

Генерация связанных мод в несогласованном трехзеркальном лазерном резонаторе

М. Н. Дубров¹⁾, Д. В. Александров

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, 141190 Фрязино, Россия

Поступила в редакцию 26 декабря 2017 г.

После переработки 25 января 2018 г.

Экспериментально обнаружено необычное явление генерации связанных типов колебаний с поперечным распределением поля, соответствующим собственным модам TEM_{pq} с несовпадающими парами индексов p и q в основном лазерном резонаторе и во внешнем резонаторе. Возбуждение связанных мод зависит от конфигурации и настройки парциальных резонаторов. Для решения системы интегральных уравнений трехзеркального резонатора с несогласованными сферическими зеркалами в квазиоптическом приближении предлагается использовать модифицированные граничные условия, учитывающие коэффициенты связи для собственных волн в парциальных резонаторах.

DOI: 10.7868/S0370274X18060024

1. Введение. Лазерная оптическая система, включающая трехзеркальный (в общем случае многозеркальный) резонатор, является фундаментальной электродинамической моделью каждого устройства, использующего лазерное когерентное излучение. Любой оптический элемент, установленный на пути лазерного пучка вне или внутри основного резонатора лазера, является источником отраженного или рассеянного излучения и образует, совместно с зеркалами лазера, трехзеркальный резонатор.

Теоретическое и экспериментальное изучение трехзеркальных оптических резонаторов началось практически сразу после изобретения первых газовых лазеров непрерывного действия. Однако, в связи со сложностью строгого аналитического решения этой физической задачи, необычностью поведения электромагнитных полей в такой оптической системе и ее чрезвычайной практической значимостью, исследования в данном направлении продолжают до сих пор. Эти работы стимулировались необходимостью создания эффективных методов селекции типов колебаний, присутствующих в излучении лазера [1], возможностью разработки активных трехзеркальных лазерных интерферометров [2, 3], а также необходимостью определения энергетических и частотных характеристик этих устройств [4–6]. Дальнейшее изучение трехзеркальной оптической системы позволило создать оригинальные устройства для повышения стабильности частоты лазеров [7, 8], разработать новые принципы и методы

лазерно-интерферометрических измерений, в том числе гетеродинные частотно-модулированные [9] и гомодинные (self-mixing) интерферометры [10, 11].

В качестве основной физической модели в исследованиях [2–11] использовался линейный резонатор, составленный из трех плоских зеркал, одно из которых является частично пропускающим. Таким образом, теоретическое рассмотрение ограничивалось решением одномерной задачи в приближении плоских волн с различными частотами. Однако в реальных условиях используются оптические лазерные устройства, которые включают в себя сферические (цилиндрические) зеркала и линзы, и для их описания требуется решение трехмерных (двухмерных) уравнений электродинамики. В работе [12] было показано, что важной характеристикой таких систем является степень согласования применяемых оптических элементов, влияющих на частотное и пространственное распределение волновых полей.

Непременным условием генерации стабильных колебаний электромагнитного поля в трехзеркальной системе является согласование поперечных размеров пятен волновых пучков на каждом из трех зеркал [1, 12]. Если пучки не согласованы, в трехзеркальном резонаторе, составленном из идеальных зеркал, возникают потери на излучение, и решений волнового уравнения в виде незатухающих колебаний в такой системе не существует. Однако, если в систему ввести активный элемент, например, газоразрядную усиливающую ячейку, обеспечивающую компенсацию указанных потерь, то генерация незатухающих колебаний окажется возможной.

¹⁾e-mail: mnd139@ire216.msk.su

Экспериментальное и теоретическое изучение резонансных условий и особенностей формирования электромагнитных волновых пучков с различным пространственным распределением поля в несогласованном трехзеркальном лазерном резонаторе является целью данной работы.

2. Трехзеркальный резонатор с несогласованным внешним зеркалом. Рассмотрим трехзеркальный лазерный резонатор, состоящий из трех частично пропускающих сферических (в двумерном случае цилиндрических) зеркал r_1 , r_2 , r_3 , причем зеркала r_1 и r_2 , отстоящие на расстоянии L_{12} друг от друга, образуют основной резонатор лазера – между ними находится усиливающая активная среда. Расположенное на расстоянии L_{23} от основного резонатора, третье зеркало r_3 не согласовано с основным резонатором r_1r_2 . Под несогласованностью парциальных резонаторов r_1r_2 и r_2r_3 здесь подразумевается несовпадение фазового фронта излучаемого лазером пучка, который сформирован резонатором r_1r_2 , с поверхностью зеркала r_3 . Такое несогласование может происходить по двум причинам (рис. 1).

