Письма в ЖЭТФ, том 107, вып. 4, с. 260 – 264

Индуцированная деформацией орбитальная намагниченность вейлевского полуметалла

З. З. Алисултанов[1)]

Институт физики ДНЦ РАН, 367015 Махачкала, Республика Дагестан, Россия

Дагестанский государственный университет, 367000 Махачкала, Россия

Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 21 августа 2017 г.
После переработки 29 декабря 2017 г.

Деформация кристаллической решетки приводит к возникновению калибровочных псевдо-полей. В настоящей работе исследована намагниченность деформированного вейлевского полуметалла, вызванная псевдо-магнитным полем. Показано, что эта намагниченность отлична от нуля благодаря тому, что одновременно с псевдо-магнитным полем индуцируется еще и электрическое поле – градиент деформационного потенциала. Также показано, что приложение реального электрического поля позволяет изменять значение намагниченности, в частности, уменьшать ее до нуля. Наконец, в исследуемой системе возможна ситуация, когда в одной и той же системе сосуществуют два типа вейлевских фермионов: типа I и типа II.

DOI: 10.7868/S0370274X18040100

Введение. Исследование вейлевских полуметаллов (ВП) является актуальной проблемой современной физики конденсированного состояния [1–11], так как эти материалы могут стать основой для принципиально новой электроники.

Как с фундаментальной, так и прикладной точек зрения большой интерес представляет исследование влияния различных внешних возмущений на свойства ВП. Такими возмущениями могут служить электромагнитное поле, различные деформации и др. В частности, дираковские системы проявляют интересные релятивистские эффекты в скрещенных магнитном и электрическом полях [12–18]. Из-за того, что циклотронная масса в случае дираковского спектра зависит от энергии, электрическое поле существенно влияет на уровни Ландау, а соответственно, на квантовые осцилляции. Недавно были исследованы квантование Ландау и осцилляции термодинамических и кинетических величин в ВП [19–24]. Особенно интересным проявлением режима скрещенных полей является явление коллапса уровней Ландау – их исчезновение, когда скорость дрейфа электронов становится равной скорости Ферми. Кроме того, за счет электрического поля может быть осуществлен фазовый переход между типами I и II ВП [21]. Такие исследования интересны, как минимум, с двух точек зрения. Во-первых, электрическое поле становится дополнительным инструментом для управления диамагнетизмом дираковских систем. Во-вторых, в явлениях, протекающих в скрещенных полях, зависимость уровней Ландау от электрического поля (градиента температур в случае термомагнитных явлений [15]) должна учитываться при построении строгой теории таких явлений.

Одним из наиболее привлекательных явлений в физике дираковских систем, в частности, графена является возникновение калибровочных псевдо-магнитных полей при деформации решетки [25]. Такие поля недавно открыты и в ВП [26]. В [27–32] этот эффект был обобщен для различных магнитных явлений. В [29] были исследованы квантовые осцилляции плотности состояний и проводимости, вызванные псевдо-магнитным полем. А в недавней работе [33] особенности квантования Ландау, возникающие в скрещенных полях были обобщены на случай таких псевдо-полей, так как последние как раз возникают попарно: псевдо-магнитные и электрические. Аналогичное исследование для графена было проведено в [34].

В настоящей работе мы исследуем намагниченность ВП, вызванную деформационным псевдо-полем. Такая намагниченность отлична от нуля только благодаря тому, что наряду с псевдо-магнитным полем при деформации возникает и псевдо-электрическое. Дело в том, что псевдо-магнитное поле имеет противоположные

[1)]e-mail zaur0102@gmail.com

знаки вблизи различных точек Вейля. Присутствие электрического поля нарушает эквивалетность уровней Ландау вблизи различных точек Вейля, что приводит к отличной от нуля полной намагниченности. Кроме того, мы показали, что приложение реальных электрического и магнитного полей позволяет контролировать величину намагниченности. В частности, при некотором значении внешнего электрического поля намагниченность исчезает. В отличие от всех предыдущих работ по указанной проблеме, мы используем более общий наклонный гамильтониан, который с одной стороны, по-видимому, является более подходящим для деформированного ВП (для графена это доказывается в [22]), а с другой – позволяет обобщить некоторые результаты и на ВП типа II.

