Рождение пар $\rho(770), \eta$ мезонов в распадах $\rho(1450) \rightarrow \rho(770)\eta,$ $\tau \rightarrow \rho(770)\eta\nu_{\tau},$ а также в процессе $e^+e^- \rightarrow \rho(770)\eta$ в раширенной модели Намбу–Йона-Лазинио

М. К. Волков⁺¹⁾, *К. Нурлан*^{+*#1)}, *А. А. Пивоваров*⁺¹⁾

+ Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия

*Институт ядерной физики Республики Казахстан, 050032 Алматы, Республика Казахстан

[#]Государственный Университет "Дубна", 141980 Дубна, Россия

Поступила в редакцию 23 октября 2017 г. После переработки 9 ноября 2017 г.

В расширенной модели Намбу–Йона-Лазинио описано рождение пар $\rho(770)$, η мезонов на встречных электрон-позитронных пучках, а также в распадах $\rho(1450) \rightarrow \rho(770)\eta$, $\tau \rightarrow \rho(770)\eta\nu_{\tau}$. При вычислениях процессов, связанных с электрон-позитронной аннигиляцией и распадом тау-лептона учтены вклады от промежуточных ρ мезонов как в основном, так и в первом радиально-возбужденных состояниях. Дано теоретическое предсказание для распада $\tau \rightarrow \rho(770)\eta\nu_{\tau}$. Полученные результаты для остальных процессов находятся в удовлетворительном согласии с известными экспериментальными данными.

DOI: 10.7868/S0370274X1724002X

Введение. Изучению взаимодействия мезонов при низких энергиях уделяется большое внимание как в экспериментальной [1, 2], так и в теоретической областях физики [3, 4]. Однако, при теоретических вычислениях в области энергий ниже 2 ГэВ нельзя применять теорию возмущения квантовой хромодинамики (КХД), и поэтому приходится использовать разные феноменологиеские модели [4, 5]. Одной из наиболее популярных и успешно применяемых моделей такого типа является модель Намбу-Йона-Лазинио (НИЛ) [3, 6–13] и, в частности, ее расширенные модификации, позволяющие в рамках киральной симметрии описывать взаимодействия не только основных состяний четырех мезонных нонетов (скалярных, псевдоскалярных, векторных и аксиальновекторных), но и их первых радиально-возбуженных состояний [3-5, 14-17].

Все вычисления в рамках НИЛ-модели проводятся в низшем порядке по $1/N_c$, где N_c – число цветов кварков. Учет более высоких степеней разложения может привести к нарушению киральной симметрии. Поэтому в стандартной НИЛ-модели такие разложения не используются. Однако существуют другие подходы при формулировании феноменологических моделей при низких энергиях, в частности, киральная теория возмущений [18, 19]. В результате удалось успешно описать многие процессы рождения мезонов на встречных электрон-позитронных пучках, а также в распадах тау-лептонов [4]. В настоящей работе мы продолжим эти исследования и в рамках расширенной НИЛ-модели опишем процессы $\rho' \to \rho\eta$, $\tau \to \rho\eta\nu_{\tau}$ и $e^+e^- \to \rho\eta$. Полученные здесь теоретические результаты находятся в удовлетворительном согласии с известными экспериментальными данными [1, 2, 21].

2. Лагранжиан расширенной НИЛ-модели для ρ, ρ', η мезонов. Лагранжиан для векторных ρ, ρ' и псевдоскалярных η мезонов в расширенной НИЛ-модели имеет следующий вид [4]:

$$\Delta L_{\rm int}(q,\bar{q},\rho,\rho',\eta) =$$

$$= \bar{q} \left[\frac{1}{2} \gamma^{\mu} \lambda_{\rho} (a_{\rho}\rho_{\mu} + b_{\rho}\rho'_{\mu}) + i\gamma^{5} \lambda_{u} \sum_{\tilde{\eta}=\eta,\eta',\hat{\eta},\hat{\eta}'} A^{u}_{\tilde{\eta}} \tilde{\eta} \right] q, (1)$$