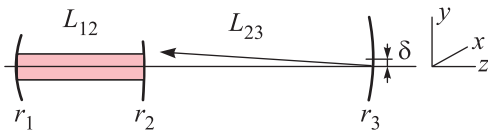


Рис. 1. (Цветной онлайн) Трехзеркальный лазерный резонатор $r_1r_2r_3$ образуют зеркала основного резонатора лазера r_1r_2 и несогласованное внешнее зеркало r_3 . Между зеркалами r_1r_2 находится активная усиливающая среда, зеркало r_3 наклонено или сдвинуто в поперечном направлении на величину δ

Во-первых, радиус фазового фронта пучка, падающего на зеркало r_3 , может отличаться от радиуса кривизны зеркала r_3 . Тогда в парциальных резонаторах r_2r_3 и r_1r_3 существуют некоаксиальные лучи, уходящие в поперечном направлении на бесконечность, что приводит за счет их излучения к дополнительным потерям в такой лазерной системе [12].

Во-вторых, оптическая ось сферического (параболического) зеркала r_3 может не совпадать с оптической осью основного резонатора r_1r_2 (зеркало r_3 наклонено или сдвинуто в поперечном направлении на величину δ). Это также приводит к дополнительным потерям на излучение.

Если существует возможность компенсации указанных потерь, например, за счет активной усиливающей среды в основном резонаторе r_1r_2 , тогда в рассматриваемой несогласованной трехзеркальной системе $r_1r_2r_3$ следует ожидать наличие незатухающих

колебаний на частотах, соответствующих продольным и поперечным собственным волнам (модам) отдельных парциальных резонаторов r_1r_2 , r_2r_3 , r_1r_3 .

Действительно, в приближении бесконечных сферических зеркал систему интегральных уравнений, описывающих поведение электромагнитного поля U в трехзеркальном резонаторе можно представить в виде [12]:

$$\frac{1}{r_n} f = a_{nl} f_l, \quad n, l = 1, 2, 3, \quad (1)$$

где r_n – комплексные коэффициенты отражения зеркал; f_n – токи на зеркалах, пропорциональные скалярному потенциалу поля U (например, y -компоненте вектора электрического поля), удовлетворяющего волновому уравнению; A_{nl} – матрица, составленная из ядер интегральных операторов, соответствующих функции Грина свободного пространства в квазиоптическом приближении [12, 13].

Без ограничения общности, решение системы уравнений (1) на поверхности зеркал можно искать в виде токов, пропорциональных распределению поля гауссовых пучков как нулевого:

$$F_{n0}(x, y) = \beta_{n0} \exp\left(-\frac{\alpha_n k(x^2 + y^2)}{2}\right), \quad (2)$$

так и более высоких порядков

$$F_n^{pq}(x, y) = \beta_n^{pq} H_p(\chi_n x) H_q(\chi_n y) \times \exp\left(-\frac{\alpha_n k(x^2 + y^2)}{2}\right), \quad (3)$$

где k – волновое число, H_p и H_q – полиномы Эрмита порядка p и q соответственно (p и q – целые числа, обозначающие порядок поперечного типа волны, моды), α_n и β_n^{pq} – некоторые величины, которые подлежат определению, $\chi_n = \sqrt{\alpha_n k}$ – нормировочные коэффициенты.

3. Анализ решения системы интегральных уравнений. С использованием схемы решения системы интегральных уравнений, описанной в [12, 13], можно показать, что решение в виде гауссовых пучков как нулевого порядка (2), так и более высоких порядков (3) существует, если выполняются условия согласования размеров пятен и фазовых фронтов на зеркалах во всех трех парциальных двухзеркальных резонаторах – r_1r_2 , r_2r_3 , r_1r_3 .