Псевдо-поля в вейлевском полуметалле: гамильтониан и спектр. Возникновение псевдополей при деформации ВП, а также явление коллапса псевдо-уровней Ландау обсуждалось в [33]. В этой работе в рамках модели прямоугольной решетки, в которой точки Вейля разделены в импульсном пространстве значением b вдоль оси k_x, было показано, что деформация, описываемая следующими компонентами вектора смещения узлов решетки $\mathbf{u}$

$$u_x = u_0(2xy + Cx),$$

$$u_y = u_0(-x^2 - Dy(y + C)),$$

$$u_z = 0,$$

где u_0, C, D есть константы, зависящие от материала (подробности см. в [33]), приводит к появлению однородного псевдо-магнитного поля с векторным потенциалом $\mathbf{A} = (u_0(2y + C)b, 0, 0)$ и однородного деформационного электрического поля с потенциалом $\Phi(y) = u_0(1 - D)(2y + C)$.

Для задач, решаемых в настоящей работе конкретные значения величин u_0, C, D не важны. Заметим, что при $b = 0$ псевдо-магнитное поле исчезает. Если псевдо-магнитное поле интерпретировать на топологическом языке как топологический заряд, то последнее утверждение означает, что калибровочные псевдо-магнитные поля возникают попарно так, чтобы суммарный топологический заряд равнялся нулю. Другими словами, в различных вейлевских точках, разделенных в импульсном пространстве, псевдо-магнитное поле имеет противоположные знаки. Так что, при $b = 0$ две точки Вейля с псевдо-магнитными полями противоположных знаков накладываются друг на друга, приводя к нулевому результирующему полю. Электрическое поле имеет одинаковый знак для обеих точек Вейля, так как не является вихревым и обусловлено деформационным потенциалом в реальном пространстве. Далее мы будем использовать упрощенные выражения для компонент индуцированных потенциалов $A_x = 2u_0by \equiv -B_0y$ и $\Phi(y) = 2u_0(1-D)y \equiv -E_0y$, потому что добавки в виде констант к этим потенциалам никакую роль в конечных выражениях не играют.

Псевдо-магнитное поле приводит к смещению импульса $\mathbf{p} \to \boldsymbol{\pi}_\eta = \mathbf{p} + \eta(e/c)\mathbf{A}$ (где $\eta = +1$ для вейлевской точки W_+ и $\eta = -1$ для W_-), а электрическое поле – к смещению гамильтониана: $H \to H + e\Phi$. С учетом сказанного, запишем гамильтониан задачи в следующем виде:

$$H = \eta v_{\mathrm{F}} \boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\pi}_\eta + \boldsymbol{\omega}\boldsymbol{\pi}_\eta + eE_0y, \tag{1}$$

где мы использовали наклонный гамильтониан Вейля для рассмотрения наиболее общего случая. В формуле (1) $\mathbf{p}$ есть импульс носителей вблизи точек Вейля: $\mathbf{p} = \hbar(\mathbf{k} - \mathbf{k}_+)$ и $\mathbf{p} = \hbar(\mathbf{k} - \mathbf{k}_-)$, $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ – матрицы Паули, v_{F} – скорость Ферми носителей. Если $v_{\mathrm{F}} > |\boldsymbol{\omega}|$, то гамильтониан (1) соответствует ВП типа I с наклонным спектром, а случай $v_{\mathrm{F}} < |\boldsymbol{\omega}|$ соответствует ВП типа II.

Рассмотрим задачу квантования Ландау для гамильтониана (1). Эта задача для случая ненаклонного спектра решена в [33]. Мы будем использовать алгебраический подход. Запишем волновое уравнение

$$\bar{H}\Psi = \epsilon\Psi, \tag{2}$$

где

$$\bar{H} = \eta v_{\mathrm{F}} \boldsymbol{\sigma}\mathbf{p} - \sigma_x \hbar l_{\mathrm{B}}^{-2} y + \sigma_0(\omega_y \hat{p}_y + e\bar{E}y), \tag{3}$$

$\Psi = \exp[\frac{\mathrm{i}}{\hbar}(p_x x + p_z z)]\phi(y)$, $\bar{E} = E_0 - \eta\omega_x \frac{B_0}{c}$, $\epsilon = \varepsilon - \omega_x p_x - \omega_z p_z$.