где q и \bar{q} являются полями u и d кварков с составляющими массами $m_u = m_d = 280 \,\mathrm{M}$ эВ,

$$a_{\rho} = \frac{1}{\sin(2\theta_{\rho}^{0})} \left[g_{\rho} \sin(\theta_{\rho} + \theta_{\rho}^{0}) + g_{\rho'} f_{\rho}(\mathbf{k}^{2}) \sin(\theta_{\rho} - \theta_{\rho}^{0}) \right],$$

$$b_{\rho} = \frac{-1}{\sin(2\theta_{\rho}^{0})} \left[g_{\rho} \cos(\theta_{\rho} + \theta_{\rho}^{0}) + g_{\rho'} f_{\rho}(\mathbf{k}^{2}) \cos(\theta_{\rho} - \theta_{\rho}^{0}) \right],$$

$$A_{\bar{\eta}}^{u} = g_{1}^{u} b_{\bar{\eta}1}^{u} + g_{2}^{u} f_{u}(\mathbf{k}^{2}) b_{\bar{\eta}2}^{j},$$

(2)

 $^{^{1)}\}mbox{e-mail: volkov@theor.jinr.ru, nurlan.qanat@mail.ru, tex k@mail.ru$

 $f(\mathbf{k}^2) = 1 + d_{uu}\mathbf{k}^2 - формфактор для описания пер$ $вого радиально-возбужденного состояния, <math>d_{uu}$ – параметр наклона, θ_{ρ} и θ_{ρ}^0 – углы смешивания для векторных мезонов в основных и возбужденных состояниях. Определение углов смешивания можно найти в работе [4] (гл. 2.2),

$$d_{uu} = -1.784 \,\Gamma \Im B^{-2},$$

 $\theta_{\rho} = 81.8^{\circ},$
 $\theta_{\rho}^{0} = 61.5^{\circ}.$
(3)

Коэффициенты $b_{\tilde{\eta}1}^{j}, b_{\tilde{\eta}2}^{j}$ являются параметрами смешивания четырех состояний η мезонов. Эти коэффициенты получены в работе [17] (гл. 3.3) и приведены в табл. 1.

Таблица 1. Коэффициенты смешивания для η мезонов.

$b^j_{ ilde\eta i}$	η	$\hat{\eta}$	η'	$\hat{\eta}'$
$b^u_{ ilde\eta 1}$	0.71	0.62	-0.32	0.56
$b^u_{ ilde\eta 2}$	0.11	-0.87	-0.48	-0.54
$b^s_{\tilde{\eta}1}$	0.62	0.19	0.56	-0.67
$b^s_{\tilde{n}2}$	0.06	-0.66	0.30	0.82

Константы связи определены через интегралы:

$$g_{\rho} = \left(\frac{2}{3}I_2(m_u, m_u)\right)^{-1/2} \approx 6.14,$$
$$g_{\rho'} = \left(\frac{2}{3}I_2^{f_{uu}^2}(m_u, m_u)\right)^{-1/2} \approx 9.87,$$
$$g_1^u = \left(\frac{4}{Z_{\pi}}I_2(m_u, m_u)\right)^{-1/2} \approx 3.02,$$
$$g_2^u = \left(4I_2^{f_{uu}^2}(m_u, m_u)\right)^{-1/2} \approx 4.03,$$

где Z_{π} – параметр перенормировки, возникающий при учете $\pi - a_1$ переходов,

$$Z_{\pi} = \left(1 - 6\frac{m_u^2}{M_{a_1}^2}\right)^{-1} \approx 1.45,$$

где $M_{a_1} = 1230 \,\mathrm{M}$ эВ – масса акисально-векторного a_1 мезона, а интеграл

$$I_2^{f^n}(m_1, m_2) =$$

= $-i \frac{N_c}{(2\pi)^4} \int \frac{f^n(\mathbf{k}^2)}{(m_1^2 - k^2)(m_2^2 - k^2)} \theta(\Lambda_3^2 - \mathbf{k}^2) d^4k, \quad (4)$

 $\Lambda_3 = 1.03 \, \Gamma$ эВ – параметр ультрафиолетового обрезания по импульсам кварков [20].