Если парциальные резонаторы не согласованы, но коэффициент усиления активной среды в резонаторе лазера r_1r_2 достаточно высок, можно допустить существование “парциальных” решений системы уравнений (1) в каждом из резонаторов: например, воз-

буждение гауссова пучка нулевого порядка (2) в основном резонаторе r_1r_2 и пучков более высоких порядков (3) во внешнем резонаторе r_2r_3 . Устойчивость генерации таких связанных типов колебаний можно достичь за счет их дополнительной селекции [1], например, путем установки диафрагмы в основном резонаторе r_1r_2 . Для удовлетворения граничных условий (т.е. для “сшивки” полей и их нормальных производных) на поверхности зеркала r_2 предлагается использовать коэффициенты связи [14], описывающие преобразование энергии основной волны, формируемой в резонаторе r_1r_2 , в собственные волны (моды) более высоких порядков, формируемые в несогласованном парциальном резонаторе r_2r_3 .

Коэффициент связи между волной нулевого порядка (2) в основном резонаторе r_1r_2 и волной порядка pq (3) во внешнем резонаторе r_2r_3 , например, при поперечном сдвиге его оптической оси вдоль координаты y (см. рис. 1) относительно резонатора r_1r_2 на величину δ , имеет вид

$$C_0^{pq}(\delta) = \int_{-\infty}^{\infty} H_p(\chi_2x)H_q(\chi_2y) \times \exp\left(-\frac{\alpha_2^{pq}k(x^2 + (y - \delta)^2)}{2} - \frac{\alpha_2^0k(x^2 + y^2)}{2}\right) dx dy. \quad (4)$$

Предполагается, что для указанных волн размеры пятен, которые обратно пропорциональны коэффициентам α_2^0 и α_2^{pq} , могут не совпадать. Таким образом, граничное условие непрерывности поля U на поверхности зеркала r_2 [12] можно модифицировать следующим образом:

$$U_2^+ = C_0^{pq}(\delta) \cdot U_2^-, \quad (5)$$

где U_2 – потенциал (y -компонента электрического поля) на зеркале r_2 , который пропорционален току на зеркале r_2 [12, 13], а через U_2^\pm обозначены поля слева и справа от поверхности этого зеркала. С учетом тока f_2 на зеркале r_2 может быть записано также и граничное условие, выражающее разрыв производных поля на поверхности этого зеркала:

$$\frac{\partial U_2^+}{\partial(kN)} - C_0^{pq} \frac{\partial U_2^-}{\partial(kN)} = f_2, \quad (6)$$

где $\frac{\partial U}{\partial(kN)}$ – производная по нормали к поверхности зеркала r_2 .

Используя граничные условия (5), (6) и следуя схеме [12] решения системы интегральных уравнений (1), можно получить дисперсионное уравнение

для нахождения частот собственных волн, возбуждаемых в исследуемом трехзеркальном резонаторе.

В частности, в приближении плоских бесконечных зеркал, такое уравнение имеет стандартный вид [1, 12, 13]:

$$r_1r_{23} \exp(-2ikL_{12}) = 1, \quad (7)$$

где:

$$r_{23} = r_2 - \frac{t_2(1+r_2)r_3C_0^{pq} \exp(-2ikL_{23})}{1-r_2r_3 \exp(-2ikL_{23})} \quad (8)$$

– комплексный коэффициент отражения составного зеркала r_2r_3 ; L_{12} и L_{23} – длины соответствующих парциальных резонаторов; t_2 – коэффициент пропускания зеркала r_2 , связанный с его коэффициентом отражения соотношением непрерывности $t_2 = (1+r_2) \cdot C_0^{pq}$ [12], причем величины r_2 и t_2 удовлетворяют закону сохранения энергии: $|r_2|^2 + |t_2|^2 = 1$; i – мнимая единица. Физический смысл появления множителя C_0^{pq} в соотношении непрерывности заключается в том, что данный коэффициент связи (4) определяет долю энергии основной волны (с нулевым индексом), генерируемой в резонаторе r_1r_2 лазера, которая переходит в волны более высоких порядков pq , возбуждаемых во внешнем резонаторе r_2r_3 . Этот же коэффициент определяет и долю энергии волны с индексами pq , возвращающуюся в основной резонатор лазера. Другими словами, выражения (7)–(8) эквивалентны дисперсионному уравнению двухзеркального резонатора, второе зеркало которого имеет коэффициент отражения, не только зависящий от частоты k , но и учитывающий коэффициент связи резонаторов C_0^{pq} .

