Ионизационный механизм генерации ультракоротких частотно-перестраиваемых импульсов в среднем ИК-диапазоне

А. А. Силаев $^+$, В. А. Костин $^{+*}$, И. Д. Ларюшин $^{+*}$, Н. В. Введенский $^{+*1}$

+Институт прикладной физики РАН, 603950 Нижний Новгород, Россия

*Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, 603950 Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию 15 декабря 2017 г.

Исследована генерация импульсов в среднем ИК-диапазоне при ионизации газа интенсивным двухцветным полем фемтосекундной длительности, содержащим квазимонохроматические компоненты с частотным отношением, близким к 2. Генерация происходит на частоте отстройки, равной разности между большей и удвоенной меньшей частотами. Показано, что эффективность генерации определяется как величиной частотной отстройки, так и ее знаком, принимая более высокие значения при отрицательных отстройках. Длительность генерируемого импульса определяется длительностью ионизации, которая много меньше длительности ионизирующего поля, что обеспечивает получение малоцикловых и субцикловых импульсов в среднем ИК-диапазоне.

DOI: 10.7868/S0370274X18030037

Генерация частотно-перестраиваемых ультракоротких импульсов в среднем инфракрасном (ИК) диапазоне длин волн (3-30 мкм) является важной проблемой, интерес к которой носит как фундаментальный, так и прикладной характер. Например, использование интенсивных ультракоротких импульсов среднего ИК-излучения с большой длиной волны и контролируемой фазой для генерации высоких гармоник позволяет эффективно продвинуться в коротковолновую область мягкого рентгеновского диапазона и получить сверхкороткие аттосекундные импульсы [1, 2]. Кроме этого источники ультракоротких импульсов в среднем ИК-диапазоне требуются для наблюдения сверхбыстрой электронной и колебательной динамики в широком классе материалов [3, 4]. Интерес к таким источникам также связан с возможностями спектроскопии и диагностики фармацевтических препаратов, взрывчатых и отравляющих веществ, состава атмосферы и других сред [5, 6]. При этом для достижения высокой точности диагностики необходимо охватывать широкий спектральный диапазон, что может быть реализовано при использовании частотно-перестраиваемых либо сверхширокополосных импульсов.

Существуют несколько направлений в методах генерации ультракоротких импульсов в среднем ИКдиапазоне. Один из них связан с использованием волоконных световодов [7, 8]. Соответствующие источники излучения достаточно компактны, обладают высокой стабильностью и надежностью, но недостаточно мощны для многих приложений и к тому же пока не позволяют продвинуться в длинноволновую часть спектра (с длиной волны больше 5 мкм) и получать очень короткие малоцикловые импульсы. Основные же успехи в генерации мощных (и в том числе относительно длинноволновых) ультракоротких импульсов в среднем ИК-диапазоне связаны с использованием параметрических генераторов света (ПГС) на основе частотной конверсии в нелинейных кристаллах. Среди основных достижений в этом направлении необходимо отметить генерацию трехцикловых импульсов на длине волны 3.9 мкм с энергией 20 мДж [9] и на длине волны 7 мкм с энергией 0.5 мДж [10], субцикловых импульсов (длительностью 20 фс) с центральной длиной волны 6.8 мкм и энергией 1 мкДж [11], а также осуществление частотной перестройки в диапазоне длин волн 2.4-4 мкм импульсов с длительностью 70 фс и энергией 80 мкДж [12].

(с) 2018 г. 10 февраля

Несмотря на эти успехи, генерация мощных перестраиваемых в широких пределах малоцикловых и субцикловых импульсов в среднем ИК-диапазоне остается существенной и фактически нерешенной проблемой (особенно в его длинноволновой части). Основные сложности обусловлены ограниченностью интенсивности света в кристалле (и связанной с этим необходимостью изготовления и применения широкоапертурных кристаллов) и ограниченностью его

¹⁾e-mail: vved@appl.sci-nnov.ru

рабочей полосы, а также необходимостью организации условий широкополосного фазового синхронизма или дополнительной компрессии для генерации ультракоротких импульсов.