Приведем также лагранжиан слабого взаимодействия лептонного тока с кварками, необходимого для описания распада $\tau \to \rho \eta \nu_{\tau}$:

$$L^{\text{weak}} = \bar{\tau} \gamma_{\mu} (1 - \gamma_5) \nu \frac{G_{\text{F}}}{\sqrt{2}} V_{ud} \bar{d} (1 - \gamma_5) \gamma_{\mu} u, \quad (5)$$

где $G_{\rm F}=1.1663787(6)\cdot 10^{-11}\,{\rm M} \odot {\rm B}^{-2}$ – константа Ферми, V_{ud} – элемент матрицы Кабиббо–Кобаяши– Маскавы.

3. Распад $\rho' \to \rho \eta$. Процесс $\rho' \to \rho \eta$ в однопетлевом кварковом приближении описывается диаграммой на рис. 1. Соответствующая амплитуда имеет вид:

$$T = 4m_u I_{03}^{\rho'\rho\eta} \epsilon^{\nu\lambda\delta\sigma} e_\nu(l) e_\lambda(p) p_\rho^\delta q_\eta^\sigma, \tag{6}$$

где $e_{\nu}(l)e_{\lambda}(p)$ – поляризационные вектора ρ', ρ мезонов. Петлевой интеграл

$$I_{03}^{\rho'\rho\eta}(m_u, m_d) = -i\frac{N_c}{(2\pi)^4} \times \int \frac{a_\rho b_\rho A^u_\eta}{(m_u^2 - (k+p)^2)(m_u^2 - k^2)(m_u^2 - (k-q)^2)} \times \theta(\Lambda_3^2 - \mathbf{k}^2) \mathrm{d}^4 k,$$
(7)

 $a_\rho,\,b_\rho,A^u_\eta$ – коэффициенты, содержащие углы, коэффициенты смешивания и формфакторы.



Рис. 1. Диаграмма, описывающая распад $\rho' \to \rho \eta$

В результате получаем ширину распада

$$\Gamma_{\rm NJL}(\rho' \to \rho \eta) = 10.8 \,\mathrm{MsB.}$$
 (8)

Близкие значения к нашим результатам для ширины распада $\rho' \to \rho \eta$ получены в работе [22]. К сожалению, эксперимент дает только ограничение сверху на данный распад [21]:

$$\Gamma_{\rm exp}(\rho' \to \rho \eta) < 16.0 \pm 2.4 \,\mathrm{M}\mathfrak{s}\mathrm{B}.\tag{9}$$

4. Процесс $e^+e^- \to \rho\eta$ в расширенной НИЛмодели. Диаграммы, описывающие процесс $e^+e^- \to \rho\eta$, изображены на рис. 2 и 3. Соответствующая им амплитуда равна

$$T = \frac{4m_u e^2}{s} l^\mu \left\{ B_{(\gamma)} + B_{(\rho)} + B_{(\rho')} \right\}_{\mu\nu} \epsilon^{\nu\lambda\delta\sigma} e_\lambda(p) p_\rho^\delta q_\eta^\sigma,$$

где $l^\mu = \bar{e}\gamma^\mu e$ – лептонный ток, $s = (p(e^-) + p(e^+))^2.$

Письма в ЖЭТФ том 106 вып. 11-12 2017



Рис. 2. Контактная диаграмма процесса $e^+e^- \rightarrow \rho\eta$



Рис. 3. Диаграмма процесса $e^+e^-\to\rho\eta$ с промежуточными $\rho,\,\rho'$ мезонами

Вклад контактной диаграммы (см. рис. 2):

$$B_{(\gamma)}{}_{\mu\nu} = I_{03}^{\gamma\rho\eta} g_{\mu\nu}.$$
 (11)

Вклад диаграмм с промежуточными $\rho,\,\rho'$ мезонами:

$$B_{(\rho)}{}_{\mu\nu} = \frac{C_{\rho}}{g_{\rho}} I_{03}^{\rho\rho\eta} \frac{g_{\mu\nu}s - p_{\mu}p_{\nu}}{M_{\rho}^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_{\rho}},$$
(12)

$$B_{(\rho')}{}_{\mu\nu} = \frac{C_{\rho'}}{g_{\rho}} I_{03}^{\rho'\rho\eta} \frac{g_{\mu\nu}s - p_{\mu}p_{\nu}}{M_{\rho'}^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_{\rho'}}, \qquad (13)$$