В случае, когда парциальные резонаторы r_1r_2 и r_2r_3 являются высокодобротными ($|r_1| \sim |r_2| \sim |r_3| \sim 1$) и зеркало r_3 не согласовано в указанном выше смысле с основным резонатором r_1r_2 , связь этих резонаторов оказывается слабой, и формирование полей собственных волн в резонаторах будет слабо зависеть друг от друга. Например, если в основном лазерном резонаторе r_1r_2 наблюдается генерация основной волны ТЕМ₀₀ – гауссова пучка нулевого порядка (2), то при определенной настройке зеркала r_3 во внешнем резонаторе r_2r_3 возможно возбуждение собственных волн более высоких порядков (3): ТЕМ₀₁, ТЕМ₀₂, и т.д. Очевидным условием возбуждения связанных типов колебаний является совпадение собственных частот связанных парциальных резонаторов.

4. Экспериментальное исследование генерации связанных мод. Существование такого необычного режима генерации собственных волн в

трехзеркальном лазерном резонаторе было обнаружено нами экспериментально на установке, две модификации которой схематически изображены на рис. 2.

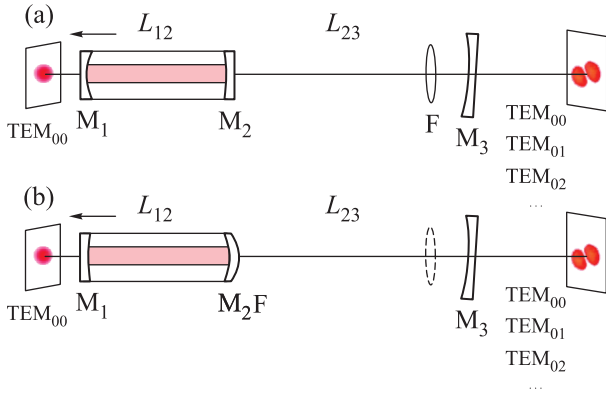


Рис. 2. (Цветной онлайн) Схемы двух модификаций экспериментальной установки для наблюдения генерации связанных мод: M_1 , M_2 и M_3 – зеркала, образующие трехзеркальный резонатор, F – фокусирующая линза

Основной активный резонатор образуют зеркала M_1 и M_2 газоразрядного гелий-неонового лазера длиной L_{12} . Третье зеркало M_3 располагается на расстоянии L_{23} от лазера. Между зеркалами M_2 и M_3 может устанавливаться фокусирующая линза F . Все три зеркала – с диэлектрическим напылением, частично пропускающие, коэффициент отражения по мощности находится в пределах $|r_{1,2,3}|^2 \sim 0.98–0.998$. Используются лазеры с внутренними зеркалами и длиной газоразрядных трубок 110–230 мм, внутри которых помещены брестеровские пластинки, обеспечивающие плоско поляризованное излучение на выходе лазеров, длина волны $\lambda = 633$ нм. Радиусы кривизны сферических зеркал M_1 (рис. 2a) и M_2 (рис. 2b) составляют 0.3–0.5 м. Таким образом, резонаторы, образованные этими зеркалами совместно с плоскими зеркалами M_2 и M_1 соответственно, близки к конфокальным. Третье сферическое зеркало M_3 (радиус кривизны около 100 м) совместно с линзой F (фокусное расстояние около 1 м) позволяют, путем изменения длины L_{23} в пределах 0.5–1 м, существенно изменять параметр неконфокальности внешнего резонатора. Для модификации схемы эксперимента, изображенной на рис. 2b, сферическое зеркало M_2 совмещено с линзой F , фокусное расстояние которой равно радиусу кривизны зеркала M_2 , что обеспечивает плоский фронт выходящей из лазера волны. Оптический элемент M_3F для волны, падающей со стороны зеркала M_3 , эк-

вивалентен плоскому зеркалу. Зеркало M_3 снабжено двухкоординатной угловой юстировкой, позволяющей изменять угол наклона зеркала и степень расогласования основного и внешнего резонаторов. Выходное излучение слева и справа от трехзеркального резонатора $M_1–M_2–M_3$ наблюдается на белых экранах и фиксируется фотокамерой.