В настоящей работе аналитически и численно исследуется новый метод генерации ультракоротких импульсов в среднем ИК-диапазоне, основанный на ионизационном механизме многоволнового смешения полей интенсивных двухцветных фемтосекундных импульсов. Здесь (в отличие от обычных параметрических методов) быстро меняющимся параметром является плотность плазмы, и эффект обеспечивается движением свободных электронов, что значительно расширяет диапазоны рабочих интенсивностей и частот по сравнению с волновым смещением в нелинейных кристаллах (где существенную роль играют дисперсия и поглощение вблизи большого набора резонансных частот). Если отношение частот квазимонохроматических компонент двухцветного ионизирующего поля близко к несократимой рациональной дроби с не очень большой нечетной суммой числителя и знаменателя, то в результате ионизационного многоволнового смешения в образующейся плазме может эффективно возбуждаться ток свободных электронов на низкой (по сравнению с частотами ионизирующего поля) комбинационной частоте [13]. При этом, как будет показано далее, резкая зависимость скорости ионизации от напряженности поля приводит к очень малой длительности генерируемых импульсов, которая определяется длительностью ионизации (характерным временем нарастания плотности плазмы). В результате получающиеся импульсы в среднем ИК-диапазоне могут быть как малоцикловыми, так и субцикловыми, при этом разность фаз между несущей и огибающей в этих импульсах определяется фазовым сдвигом между одноцветными компонентами в ионизирующем поле.

В качестве наиболее важного и интересного с практической точки зрения примера реализации ионизационного механизма генерации ультракоротких импульсов в среднем ИК-диапазоне рассмотрим ионизирующие двухцветные импульсы, содержащие квазимонохроматические компоненты с частотным отношением, близким к 2. При этом генерация происходит на частоте отстройки, равной разности между большей и удвоенной меньшей частотами. Такие двухцветные импульсы обычно состоят из поля накачки и добавочного поля, получающегося либо при использовании кристаллов удвоения частоты и частотно-селективных элементов, создающих частотную отстройку [5, 14, 15], либо с использованием ПГС, генерирующего излучение вблизи половинной частоты [16, 17]. В последнем случае частота отстройки может непрерывно изменяться в очень широких пределах, охватывающих весь средний ИКдиапазон.

Запишем зависимость напряженности линейнополяризованного двухцветного ионизирующего поля \mathbf{E} от времени t:

$$\mathbf{E}(t) = [F_1(t)\cos(\omega_1 t) + F_2(t)\cos(\omega_2 t + \varphi)]\mathbf{x}_0, \quad (1)$$

где $\omega_{1,2} > 0$ – циклические частоты, $F_{1,2}(t) > 0$ – медленные огибающие одноцветных квазимонохроматических компонент, φ – фазовый сдвиг, и \mathbf{x}_0 – единичный вектор.

В численных расчетах выбираются гауссовы огибающие $F_{1,2} = (8\pi I_{1,2}/c)^{1/2} \exp(-t^2/2\tau^2)$ с максимальными интенсивностями $I_{1,2}$, где $\tau = \tau_p/(4\ln 2)^{1/2}$, τ_p – полная длительность по уровню 1/2 от максимальной интенсивности и c – скорость света. Пусть ω_1 – меньшая из двух частот, $\omega_2 = 2\omega_1 + \Delta \omega$ и $|\Delta \omega| \ll \omega_1$. Будем считать также, что длительность генерируемого импульса мала по сравнению с характерным временем диссипации тока в плазме и периодом собственных плазменных колебаний, что позволяет считать поле (1) заданным и пренебречь всеми диссипативными членами в уравнениях для расчета низкочастотной (на частотах, много меньших ω_1) плотности тока **j**LF.