Далее, введем новые переменные

$$a = \frac{\bar{y} + \partial/\partial\bar{y}}{\sqrt{2}}, \quad a^+ = \frac{\bar{y} - \partial/\partial\bar{y}}{\sqrt{2}}, \tag{4}$$

$$p_x - \hbar l_B^{-2} y = -\hbar l_B^{-1} \bar{y}. \tag{5}$$

Тогда получим

$$\begin{pmatrix} v_{\mathrm{F}} p_z + \Gamma & -\beta a \\ -\beta a^+ & -v_{\mathrm{F}} p_z + \Gamma \end{pmatrix} \Psi = \bar{\varepsilon}\Psi, \tag{6}$$

где $\Gamma = (A + C)a + (A - C)a^+$, $\bar{\varepsilon} = \epsilon - v_0 p_x$, $A = \frac{el_H\bar{E}}{\sqrt{2}}$, $\beta = -\frac{\sqrt{2}v_{\mathrm{F}}\hbar}{l_H}$, $C = \frac{\omega_y\hbar}{\sqrt{2}il_H}$.

В последнем уравнении $v_0 = \eta cE_0/B_0$ есть скорость дрейфа электронов в направлении, перпендикулярном магнитному и электрическому полям. Заметим, что $v_0 = cE_0/B_0$ для W_+ и $v_0 = -cE_0/B_0$

для W_-. Это уравнение может быть сведено к следующему (см. [20]) (для этого нельзя использовать метод диагонализации, предложенный в [14]):

$$(\hat{J}+\hat{K})\Psi = (\bar{\varepsilon}^2 - \upsilon_{\rm F}^2 p_z^2)\Psi, \tag{7}$$

где $\hat{J} = 2\bar{\varepsilon}\Gamma - (A+C)^2 aa - (A-C)^2 a^+a^+ + (\beta^2 - 2(A^2-C^2))a^+a$,

$$\hat{K} = \begin{pmatrix} \beta^2-(A^2-C^2) & -\beta(A-C) \\ \beta(A+C) & -(A^2-C^2) \end{pmatrix}. \tag{8}$$

Таким образом, наша задача сводится к следующему:

$$\hat{J}\varphi = (\bar{\varepsilon}^2 - \upsilon_{\rm F}^2 p_z^2 - \lambda)\varphi, \tag{9}$$

где λ – собственные значения оператора $\hat{K}$.

Далее, мы диагонализуем гамильтониана $\hat{J}$. Для этого перейдем к новым операторам вторичного квантования b^+, b с помощью следующего канонического преобразования:

$$a = u(b-\alpha^*) + \nu(b^+ - \alpha), \tag{10}$$

где $\alpha = 2\bar{\varepsilon}(A(u+\nu^*) + C(u-\nu^*))/\kappa$, $\kappa = \sqrt{\beta^4 - 4\beta^2(A^2-C^2)}$, $\frac{\nu}{u^*} = \frac{2(A-C)^2}{\kappa+\beta^2-2(A^2-C^2)}$, $\frac{u}{\nu^*} = -\frac{2(A-C)^2}{\kappa-(\beta^2-2(A^2-C^2))}$.

Тогда получим для W_+:

$$\varepsilon_n^+ = \pm\upsilon_{\rm F}\sqrt{2\hat{\gamma}_+^3 l_H^{-2}\hbar^2 n + \hat{\gamma}_+^2 p_z^2} + \omega_z p_z + |\upsilon_0| p_x, \ n \neq 0, \tag{11}$$

$$\varepsilon_0^+ = (\upsilon_{\rm F}\hat{\gamma}_+ + \omega_z)p_z + |\upsilon_0|p_x, \quad n=0, \tag{12}$$

и для W_-:

$$\varepsilon_n^- = \pm\upsilon_{\rm F}\sqrt{2\hat{\gamma}_-^3 l_H^{-2}\hbar^2 n + \hat{\gamma}_-^2 p_z^2} + \omega_z p_z - |\upsilon_0| p_x, \ n \neq 0, \tag{13}$$

$$\varepsilon_0^- = -(\upsilon_{\rm F}\hat{\gamma}_- - \omega_z)p_z - |\upsilon_0|p_x, \quad n=0. \tag{14}$$

В последних уравнениях $\gamma_+ = \sqrt{1 - \frac{(|\upsilon_0|-\omega_x)^2+\omega_y^2}{\upsilon_{\rm F}^2}}$, $\gamma_- = \sqrt{1 - \frac{(|\upsilon_0|+\omega_x)^2+\omega_y^2}{\upsilon_{\rm F}^2}}$. Заметим, что при отсутствии электрического поля, когда $\upsilon_0 = 0$, мы получаем $\varepsilon_n^+ = \varepsilon_n^- = \pm\upsilon_{\rm F}\sqrt{2\gamma_0^3 l_H^{-2}\hbar^2 n + \gamma_0^2 p_z^2} + \omega_z p_z$, где $\gamma_0 = \sqrt{1 - \frac{\omega_x^2+\omega_y^2}{\upsilon_{\rm F}^2}}$.