Результаты наблюдений генерации связанных мод TEM_{00} и TEM_{pq} ($p, q = 0, 1, 2, \dots$) в описанной лазерной системе приведены на рис. 3a, b. Слева на обоих рисунках показано распределение поля в поперечном сечении на выходе основного лазерного резонатора со стороны зеркала M_1 . Ряд фотографий справа изображают временную последовательность распределений поля на выходе внешнего резонатора со стороны зеркала M_3 для устойчивых состояний генерации. Такие состояния наблюдались для следующих пар связанных мод: $TEM_{00}–TEM_{01}$, $TEM_{00}–TEM_{02}$, ..., $TEM_{00}–TEM_{24}$. Последовательное изменение состояний генерации во времени вызвано перестройкой частоты основного резонатора лазера за счет его прогрева после включения источника накачки.

Важно отметить, что переход из одного связанного состояния в другое характеризуется изменением индекса q на единицу во внешнем резонаторе $M_2–M_3$, тогда как в основном резонаторе $M_1–M_2$ распределение поля остается неизменным ($p = q = 0$). Неожиданным оказывается изменение последовательности переходов состояний от большего индекса q к меньшему (рис. 3a) на противоположное – от меньшего q к большему (рис. 3b) при изменении параметра неконфокальности внешнего резонатора. Объяснить это явление удастся путем сравнения собственных частот активного лазерного резонатора $M_1–M_2$ и пассивного внешнего резонатора $M_2–M_3$, которые задаются решениями приведенных выше дисперсионных уравнений (7), (8) для соответствующих двухзеркальных резонаторов.

Воспользуемся решением, определяющим собственную частоту генерируемой моды с поперечными индексами p и q (3) в резонаторах $M_1–M_2$ и $M_2–M_3$ (см. рис. 2), у которых одно зеркало плоское, а второе – сферическое [15]:

$$\omega_{mpq} = \frac{c}{L_{nl}} \left(\pi m + 2(p + q + 1) \cdot \arctg \frac{L_{nl}}{((R_n - L_{nl})L_{nl})^{\frac{1}{2}}} \right), \tag{9}$$

где $\omega_{mpq} = k_{mpq}c$ – резонансная частота, m – продольный индекс (большое целое число), c – скорость света, L_{nl} – длина парциального резонатора, ($n, l =$