Численное моделирование возбуждения электронного тока проводится из первых принципов на основе решения трехмерного нестационарного уравнения Шредингера, которое позволяет описать все стадии динамики электронной волновой функции $\psi(\mathbf{r}, t)$ атома водорода, находящегося в интенсивном внешнем поле $\mathbf{E}(t)$,

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + \left[-\frac{e^2}{r} + e\mathbf{r}\cdot\mathbf{E}(t)\right]\psi.$$
 (2)

Здесь \hbar – приведенная постоянная Планка, e – элементарный заряд, m – масса электрона, \mathbf{r} – радиусвектор с началом в точке нахождения иона и $r = |\mathbf{r}|$. Начальное условие соответствует основному (1s) состоянию. Метод численного решения уравнения (2) подробно описан в [18]. Производная плотности электронного тока **j** выражается через ψ как

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} = \frac{e^2 N_m}{m} \left[\mathbf{E} + \left\langle \psi \mid \frac{e \mathbf{r}}{r^3} \mid \psi \right\rangle \right],\tag{3}$$

где N_m – плотность нейтральных атомов до начала ионизации. Зависимость $\partial \mathbf{j}_{\text{LF}}/\partial t$ от t находится из $\partial \mathbf{j}/\partial t$ с помощью идеального фильтра нижних час-



Рис. 1. (Цветной онлайн) Спектры мощности $\partial \mathbf{j}/\partial t$, найденные из численного решения трехмерного нестационарного уравнения Шредингера (2) для двухцветного ионизирующего поля (1) с частотами компонент ω_1 и $\omega_2 = 2\omega_1 + \Delta \omega$ при различных значениях частоты отстройки $\Delta f = \Delta \omega/2\pi = \pm 12.5, \pm 25, \pm 50,$ ± 75 и ± 100 ТГц (линии 1–5 соответственно). Отстройка отрицательна для сплошных линий и положительна для штриховых. Параметры ионизирующего лазерного импульса: частота ω_1 соответствует длине волны $\lambda_1 = 2\pi c/\omega_1 = 800$ нм, интенсивности компонент – $I_1 = 2 \cdot 10^{14}$ Вт/см², $I_2 = 2 \cdot 10^{13}$ Вт/см², длительность – $\tau_p = 100$ фс, фазовый сдвиг – $\varphi = 0$

тот (частота среза фильтра соответствует наименьшей частоте выше $|\Delta \omega|$, при которой спектральная плотность $\partial \mathbf{j}/\partial t$ достигает локального минимума).

На основе численного решения уравнений (2), (3) рассчитаны спектры и временны́е профили $\partial \mathbf{j}_{LF}/\partial t$, показанные соответственно на рис. 1, 2 для различных значений частоты отстройки $\Delta f = \Delta \omega / 2\pi$. Как видно на рис. 1, спектр содержит выраженный колоколообразный пик вблизи частоты отстройки. Ширина пика значительно больше ширин спектров квазимонохроматических компонент ионизирующего поля и слабо зависит от частоты отстройки, в то время как высота пика зависит как от ее абсолютного значения, так и от знака. При этом отрицательные значения отстройки приводят к генерации более сильных импульсов, чем положительные. Такая асимметрия по отношению к знаку отстройки может быть весьма значительной, и пик при положительной отстройке может оказаться на порядок ниже пика при отрицательной отстройке. Пики имеют гладкие склоны, и соответствующие временные зависимости также обладают достаточно плавными огибающими, что видно из рис. 2, построенного при двух значениях фазового сдвига φ . При этом изменение φ на $\pi/2$ приводит к сдвигу фазы на $\pi/2$ в генерируемом импульсе. Длительность импульсов при разной величине отстрой-



Рис. 2. (Цветной онлайн) Волновые профили генерируемых импульсов низкочастотного тока $\mathbf{x}_0 \cdot \partial \mathbf{j}_{\mathrm{LF}}/\partial t$, найденные из численного решения трехмерного нестационарного уравнения Шредингера при тех же параметрах, что и на рис. 1, но при двух значениях фазового сдвига $\varphi = 0$ (сплошные линии) и $\pi/2$ (штриховые линии) при различных отрицательных значениях частоты отстройки: (a) $\Delta f = -100 \mathrm{T}\Gamma \mathrm{I}$, (b) $-75 \mathrm{T}\Gamma \mathrm{I}$, (c) $-50 \mathrm{T}\Gamma \mathrm{I}$, (d) $-25 \mathrm{T}\Gamma \mathrm{I}$, (e) $-12.5 \mathrm{T}\Gamma \mathrm{I}$

ки приблизительно одинакова и значительно меньше длительности исходного ионизирующего поля, что приводит (в зависимости от частоты отстройки) к

(10)

генерации малоцикловых или субцикловых импульсов.