Обсудим вопрос коллапса псевдо-уровней Ландау (11)–(14). Как говорилось выше, этот вопрос для случая ненаклонного спектра рассмотрен в [33]: условие коллапса $\gamma = 0$ выглядит как $\upsilon_0 = \upsilon_{\rm F}$, что может быть реализовано подбором подходящих значений E_0 и B_0, которые зависят от особенностей деформации. В случае наклонного спектра, который, по-видимому, является более реальным для деформированного ВП, полного коллапса псевдо-уровней Ландау не происходит ни при каких значениях E_0 и B_0, так как для различных точек Вейля соответствующие условия коллапса различны. Действительно, для двух точек эти условия выглядят так: $\upsilon_0^+ = \sqrt{\upsilon_{\rm F}^2 - \omega_y^2} + \omega_x$ (для точки W_+) и $|\upsilon_0^-| = \sqrt{\upsilon_{\rm F}^2 - \omega_y^2} - \omega_x$ (для точки W_-).

Термодинамика: плотность состояний и намагниченность. Продемонстрируем сначала основную идею настоящей работы с помощью общих соотношений. Намагниченность определяется как

$$\mathbf{M} = -\left(\frac{\partial\Omega}{\partial\mathbf{B}}\right)_{N,T}, \tag{15}$$

где

$$\Omega = -k_{\rm B}T\int\rho(\varepsilon)\ln\left(1+\exp\left(\frac{\mu-\varepsilon}{k_{\rm B}T}\right)\right)d\varepsilon \tag{16}$$

есть большой термодинамический потенциал ($k_{\rm B}$ – постоянная Больцмана), а

$$\rho(\varepsilon) = \sum_{n,p_x}\delta(\varepsilon - E_{n,p_x}) \tag{17}$$

есть плотность состояний. В нашем случае намагниченность состоит из двух вкладов: от точек W_+ и W_-, соответственно

$$\mathbf{M}^{\rm Total} = \mathbf{M}^+ + \mathbf{M}^-. \tag{18}$$

Знак намагниченности зависит от знака вектора магнитного поля, т.е. вклады в намагниченность от различных точек Вейля имеют противоположные знаки. Ясно, что $\rho^+(\varepsilon) = \rho^-(\varepsilon)$ при $E_0 = 0$, так как при этом условии уровни Ландау вблизи различных точек Вейля абсолютно эквивалентны. Тогда $M^+ = -M^-$. Это означает, что $M^{\rm Total} = 0$ при $E_0 = 0$. Таким образом, орбитальная намагниченность, обусловленная деформационным псевдо-магнитным полем в ВП отлична от нуля только благодаря одновременному возникновению и электрического поля.

Приступим теперь к конкретным расчетам термодинамических характеристик. Рассмотрим плотность состояний (ПС), которая в нашем случае определяется так:

$$\rho^\pm(\varepsilon) = \frac{L_x L_z}{(2\pi\hbar)^2}\int dp_x\int dp_z\sum_{\alpha=\pm}\times$$
$$\times\left\{\delta(\varepsilon-\varepsilon_0^\pm) + 2\sum_{n=1}^\infty\delta(\varepsilon-\varepsilon_n^\pm)\right\}. \tag{19}$$