 $M_{\rho} = 775 \text{ МэВ}, M_{\rho'} = 1465 \text{ МэВ}, \Gamma_{\rho} = 149 \text{ МэВ}, \Gamma_{\rho'} = 400 \text{ МэВ} - массы векторных мезонов и их ширины полного распада [23]. Константа <math>C_{\rho}$ описывает переход виртуального фотона в промежуточный векторный мезон:

$$C_{\rho} = \frac{1}{\sin(2\theta_{\rho}^{0})} \left[\sin(\theta_{\rho} + \theta_{\rho}^{0}) + R_{V} \sin(\theta_{\rho} - \theta_{\rho}^{0}) \right],$$
(14)
$$R_{V} = \frac{I_{2}^{f}(m_{u}, m_{d})}{\sqrt{I_{2}(m_{u}, m_{d})I_{2}^{f^{2}}(m_{u}, m_{d})}}.$$

Численные результаты вычислений с приведенными здесь амплитудами даны на рис. 4. Теоретическому результату соотвествует сплошная линия, экспериментальные данные [1] показаны отдельными точками.

5. Распад $\tau \to \rho \eta \nu_{\tau}$. Диаграммы, описывающие распад $\tau \to \rho \eta \nu_{\tau}$, изображены на рис. 5 и 6. Амплитуда распада близка к той, которая описана в разделе 4 и имеет вид

$$T = -\mathrm{i}4m_u \frac{G_F}{\sqrt{2}} l^\mu V_{ud} \times$$

Письма в ЖЭТФ том 106 вып. 11-12 2017



Рис. 4. (Цветной онлайн) Сравнение предсказаний модели НИЛ для процесса $e^+e^- \rightarrow \rho\eta$ (сплошная линия) с экспериментальными данными [1]

$$\times \left\{ I_{03}^{\gamma\rho\eta} g_{\mu\nu} + \frac{C_{\rho}}{g_{\rho}} I_{03}^{\rho\rho\eta} \frac{g_{\mu\nu}s - p_{\mu}p_{\nu}}{M_{\rho}^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_{\rho}} + \frac{C_{\rho'}}{g_{\rho}} I_{03}^{\rho'\rho\eta} \frac{g_{\mu\nu}s - p_{\mu}p_{\nu}}{M_{\rho'}^2 - s - i\sqrt{s}\Gamma_{\rho'}} \right\} \epsilon^{\nu\lambda\delta\sigma} e_{\lambda}(p) p_{\rho}^{\delta} q_{\eta}^{\sigma}.$$
(15)

Здесь вместо промежуточного фотона имеет место W-бозон, роли нейтральных промежуточных векторных ρ мезонов будут играть заряженные векторные мезоны.



Рис. 5. Контактная диаграмма распад
а $\tau \to \rho \eta \nu_\tau$



Рис. 6. Диаграмма распада $\tau \to \rho \eta \nu_{\tau}$ с промежуточными ρ, ρ' мезонами

В результате для парциальной ширины распада $\tau \to \rho \eta \nu_{\tau}$ получаем:

$$Br(\tau \to \rho \eta \nu_{\tau})_{\rm NJL} = 1.44 \cdot 10^{-3}.$$
 (16)

