеют эллипсоидальную форму с эксцентриситетом, осциллирующим с ростом их размера. Их энергия Ферми обнаруживает гигантские квазистохастические размерные осцилляции.

В этой работе побудет показано, что кроме хорошо известных размерных осцилляций термодинамических величин возможны и размерные осцилляции совершенно иного типа — формы частиц. На первый взгляд, в отсутствие поля сил равновесная форма жидких частиц — сферическая. Однако у металлических частиц она на самом деле неустойчива, так как их поверхностная энергия при такой форме имеет особенность, связанную с высокой степенью вырождения электронных уровней. Действительно, для жидких металлов, как правило, хорошо применимо приближение почти свободных электронов. Поэтому каждый электронный уровень  $2l(l+1)$  — кратно вырожден по проекции момента  $m$ , а с учетом того, что радиус частицы  $R$  велик по сравнению с электронной длиной волны  $k^{-1}$ , типичное орбитальное число  $l$  имеет порядок  $kR$ . Поэтому возникает возможность уменьшить электронную энергию частицы с частично заполненным верхним уровнем, понизив ее симметрию.

С ростом числа электронов  $N$  в частице, когда состояние с данным  $l$  будет целиком заполнено, сферическая симметрия должна восстановиться, а когда вновь появится частично заполненный уровень, она вновь понизится, т. е. деформация — осциллирующая функция  $N$ . Реально рост  $N$  происходит при росте  $R$ . Хотя электронные уровни  $E_{nl}(R)$  при этом сдвигаются, но в нулевом приближении по деформации систематика уровней не меняется. Поэтому состояния с различными  $(n, l, m)$  заполняются в той же последовательности, как и при постоянном  $R$ . Однако вместо осцилляций формы в зависимости от  $N$  здесь следует говорить об ее осцилляциях в зависимости от  $R$ .

Возможность наблюдения этого специфически квантового эффекта в области температур, где металл находится в жидком состоянии, обусловлена, прежде всего, большим расстоянием между вырожденными уровнями в сферических частицах, достигающим  $\mu/k_F R$ , где  $\mu$  и  $k_F$  — энергия и импульс Ферми. При  $\mu \sim 10$  эВ,  $k_F R \sim 10$  это расстояние составляет  $10^3 - 10^4$  К. Ситуация становится еще более благоприятной, если учесть, что малые металлические частицы можно переохладить на 30 – 50 % по сравнению с температурой кристаллизации<sup>1</sup>.

Тот факт, что поверхностную энергию сферической частицы нельзя считать пропорциональной площади поверхности, находит свое отражение в размерных осцилляциях энергии Ферми. Их исследование представляет и самостоятельный интерес, поскольку они существенно отличаются от размерных осцилляций  $\mu$  в пленках, описанных в<sup>2</sup>, своей квазистохастичностью. Она обусловлена тем, что электронная энергия зависит не от одного, а от пары квантовых чисел  $n$  и  $l$ . Анализ порядка квантовых уровней в сферической яме свидетельствует об отсутствии очевидной закономерности, по которой изменяются  $n$  и  $l$  по мере роста энергии  $E_{nl}$  при малых ее значениях<sup>3</sup>. То же самое остается в силе и при больших ее значениях. Роль двух независимых параметров в возникновении квазихаотического поведения подтверждается и известным фактом, что такое поведение обнаруживает сумма двух периодических функций с несоизмеримыми периодами.

Расчет проводится для свободных электронов в бесконечно глубокой потенциальной яме,

когда  $k = \rho_{ln}/R$ , где  $\rho_{ln}$  —  $n$ -ый корень функции Бесселя  $J_{l+1/2}(x)$ . Пользуясь общим выражением для  $\rho_{ln}$ , получаем при  $l \gg 1$

$$\rho_{ln} \approx \pi n + \pi l/2, \quad (n \gg l), \quad (1)$$

$$\rho_{ln} \approx l \{ 1 + 2^{-1/3} (3\pi n/2l)^{2/3} \}, \quad (n \ll l). \quad (2)$$

Осцилляции  $\mu$  следуют из независимости  $\rho_{ln}$  от  $R$ . Действительно, с ростом  $R$  значение  $\rho_{l_F n_F}$ , соответствующее  $\mu$ , при  $T = 0$  остается неизменным при изменении радиуса на  $\delta R = l_F(l_F + 1)/2\pi\nu R^2$ , где  $\nu$  — электронная плотность. Поэтому  $\mu = \rho_{l_F n_F}^2/2m^*R^2$  в этом интервале значений  $R$  уменьшается на величину  $\delta\mu \sim \mu\delta R/R \sim \mu(k_{FR})^{-3}$  ( $m^*$  — эффективная масса электрона).