Интегрирование по p_x проводится от 0 до p_0 для точки W_+ и от $-p_0$ до 0 для точки W_-. Величина p_0 определяется из условия вырожденности уровней Ландау: $p_0 = eB_0L_y/c$. $\alpha = +1$ для электронов и $\alpha = -1$ для дырок. Применяя формулу Пуассона для суммирования и проводя промежуточные выкладки, аналогичные тем, что приведены в работе [20], можно получить следующее выражение для ПС:

$$\rho^{\pm} = \rho_0^{\pm} + \rho_{\rm osc}^{\pm}, \tag{20}$$

где

$$\rho_0^{\pm} = \frac{1}{(2\pi\hbar)^2}\frac{\upsilon_{\rm F}}{(\upsilon_{\rm F}^2\gamma_{\pm}^2-\omega_z^2)^2}\frac{\varepsilon^3-(\varepsilon-eU_0)^3}{3eU_0\hbar}, \tag{21}$$

$$\rho_{\rm osc}^{\pm} = \frac{1}{(2\pi\hbar)^2}\frac{B_0\hbar\upsilon_{\rm F}\gamma_{\pm}^{3/2}}{2\pi cU_0l_B\sqrt{\upsilon_{\rm F}^2\gamma_{\pm}^2-\omega_z^2}}\times$$
$$\times\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^2}\Big\{\cos\Big(\pi k(\varepsilon-eU_0)^2\zeta_{\pm}^2+\frac{\pi}{4}\Big)-$$
$$-\cos\left(\pi k\varepsilon^2\zeta_{\pm}^2+\tfrac{\pi}{4}\right)\Big\}, \tag{22}$$

где $U_0 = E_0L_y$, $\zeta_{\pm}^2 = \frac{1}{\hbar^2\gamma_{\pm}}\frac{l_B^2}{\upsilon_{\rm F}^2\gamma_{\pm}^2-\omega_z^2}$.

При отсутствии электрического поля получаем

$$\rho_0^{+} = \rho_0^{-} = \frac{1}{(2\pi\hbar)^2}\frac{\upsilon_{\rm F}}{\upsilon_{\rm F}^2\gamma_0^2-\omega_z^2}\frac{\varepsilon^2}{\hbar}, \tag{23}$$

$$\rho_{\rm osc}^{+} = \rho_{\rm osc}^{-} = \frac{1}{(2\pi\hbar)^2}\frac{\upsilon_{\rm F}\gamma_0^{1/2}2\mid\varepsilon\mid}{2l_B(\upsilon_{\rm F}^2\gamma_0^2-\omega_z^2)^{3/2}}\times$$
$$\times\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k}\sin\Big(\pi k\varepsilon^2\zeta_0^2+\frac{\pi}{4}\Big). \tag{24}$$

Таким образом, для модуля намагниченности, индуцированного псевдо-магнитным полем, получаем

$$M = k_{\rm B}T\int\frac{\partial}{\partial B_0}\left(\rho^+-\rho^-\right)\ln(1+\exp(\frac{\mu-\varepsilon}{k_{\rm B}T}))d\varepsilon. \tag{25}$$

Из этого выражения окончательно ясно, что намагниченность отлична от нуля только благодаря наличию деформационного электрического поля, которое приводит к нарушению эквивалентности уровней Ландау вблизи различных вейлевских точек.

Приложение внешних электрического и магнитного полей. Если приложить внешнее электрическое поле $\mathbf{E} = (0, E, 0)$ вдоль оси Y, то во всех формулах, полученных выше, необходимо заменить $\upsilon_0 \to \upsilon = \eta c(E+E_0)/B_0$. Так как намагниченность исследуемой системы зависит от скорости дрейфа, то появляется возможность управлять этой величиной с помощью электрического поля. Кроме того, при $E = -E_0$ мы получаем $\upsilon = 0$, что приведет к исчезновению намагниченности. Возможность управления намагниченностью с помощью электрического поля интересна как с фундаментальной точки зрения: новый тип магнито-электрического эффекта, так и с прикладной: дополнительная возможность управлять диамагнетизмом деформированного ВП.

Здесь необходимо отметить следующее. В работе [35] сообщается о том, что и электрическое поле может иметь псевдо-характер, т.е. состоять из деформационного потенциала и псевдо-электрического поля, которое имеет противоположные знаки в различных точках Вейля. Таким образом, в общем случае, при наличии внешнего поля скорость дрейфа должна быть заменена на $\upsilon \to \eta(E+E_0+\eta|E_{ps}|)c/B_0$. В этом случае различие точек Вейля еще больше усиливается. Однако в настоящей работе мы рассматриваем случай возникновения лишь деформационного электрического поля.