Для интерпретации результатов квантовомеханического моделирования удобно воспользоваться аналитическим подходом, основанным на уравнении для плотности плазмы N(t) и классическом уравнении для плотности тока свободных электронов $\mathbf{j}(t)$ в холодной бесстолкновительной плазме с переменным числом частиц [13, 16, 18]:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = (N_m - N)w(E), \quad \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} = \frac{e^2 N}{m} \mathbf{E}, \qquad (4)$$

где w[E(t)] – вероятность туннельной ионизации атома в единицу времени в поле $E = |\mathbf{E}|$ и предполагается, что пондеромоторная энергия электрона в этом поле много больше потенциала ионизации атома.

Из уравнений (4) с начальным условием N = 0(при $t \to -\infty$) можно найти аналитически решение для $\partial \mathbf{j}_{\mathrm{LF}}/\partial t$ в случае, когда амплитуда одной из квазимонохроматических компонент в двухцветном поле значительно меньше другой. Для этого используется теория возмущений по соответствующему малому полю, описанная в [13]. Анализируется спектральный состав N в различных порядках теории возмущений и находятся квазимонохроматические составляющие N на частотах $\omega_{1,2} \pm \Delta \omega$ с комплексными огибающими $N_{\omega_{1,2}\pm\Delta\omega}$, которые позволяют записать $\partial \mathbf{j}_{\mathrm{LF}}/\partial t$ как

$$\frac{\partial \mathbf{j}_{\text{LF}}}{\partial t} \approx \frac{e^2}{m} \operatorname{Re} \left\{ e^{i\Delta\omega t} \left[\left(N^*_{\omega_1 - \Delta\omega} + N_{\omega_1 + \Delta\omega} \right) F_1 + \left(N^*_{\omega_2 - \Delta\omega} e^{i\varphi} + N_{\omega_2 + \Delta\omega} e^{-i\varphi} \right) F_2 \right] \right\} \mathbf{x}_0.$$
(5)

При $F_2 \ll 2F_1/n_0(F_1)$ находим

$$N_{\omega_2 - \Delta \omega} \approx -\frac{\mathrm{i}}{2\omega_1} \left(1 - \frac{2}{n_0(F_1)} \right) \frac{\partial \bar{N}}{\partial t}, \qquad (6)$$

$$N_{\omega_1 + \Delta\omega} \approx -\frac{\mathrm{i}e^{\mathrm{i}\varphi}}{\omega_1 + \Delta\omega} \frac{F_2}{2F_1} \left(n_1(F_1) - \frac{1}{2} \right) \frac{\partial \bar{N}}{\partial t}, \quad (7)$$

$$N_{\omega_1 - \Delta\omega} \approx -\frac{\mathrm{i}e^{-\mathrm{i}\varphi}}{\omega_1 - \Delta\omega} \frac{F_2}{2F_1} \left(n_1(F_1) - \frac{9}{2} \right) \frac{\partial \bar{N}}{\partial t}, \quad (8)$$

а $N_{\omega_2+\Delta\omega}$ в рассматриваемом предельном случае пренебрежимо мала. Здесь $n_0(F_1) =$ $= w'(F_1)F_1/w(F_1)$ – эффективный (локальный) показатель степени функции w(E) при $E = F_1$, $n_1(F_1) = w''(F_1)F_1/w'(F_1)$ и \bar{N} – средняя по периоду ионизующего поля плотность плазмы, которая удовлетворяет уравнению $\partial \bar{N}/\partial t = (N_m - \bar{N})\bar{w}(F_1)$, где $\bar{w}(F_1) = [2/\pi n_0(F_1)]^{1/2}w(F_1)$ – средняя по периоду вероятность ионизации в единицу времени. При выводе выражений (6)–(8) предполагалось также,