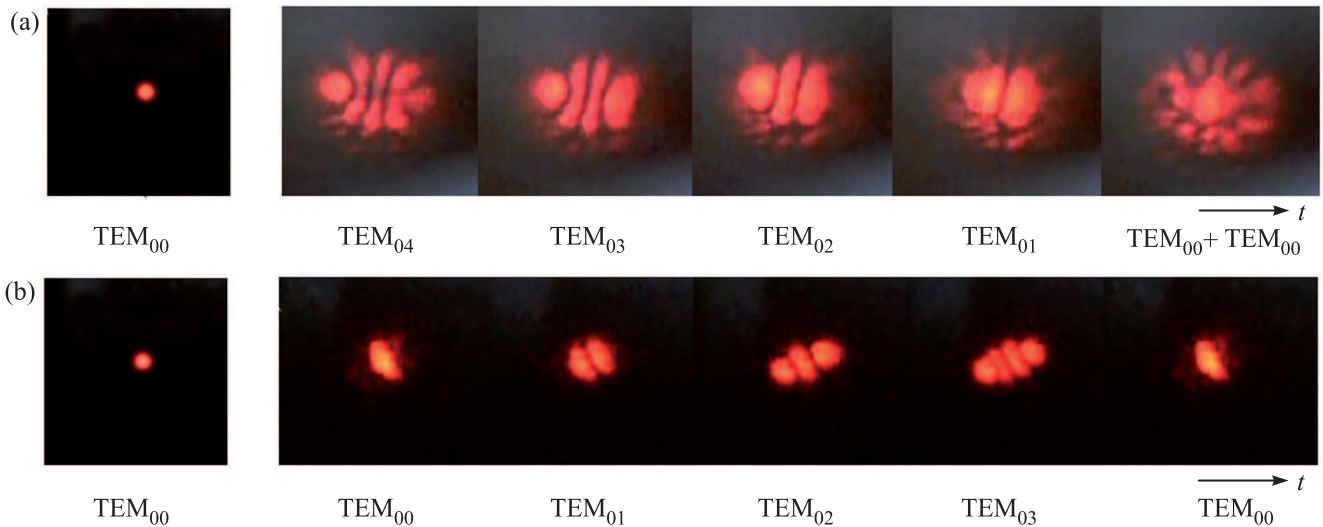


Рис. 3. (Цветной онлайн) Фотографии распределений поля в зависимости от времени: на выходе основного лазерного резонатора (слева) и на выходе внешнего резонатора (справа); (a) внешний резонатор состоит из плоского и сферического зеркал; (b) – между зеркалами M_2 и M_3 установлена линза F

$= 1, 2, 3$), R_n – радиус кривизны соответствующего сферического зеркала M_1, M_2 , или M_3 .

Соотношение между L_{nl} и R_n определяет степень неконфокальности соответствующего резонатора. При $L_{nl} = R_n/2$ резонатор называется полуконфокальным (одно зеркало плоское $R_2 = \infty$). Если $L_{nl} \ll R_n/2$, резонатор приближается к резонатору Фабри–Перо, составленному из двух плоских зеркал. Если $R_n/2 \ll L_{nl} \leq R_n$, резонатор близок к сферическому (концентрическому). Ситуация, когда $L_{nl} > R_n$, соответствует неустойчивому состоянию поля в резонаторе, и генерация незатухающих колебаний в нем невозможна.

Рассмотрим случай, когда основная собственная волна TEM_{00} (индексы p и q равны нулю), возбуждается одновременно в лазерном M_1 – M_2 и во внешнем M_2 – M_3 резонаторах. Расстояние между соседними резонансными частотами с продольными индексами m и $m + 1$ для этих резонаторов будет составлять $\pi c/L_{12}$ и $\pi c/L_{23}$ соответственно, как показано на рис. 4.

Таким образом, расположение резонансов для волны TEM_{00} на оси частот является эквидистантным, а расстояние между ними обратно пропорционально длине резонатора. Для мод более высоких порядков TEM_{pq} ($p, q = 1, 2, 3$), при изменении индексов p или q на единицу, эквидистантное расположение мод на оси частот сохраняется, однако расстояние между соседними резонансными частотами уменьшается при $L_{nl} < R_{nl}/2$ и увеличивается, если $R_{nl}/2 < L_{nl} < R_{nl}$, что следует из выражения (9).

Эти две ситуации изображены на рис. 4b и рис. 4c соответственно.

Рассмотрим случай, когда конфигурация внешнего резонатора M_2 – M_3 определяется условием $L_{23} < R_3/2$ (рис. 4b). Если радиус кривизны зеркала M_3 становится достаточно большим (в наших экспериментах $R_3 \sim 100$ м), расстояние между резонансными частотами Ω_1 , получаемое с помощью (9) для поперечных мод TEM_{pq} с индексами q и $q + 1$, будет намного меньше величины $\pi c/L_{23}$:

$$\Omega_1 = 2c(L_{23}R_3)^{-1/2} \ll \pi c/L_{23}, \quad (10)$$

как показано на рис. 4b. При нагреве лазера длина L_{12} основного резонатора M_1 – M_2 увеличивается, поэтому все его резонансные частоты, отстоящие на $\pi c/L_{12}$ друг от друга, смещаются по оси частот влево (см. рис. 4a). Тем самым, частота основной волны TEM_{00} , генерируемой лазером в пределах доплеровского контура линии усиления, также смещается влево (на рисунке показано стрелкой). При ее совпадении с какой-либо из резонансных частот внешнего резонатора в нем возбуждается волна более высокого порядка с соответствующим поперечным индексом. Так, для случая, приведенного на рис. 4b, во внешнем резонаторе M_2 – M_3 будут последовательно возбуждаться моды $TEM_{04}, TEM_{03}, TEM_{02}, TEM_{01}, TEM_{00}$, соответствующие последовательному изменению индекса $q = 4, 3, 2, 1, 0$. Эта ситуация фиксируется последовательностью фотографий распределений поля на выходе внешнего резонатора M_2 – M_3 в зависимости от времени, которые приведены на рис. 3a справа.