Если еще добавить магнитное поле $\mathbf{B} = (0, 0, B)$ вдоль оси Z, то получим, что для разных точек Вейля различными оказываются не только величины γ, но и дрейфовые скорости: $\upsilon^+ = c(E+E_0)/(B+B_0)$ и $\upsilon^- = c(E+E_0)/(B-B_0)$. Кроме того, при наличии магнитного поля разными оказываются и магнитные длины вокруг различных вейлевских точек, благодаря чему намагниченность остается отличной от нуля даже при условии $E = -E_0$. Таким образом, при наличии внешних полей разница между уровнями Ландау различных точек Вейля оказывается еще сильнее.

Заметим, что при наличии внешнего магнитного поля полный коллапс может быть восстановлен. Для этого необходимо специальным образом подобрать значения величин B_0 и B. При $B_0 = \frac{cE_0\sqrt{\upsilon_{\rm F}^2-\omega_y^2}}{\upsilon_{\rm F}^2-\omega_x^2-\omega_y^2}$ и $B = \frac{B_0\omega_x}{\upsilon_{\rm F}^2-\omega_y^2}$ коллапс происходит вблизи обеих точек Вейля, если магнитное поле $\mathbf{B}$ приложить против оси Z. Действительно, при этих значениях мы имеем: $\upsilon^+ = \frac{cE_0}{B_0-B} = \sqrt{\upsilon_{\rm F}^2-\omega_y^2}+\omega_x$ и $\upsilon^- = \frac{cE_0}{-B_0-B} = -\sqrt{\upsilon_{\rm F}^2-\omega_y^2}+\omega_x$. К сказанному необходимо добавить, что при наличии псевдо-части у деформационного электрического поля, о которой говорилось выше, полный коллапс нельзя восстановить ни при каких внешних полях.

Наконец, отметим, что в системе с наклонным спектром до явления коллапса наступает фазовый переход между фазами I и II ВП. Этому переходу соответствует условие $\upsilon_{\rm F}^2\gamma_{\pm}^2 = \omega_z^2$, которое является особенностью в ПС. Однако из-за того, что γ_+ и γ_- отличаются друг от друга, это условие при данном значении υ_0 будет выполняться только для одной точки Вейля. Таким образом, возникает интересная фаза, в которой сосуществуют вейлевские фермионы типов I и II. Такая фаза возникает, например, при $B = \frac{cE_0}{\sqrt{\upsilon_{\rm F}^2-\omega_x^2-\omega_y^2}+\omega_x} - B_0$ и возможна только для деформированного ВП. В то же время, псевдо и внешнее магнитные поля можно подобрать таким образом, чтобы указанный фазовый переход произошел вокруг обеих точек Вейля. Этому условию удовлетворяют $B_0 = \frac{c\sqrt{\upsilon_{\rm F}^2-\omega_x^2-\omega_y^2}E_0}{\upsilon_{\rm F}^2-\omega^2}$ и $B = \frac{c\omega_x E_0}{\upsilon_{\rm F}^2-\omega^2}$, направленное против оси Z. Заметим, что такое же магнитное поле, направленное по оси Z к фазовому переходу не приводит.

Заключение. В настоящей работе мы рассмотрели намагниченность ВП, обусловленную псевдомагнитным полем, возникающим при деформации решетки. Мы показали, что такая намагниченность отлична от нуля благодаря тому, что одновременно с псевдо-магнитным, возникает еще и деформационное электрическое поле. Мы предсказали эффект исчезновения намагниченности приложением соответствующего внешнего электрического поля. Отдельный интерес представляет то, что в исследуемой системе возможна ситуация, когда в ней одновременно сосуществуют два типа вейлевских фермионов.

Работа поддержана грантами: президента РФ МК-2130.2017.2, РФФИ (# 18-02-01022a).