Письма в ЖЭТФ том 107 вып. 3-4 2018

что $n_0(F_1) \approx n_1(F_1) \gg 1$ (т.е. w(E), w'(E) – резкорастущие функции поля) и выполняется условие $\omega_1 \tau_i \gg 1$, где

$$\tau_i \approx \left[-(\partial \bar{N}/\partial t)/(\partial^3 \bar{N}/\partial t^3) \right]_{t=t_0}^{1/2}$$
(9)

есть длительность ионизации (характерное время нарастания плотности плазмы) и t_0 – момент времени, при котором $\partial \bar{N}/\partial t$ достигает максимального значения. Подставляя (6)–(8) в (5), получаем

 $\frac{\partial \mathbf{j}_{\rm LF}}{\partial t} \approx G(t) \sin(\Delta \omega t + \varphi) \mathbf{x}_0,$

где

$$G(t) = \left(\frac{3}{2} - \frac{n_0(F_1)\Delta\omega}{\omega_1}\right) \frac{e^2 F_2}{m\omega_1} \frac{\partial\bar{N}}{\partial t}.$$
 (11)

В другом предельном случае, когда $F_1 \ll 2F_2/n_0(F_2)$, описанная выше процедура приводит к той же формуле (10) для $\partial \mathbf{j}_{\mathrm{LF}}/\partial t$ с

$$G(t) = \left(\frac{3}{2} - \frac{n_0(F_2)\Delta\omega}{2\omega_2}\right) \frac{e^2 n_0(F_2)F_1^2}{2m\omega_2 F_2} \frac{\partial \bar{N}}{\partial t},\qquad(12)$$

где $\partial \bar{N}/\partial t = (N_m - \bar{N})\bar{w}(F_2).$

Характерным временным масштабом входящего в (11) и (12) множителя $\partial N/\partial t$ является длительность ионизации τ_i , определяемая формулой (9). В случае когда финальная степень ионизации мала, т.е. $\bar{N}(t \rightarrow +\infty) \ll N_m$, имеем $\partial \bar{N}/\partial t \approx$ $\approx N_m \bar{w}(E_{\rm max}) \exp\left(-t^2/2\tau_i^2\right)$, где $E_{\rm max}$ – максимальное значение поля в ионизирующем импульсе, и $\tau_i \approx$ $\approx \tau/n_0^{1/2}(E_{\rm max})$. Согласно этой оценке $\tau_i \ll \tau$ при $n_0 \gg 1$, что обеспечивается резкостью зависимости вероятности ионизации от поля. На рис. 3 приведены результаты расчетов зависимости τ_i , даваемой формулой (9), от максимальной интенсивности в ионизирующем импульсе при двух значениях $\tau_n = 50$ и 100 фс. В расчетах использовалась эмпирическая формула из [19] для вероятности туннельной ионизации атома водорода

$$w(E) = 4\omega_a(E_a/E)\exp(-2E_a/3E - 12E/E_a), \quad (13)$$

где $E_a=5.14\cdot 10^9\,{\rm B/cm}$ и $\omega_a=4.13\cdot 10^{16}\,{\rm c}^{-1}$ – атомные единицы поля и частоты.

Как видно из рис. 3, при малых интенсивностях (пока финальная степень ионизации мала) τ_i растет с увеличением интенсивности в соответствии с приведенной выше оценкой вследствие уменьшения n_0 с увеличением поля. После того как максимальная интенсивность в импульсе превысит некоторое пороговое значение, при котором становится существенным истощение нейтральных атомов, τ_i падает с ростом



Рис. 3. (Цветной онлайн) Сплошные линии – зависимости длительности ионизации τ_i от максимальной интенсивности I_{max} в ионизирующем лазерном импульсе, найденные численно из формулы (9) с использованием выражения (13) для вероятности ионизации при $\tau_p = 50$ и 100 фс. Штриховые линии – при тех же значениях τ_p результаты, даваемые формулой $\tau_i = \tau/n_0^{1/2}$, полученной в пренебрежении истощением нейтральных атомов, где $n_0 = w'(E_{\text{max}})E_{\text{max}}/w(E_{\text{max}})$, $E_{\text{max}} = (8\pi I_{\text{max}}/c)^{1/2}$

интенсивности. Таким образом, длительность ионизации τ_i , а следовательно и длительность генерируемых импульсов, можно уменьшить как за счет использования более коротких ионизирующих полей, так и за счет увеличения их интенсивности, делая возможной генерацию в среднем ИК-диапазоне импульсов длительностью менее 10 фс.