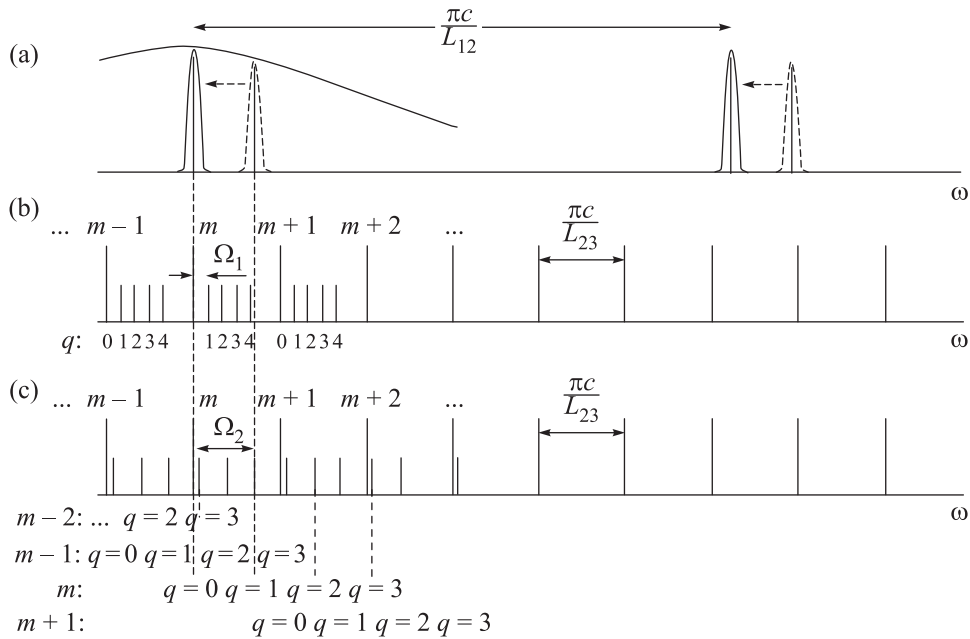


Рис. 4. Расположение частот в основном лазерном резонаторе (а) и во внешнем резонаторе при $L_{23} < R_3/2$ (b) и $R_3/2 < L_{23} < R_3$ (c) для различных значений продольного индекса m и поперечного q

Для конфигурации внешнего резонатора M_2-M_3 , определяемой условием $R_3/2 < L_{23} < R_3$, резонансные частоты поперечных мод TEM_{pq} с индексами $q = 1, 2, 3$ располагаются так, как показано на рис. 4с. Расстояние Ω_2 между соседними резонансами с индексами q и $q + 1$ увеличивается, когда радиус кривизны зеркала R_3 приближается к длине внешнего резонатора L_{23} , и, согласно (9), становится максимальным при $R_3 = L_{23}$:

$$\Omega_{2\max} = \pi c / L_{23}. \tag{11}$$

Величина Ω_2 составляет около 0.7 от максимальной разности частот $\pi c / L_{23}$ (см. рис. 4с), если радиус кривизны $R_3 = 1.25L_{23}$, что обеспечивается введением линзы F с фокусным расстоянием около 1 м между зеркалами M_2 и M_3 (см. рис. 2). Резонансные частоты с индексами $q = 0, 1, 2, \dots$ располагаются на оси частот более разреженно, однако между частотами с соседними поперечными индексами, например $m, q = 0$ и $m, q = 1$, возникают резонансы с другими продольными и поперечными индексами: $m - 1, q = 2$ и $m - 2, q = 3$. Теперь, при нагреве резонатора L_{12} частота генерации волны TEM_{00} лазера, смещаясь влево (на рис. 4а показано стрелкой), будет последовательно совпадать с резонансами, которые определяются следующими комбинациями пар индексов для собственных волн внешнего резонатора L_{23} (см. рис. 4с): $m, q = 1$; $m - 1, q = 2$; $m - 2, q = 3$; $m, q = 0$. Соответственно во внешнем резона-

торе L_{23} будут по очереди возбуждаться поперечные моды $TEM_{01}, TEM_{02}, TEM_{03}, TEM_{00}$, что зафиксировано последовательностью фотографий распределений поля, приведенных справа на рис. 3б.