1. O. Vafek and A. Vishwanath, Ann. Rev. of Cond. Matt. Phys. **5**, 83 (2014).
2. H. Weng, C. Fang, Z. Fang, B. A. Bernevig, and X. Dai, Phys. Rev. X **5**, 011029 (2015).
3. S.-M. Huang, S.-Y. Xu, I. Belopolski, Ch.-Ch. Lee, G. Chang, B. Wang, N. Alidoust, G. Bian, M. Neupane, Ch. Zhang, Sh. Jia, A. Bansil, H. Lin, and M. Z. Hasan, Nature Comm. **6**, 616 (2015).
4. S.-Y. Xu, I. Belopolski, N. Alidoust et al. (Collaboration), Science **349**, 613 (2015).
5. B. Q. Lv, H. M. Weng, B. B. Fu, X. P. Wang, H. Miao, J. Ma, P. Richard, X. C. Huang, L. X. Zhao, G. F Chen, Zh. Fang, X. Dai, T. Qian, and H. Ding, Phys. Rev. X **5**, 031013 (2015).
6. T.-R. Chang, S. Y. Xu, G, Chang et al. (Collaboration), Nat. Commun. **7**, 10639 (2016).
7. A. Soluyanov, D. Gresch, Zh. Wang, Q.-Sh. Wu, M. Troyer, X. Dai, and B. A. Bernevig, Nature **527**, 495 (2015).
8. Z. J. Wang, D. Gresch, A. A. Soluyanov, W. Xie, S. Kushwaha, X. Dai, M. Troyer, R. J. Cava, and B. A. Bernevi, Phys. Rev. Lett. **117**, 056805 (2016).
9. Y. Sun, S.-C. Wu, M. N. Ali, C. Felser, and B. Yan, Phys. Rev. B **92**, 161107 (2015).
10. I. Belopolski, D. S. Sanchez, Yu. Ishida et al. (Collaboration), Nature Comm. **7**, 13643 (2016).
11. J. Nissinen and G. E. Volovik, Pis'ma v ZhETF **105**(7), 442 (2017).
12. А. Г. Аронов, Г. Е. Пикус, ЖЭТФ **51**, 505 (1966).
13. V. Lukose, R. Shankar, and G. Baskaran, Phys. Rev. Lett. **98**, 116802 (2007).
14. N. Peres and E. V. Castro, J. Phys.: Condens. Matter **19**, 406231 (2007).
15. З. З. Алисултанов, Письма в ЖЭТФ **99**(12), 813 (2014).
16. З. З. Алисултанов, Письма в ЖЭТФ **99**(4), 258 (2014).
17. Z. Z. Alisultanov and M. S. Reis, Euro. Phys. Lett. **113**, 28004 (2016).
18. Z. Z. Alisultanov and M. S. Reis, Solid State Comm. **234–235**, 26 (2016).
19. З. З. Алисултанов, Письма в ЖЭТФ **105**(7), 437 (2017).
20. З. З. Алисултанов, ЖЭТФ **152**(5), 986 (2017).
21. З. З. Алисултанов, А. М. Агаларов, ФТТ (в печати)
22. M. O. Goerbig, J.-N. Fuchs, G. Montambaux, and F. Piéchon, Phys. Rev. B **78**, 045415 (2008).
23. Z.-M. Yu, Y. Yao, and S. A. Yang, Phys. Rev. Lett. **117**, 077202 (2016).
24. S. Tchoumakov, M. Civelli, and M. O. Goerbig, Phys. Rev. Lett. **117**, 086402 (2016).
25. M. A. H. Vozmediano, M. I. Katsnelson, and F. Guinea, Phys. Rep. **493**, 109 (2010).
26. A. Cortijo, Y. Ferreiros, K. Landsteiner, and M. A. H. Vozmediano, Phys. Rev. Lett. **115**, 177202 (2015).
27. D. I. Pikulin, A. Chen, and M. Franz, Phys. Rev. X **6**, 041021 (2016).
28. A. G. Grushin, J. W. F. Venderbos, A. Vishwanath, and R. Ilan, Phys. Rev. X **6**, 041046 (2016).
29. T. Liu, D. I. Pikulin, and M. Franz, Phys. Rev. B **95**, 041201 (2017).
30. D. Varjas, A. G. Grushin, R. Ilan, and J. E. Moore, Phys. Rev. Lett. **117**, 257601 (2016).
31. S. Guan, Zh.-M. Yu, Y. Liu, G.-B. Liu, L. Dong, Yu. Lu, Yu. Yao, and Sh. A. Yang, arXiv 1609.00615 (2016).
32. S. Rachel, I. Göthel, D. P. Arovas, and M. Vojta, Phys. Rev. Lett. **117**, 266801 (2016).
33. V. Arjona, E. V. Castro, and M. A. H. Vozmediano, ArXiv e-prints (2017) 1703.05399v1.
34. E. V. Castro, M. A. Cazalilla, and M. A. H. Vozmediano, ArXiv e-prints (2016) 1610.08988.
35. A. Cortijo, Y. Kharzeev, K. Landsteiner, and M. A. H. Vozmediano, Phys. Rev. B **95**, 241405(R) (2016).