Полученные аналитические формулы также очень хорошо описывают рассчитанные зависимости амплитуды и формы генерируемых импульсов от частотной отстройки $\Delta f = \Delta \omega / 2\pi$. В частности, эти формулы демонстрируют существенную асимметрию по отношению к знаку Δf : амплитуда $\partial \mathbf{j}_{LF}/\partial t$ согласно формулам (10) – (12) линейно растет с увеличением $|\Delta f|$ при отрицательных Δf , а при положительных Δf – линейно падает. Из анализа выражений (5)-(8) видно, что эта асимметрия связана с асимметрией возбуждения квазимонохроматических составляющих плотности плазмы (7) и (8), при этом, несмотря на то что зависимости $N_{\omega_1 \pm \Delta \omega}$ от отстройки достаточно слабы, асимметрия $\partial \mathbf{j}_{\mathrm{LF}}/\partial t$ может быть существенной за счет взаимной компенсации симметричных вкладов от различных спектральных составляющих плотности плазмы.

При достаточно больших частотных отстройках, $|\Delta f| \tau_i \gtrsim 1$, генерируется импульс на частоте Δf , при

этом фаза в импульсе определяется φ . При меньших отстройках, $|\Delta f| \tau_i < 1$, генерируется субцикловый импульс, а φ влияет как на фазу в генерируемом импульсе, так и на его амплитуду. Центральная частота генерируемого импульса оказывается порядка $1/\tau_i$, и это значение фактически задает нижний предел возможной перестройки частоты. В этом случае может возбуждаться зависящая от φ значительная остаточная плотность тока - постоянная составляющая (нулевая гармоника) $\partial \mathbf{j}_{LF}(t)/\partial t$, наличие которой можно видеть из результатов численных расчетов, представленных сплошной линией 1 на рис. 1, а также на рис. 2е. Эта остаточная плотность тока ответственна за генерацию более низкочастотного (терагерцового) излучения [13, 16], а формулы (10)–(12) определяют высокочастотную часть спектра этого терагерцового излучения, которая простирается до частот порядка $1/\tau_i$.

Используя полученные аналитические формулы можно сделать простые оценки для эффективности ионизационного механизма генерации ультракоротких импульсов в среднем ИК-диапазоне. Для этого можно воспользоваться квазистатической моделью на границе области ее применимости, считая размеры излучающей области порядка длины волны генерируемого излучения, а максимальную плотность плазмы – порядка критической плотности для частоты генерируемого излучения. В этом случае эффективность (т.е. отношение энергии генерируемого импульса к энергии ионизующего поля) запишется как

$$\eta \sim \frac{m^2}{e^4 N_m^2} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (\partial \mathbf{j}_{\rm LF} / \partial t)^2 \, dt}{\int_{-\infty}^{\infty} E^2 \, dt}$$

Воспользовавшись формулами (10)–(12) в длинноволновом пределе и положив $I_1 \sim I_2$ и $n_0 \sim 10$, получаем $\eta \sim 1/(\omega_1 \tau)^2$. Эффективность оказывается на уровне $10^{-5} \dots 10^{-3}$ для лазерных импульсов фемтосекундной длительности, при этом бо́льшим эффективностям отвечает использование более коротких и более длинноволновых ионизирующих импульсов.