С дальнейшим ростом  $R$  уровень Ферми скачком возрастает, поскольку начинает заполняться более высокий энергетический уровень. Согласно (1, 2) преимущественно заполняются состояния с  $n < l$ , и поэтому значение  $l_F$ , соответствующее  $\mu$ , имеет порядок  $k_{FR}$ . Наибольшая величина скачка  $\mu$  достигается, когда после уровня  $(l_F, 1)$  заполняется уровень  $(l_F + 1, 1)$ . Этот скачок, будучи порядка  $\mu/k_{FR}R$ , велик по параметру  $k_{FR}R$  по сравнению со скачком  $\mu$  в пленке. При конечных, но достаточно низких температурах осцилляции  $\mu$  сохраняются.

Ян-теллеровская деформация сферы  $\epsilon$  находится из условия минимума суммарной энергии верхнего электронного уровня, на котором находятся электроны, и поверхностной энергии  $\alpha S$ , где  $S$  — площадь поверхности,  $\alpha$  — поверхностное натяжение, определяемое ионами и электронами полностью заполненных внутренних оболочек. Естественно считать, что деформация одноосная и происходит без изменения объема частицы. Тогда главные оси эллипсоида равны  $c = R(1 + 2\epsilon)$  и  $a = b = R(1 - \epsilon)$ , а прирост площади поверхности вследствие деформации равен

$$\delta S = \frac{14}{5} \epsilon^2 S_0, \quad S_0 = 4\pi R^2. \quad (3)$$

Изменение кинетической энергии электронов при такой деформации приведено в (3):

$$\delta E_{nlm} = \frac{\epsilon l(l+1)}{(2l-1)(2l+3)} \left[ \frac{3m^2}{l(l+1)} - 1 \right] E_{nl}. \quad (4)$$

Если в верхней оболочке находится  $2(2m_0 + 1)$  электронов, то из (3, 4) получается:

$$\epsilon = \frac{5l(l+1)/(2m_0 + 1)\mu}{14\alpha S_0 (2l_F - 1)(2l_F + 3)} \left[ 1 - \frac{m_0(m_0 + 1)}{l_F(l_F + 1)} \right]. \quad (5)$$

Как видно из (5), деформация соответствует вытянутому эллипсоиду вращения ( $\epsilon > 0$ ). С ростом радиуса  $\epsilon$  (5) уменьшается как  $m_0/S_0 \sim 1/R$ . При  $\alpha = 60$  эрг/см<sup>2</sup> (как у жидкого Cs),  $R = 50$  А,  $\mu \approx 5$  эВ,  $\nu = 10^{22}$  см<sup>-3</sup>, если  $m_0 \approx l_F/\sqrt{3}$ ,  $\epsilon$  достигает 10%.

По-видимому, проще всего обнаружить размерно-зависящую деформацию малых частиц прямыми электронно-микроскопическими методами, точность которых при приведенной выше оценке  $\epsilon$  для этой цели вполне достаточна. Экспериментально удобно поместить ансамбль малых частиц на не смачиваемую ими подложку, практически не меняющую их форму.

Деформацию частиц можно обнаружить и оптическими методами, например, по анизотропии рассеяния света частицами в плазме или жидкости, находящихся во внешнем электри-

ческом поле  $F$ . Если поле параллельно оси  $i$ , то наведенный им дипольный момент  $P_i$  обратно пропорционален коэффициенту деполяризации вдоль этой оси  $n^{(i)}$ <sup>4</sup>. Вдоль длинной оси  $n^{(i)}$  минимален:

$$n^{(x)} = n^{(y)} = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{6}{5} \epsilon\right), \quad n^{(z)} = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{12}{5} \epsilon\right). \quad (6)$$

Поэтому частицы в поле стремятся ориентироваться длинными осями вдоль него. Так как разность энергий конфигураций  $F \parallel c$  и  $F \perp c$  имеет порядок  $\epsilon F^2 R^3$ , то при  $T \sim 300$  К и  $R \sim 100$  А для ориентации, близкой к полной, требуются поля  $\sim 10^5$  В/см.

Так как сечение рассеяния света пропорционально  $P^2$ , то согласно (6) ансамбль ориентированных частиц рассеивает свет, распространяющийся вдоль их большой оси сильнее, чем вдоль малой. Относительная разность сечений рассеяния под прямым углом в этих двух случаях составляет  $36\epsilon/5$ , т. е. анизотропия рассеяния почти на порядок превышает анизотропию формы частиц.

#### Литература

1. Чижик С.П., Гладких Н.Т., Григорьева Л.К. и др. ЖЭТФ, 1986, 88, 1706.
2. Лифшиц И.М., Азбель М.Я., Каганов М.И. Электронная теория металлов. М.: Наука, 1971, с. 415.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М.: Наука, 1974, с. 752.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982, с. 620.

Всесоюзный научно-исследовательский институт  
источников тока  
НПО "Квант"

Получила в редакцию  
2 июля 1988 г.  
После переработки  
5 сентября 1988 г.