6. Заключение. Результаты, полученные для $\rightarrow~\rho\eta$ и $e^+e^-~\rightarrow~\rho\eta,$ находятся в удовлетво-0' рительном согласии с известными экспериментальными данными [1, 21]. Наши теоретические оценки для ширины распада $\rho' \rightarrow \rho \eta$ в рамках расширенной НИЛ-модели близки к теоретическому результату, полученному в другой феноменологической модели [22]. К сожалению, для распада $\tau \rightarrow$ $\rho\eta\nu_{\tau}$ в настоящее время не существует прямых экспериментальных данных, однако достаточно хорошо измерена ширина распада, $\tau \rightarrow 2\pi \eta \nu_{\tau}$, равная $Br(\tau \to 2\pi \eta \nu_{\tau})_{exp} = (1.39 \pm 0.1) \cdot 10^{-3}$ [23]. Заметим, что по порядку величины это значение близко к полученной нами ширине распада $\tau \to \rho \eta \nu_{\tau}$. Следовательно, можно надеяться, что наше предсказание для ширины процесса $\tau \to \rho \eta \nu_{\tau}$ находится в разумных пределах по сравнению с шириной $\tau \to 2\pi\eta\nu_{\tau}$ и в ближайшем будущем найдет экспериментальное подтверждение. Процесс $\tau \to 2\pi \eta \nu_{\tau}$ был теоретически вычислен в работе [25].

В заключение заметим, что ширина процесса $\tau \rightarrow 2\pi\eta\nu_{\tau}$ ранее была вычислена в рамках расширенной НИЛ-модели в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными [24].

Авторы выражают благодарность А.Б. Арбузову за полезные обсуждения.

- B. Delcourt, D. Bisello, J. C. Bizot, J. Buon, A. Cordier, and F. Mane, Phys. Lett. B 113, 1 (1982).
- BaBar Collaboration (Bernard Aubert (Annecy, LAPP) et al.), Phys. Rev. D 77, 092002 (2008).
- M. K. Volkov and A. E. Radzhabov, Phys. Usp. 49, 551 (2006).
- M. K. Volkov and A. B. Arbuzov, Usp. Fiz. Nauk 187, 689 (2017).
- 5. M.K. Volkov and A.B. Arbuzov, Phys. Part. Nucl.

47, 489 (2016) [Fiz. Elem. Chast. Atom. Yadra **47**, 489 (2016)].

- 6. D. Ebert and M. K. Volkov, Z. Phys. C 16, 205 (1983).
- 7. M. K. Volkov, Ann. Phys. (New York) 157, 282 (1984).
- M. K. Volkov, Sov. J. Part. Nucl. 17, 186 (1986) [Fiz. Elem. Chast. Atom. Yadra 17, 433 (1986)].
- D. Ebert and H. Reinhardt, Nucl. Phys. B 271, 188 (1986).
- H. Vogl and W. Weise, Progr. Part. Nucl. Phys. 27, 195 (1991).
- 11. S. P. Klevansky, Rev. Mod. Phys. 64, 649 (1992).
- 12. M. K. Volkov, Sov. J. Part. and Nuclei 24, 81 (1993).
- D. Ebert, H. Reinhardt, and M. K. Volkov, Prog. Part. Nucl. Phys 33, 1 (1994).
- 14. M. K. Volkov and C. Weiss, Phys. Rev. D 56, 221 (1997).
- M. K. Volkov, Phys. Atom. Nucl. 60, 1920 (1997) [Yad. Fiz. 60, 2094 (1997)].
- M. K. Volkov, D. Ebert and M. Nagy, Int. J. Mod. Phys. A 13, 5443 (1998).
- M. K. Volkov and V. L. Yudichev, Phys. Part. Nucl. 31, 282 (2000) [Fiz. Elem. Chast. At. Yadra 31, 576 (2000)].
- J. Gasser and H. Leutwyler, Annals. Phys. 158, 142 (1984).
- J. Gasser and H. Leutwyler, Nucl. Phys. B 250, 517 (1985).
- D. Ebert, Yu.L. Kalinovsky, L. Munchow, and M.K. Volkov, Int. J. Mod. Phys. A 8, 1295 (1993).
- A. Donnachie and A.B. Clegg, Z. Phys. C 51, 689 (1991).
- M. Piotrowska, C. Reisinger, and F. Giacosa, Phys. Rev. D 96, 054033 (2017).
- C. Partignani, K. Agashe, G. Aielli et al. (Particle Data Group), Chin. Phys. C 40, 100001 (2016).
- M. K. Volkov, A. B. Arbuzov, and D. G. Kostunin, Phys. Rev. Phys. Rev. C 89, 015202 (2014).
- D. Gomes Dumm and P. Roing, Phys Rev. D 86, 076009 (2012).