В заключение сформулируем основные результаты работы. Квантовомеханическое моделирование на основе численного решения трехмерного нестационарного уравнения Шредингера (2) и аналитические формулы (10)–(12), полученные из классических уравнений для плотности плазмы и плотности тока свободных электронов в плазме с переменным числом частиц (4), показывают, что ионизация в интенсивном двухцветном поле, содержащем квазимонохроматические компоненты с частотным отношением, близким к 2, приводит к генерации ультракороткого импульса на частоте отстройки, равной разности между большей и удвоенной меньшей частотами. Эффективность генерации зависит как от частоты отстройки, так и от ее знака, принимая более высокие значения при отрицательных отстройках. Длительность генерируемого импульса определяется длительностью ионизации (характерным временем создания плазмы), которая много меньше длительности ионизирующего поля из-за резкой зависимости скорости ионизации от напряженности поля. Для обычно используемых фемтосекундных импульсов все это приводит к возможности генерации малоцикловых и субцикловых импульсов в среднем ИК-диапазоне с контролируемой фазовой структурой, непрерывно перестраиваемых в широком диапазоне длин волн – от нескольких микрометров до нескольких десятков микрометров.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты #16-32-60166, #16-32-60200 и #18-02-01150) и гранта Президента Российской Федерации #МК-2135.2017.2.

- T. Popmintchev, M.-C. Chen, D. Popmintchev et al. (Collaboration), Science **336**, 1287 (2012).
- Z. Chang, P.B. Corkum, and S.R. Leone, J. Opt. Soc. Am. B 33, 1081 (2016).
- F. Krausz and M.I. Stockman, Nat. Photonics 8, 205 (2014).
- M. Schultze, E. M. Bothschafter, A. Sommer, S. Holzner, W. Schweinberger, M. Fiess, M. Hofstetter, R. Kienberger, V. Apalkov, V.S. Yakovlev, M.I. Stockman, and F. Krausz, Nature (London) 493, 75 (2013).
- J.-F. Daigle, F. Théberge, G. Roy, M. Châteauneuf, and J. Dubois, Appl. Phys. Lett. 101, 261103 (2012).

- K. C. Cossel, E. M. Waxman, I. A. Finneran, G. A. Blake, J. Ye, and N. R. Newbury, J. Opt. Soc. Am. B 34, 104 (2017).
- M. Yu. Koptev, E. A. Anashkina, A. V. Andrianov, V. V. Dorofeev, A. F. Kosolapov, S. V. Muravyev, and A. V. Kim, Opt. Lett. 40, 4094 (2015).
- Y. Tang, L. G. Wright, K. Charan, T. Wang, C. Xu, and F. W. Wise, Optica 3, 948 (2016).
- V. Shumakova, P. Malevich, S. Ališauskas, A. Voronin, A. M. Zheltikov, D. Faccio, D. Kartashov, A. Baltuška, and A. Pugžlys, Nat. Comm. 7, 12877 (2016).
- D. Sanchez, M. Hemmer, M. Baudisch, S. L. Cousin, K. Zawilski, P. Schunemann, O. Chalus, C. Simon-Boisson, and J. Biegert, Optica 3, 147 (2016).
- E.A. Stepanov, A.A. Lanin, A.A. Voronin, A.B. Fedotov, and A.M. Zheltikov, Phys. Rev. Lett. 117, 043901 (2016).
- Y. Chen, Y. Li, W. Li, X. Guo, and Y. Leng, Opt. Comm. 365, 7 (2016).
- V.A. Kostin, I.D. Laryushin, A.A. Silaev, and N.V. Vvedenskii, Phys. Rev. Lett. **117**, 035003 (2016).
- M.D. Thompson, V. Blank, and H.G. Roskos, Opt. Express 18, 23173 (2010).
- F. Théberge, M. Châteauneuf, G. Roy, P. Mathieu, and J. Dubois, Phys. Rev. A 81, 033821 (2010).
- N. V. Vvedenskii, A. I. Korytin, V. A. Kostin, A. A. Murzanev, A. A. Silaev, and A. N. Stepanov, Phys. Rev. Lett. **112**, 055004 (2014).
- T. Balčiūnas, D. Lorenc, M. Ivanov, O. Smirnova, A. M. Zheltikov, D. Dietze, K. Unterrainer, T. Rathje, G. G. Paulus, A. Baltuška, and S. Haessler, Opt. Express 23, 15278 (2015).
- A. A. Silaev and N. V. Vvedenskii, Phys. Plasmas 22, 053103 (2015).
- X. M. Tong and C. D. Lin, J. Phys. B: At., Mol. Opt. Phys. 38, 2593 (2005).