Обнаруженное необычное явление генерации связанных типов колебаний с несовпадающими параметрами поперечных индексов в парциальных резонаторах лазера может оказывать существенное влияние на формирование оптических полей в особо точных лазерных системах, в которых присутствует обратное отраженное или рассеянное излучение. К таким системам относятся, в частности, длиннобазовые лазерные интерферометры, применяемые в современной сейсмологии [16, 17] и гравитационно-волновой астрономии [16, 18]. Например, в работе [13] нами показано, что энергия даже относительно слабого обратного излучения на уровне 10^{-6} (этому соответствует параметр $|C_0^{pq}| \sim 0.001$) в модернизированной схеме 4-километровой гравитационной антенны Advanced LIGO [18] может приводить к погрешности фазовых измерений, на один-два порядка превышающей допустимый предел для этого инструмента.

Полученные результаты могут найти применение при разработке и создании новых оптических измерительных инструментов, в криптографии, в системах защиты, оптической обработки информации и передачи данных.

5. Выводы. Для решения системы интегральных уравнений, описывающих пространственное распре-

деление электромагнитного поля в трехзеркальном лазерном резонаторе с несогласованными зеркалами в квазиоптическом приближении, предлагается использовать модифицированные граничные условия, учитывающие коэффициенты связи собственных волн с несовпадающими парами поперечных индексов в парциальных резонаторах. В лазере с трехзеркальным резонатором экспериментально обнаружено и изучено необычное явление генерации связанных типов колебаний с поперечным распределением поля, соответствующим собственным модам TEM_{00} в основном лазерном резонаторе и TEM_{01} , TEM_{02} , TEM_{03} , ... во внешнем резонаторе. Судя по опубликованным работам, такой режим генерации в лазерах ранее не наблюдался. Проанализированы условия возбуждения связанных мод в зависимости от конфигурации и настройки парциальных резонаторов.

Эту работу авторы посвящают светлой памяти своего товарища и научного руководителя, безвременно ушедшего из жизни, Александра Дмитриевича Шатрова.

1. В. С. Авербах, С. Н. Власов, В. И. Таланов, Изв. вузов. Радиофизика **10**, 1333 (1967) [V. S. Averbakh, S. N. Vlasov, and V. I. Talanov, Radiophys. Quant. Electr. **10**, 1333 (1967)].
2. J. W. Campbell, Instr. and Control Systems **40**(11), 75 (1967).
3. С. В. Сикора, Г. С. Симкин, Труды Харьковского государственного НИИ метрологии, М., 104 (1969) [S. V. Sikora and G. S. Simkin, Proc. Kharkov State Research Institute of Metrology, Moscow, p. 104 (1969)].
4. В. И. Перель, И. В. Рогова, Оптика и спектроскопия **25**, 716 (1968) [V. I. Perel and I. V. Rogova, Optics and Spectroscopy **25**, 716 (1968)].
5. P. J. Brannon, Appl. Opt. **15**, 1119 (1976).
6. Г. И. Козин, В. В. Петров, Е. Д. Проценко, Квантовая электроника **18**, 514 (1991) [G. I. Kozin, V. V. Petrov, and T. D. Protsenko, Sov. J. Quantum Electron. **21**, 466 (1991)].
7. В. А. Алешин, М. Н. Дубров, Патент РФ № 784457, G01B 9/02 (1979–1992) [V. A. Alyoshin and M. N. Dubrov, Patent RF N784457, G01B 9/02 (1979–1992)].
8. А. К. Дмитриев, А. С. Дычков, А. А. Луговой, Квантовая электроника **35**, 285 (2005) [A. K. Dmitriev, A. S. Dychkov, and A. A. Lugovoy, Quantum Electronics **35**, 285 (2005)].
9. M. N. Dubrov, in Proc. 8-th Int. Conf. on Laser and Fiber-Optical Networks Modeling, Ukraine, Kharkov, pp. 92–95 (2006) DOI:10.1109/LFNM.2006.251989.
10. M. Wang and G. Lai, Rev. Sci. Instr. **72**, 3440 (2001).
11. S. Donati, G. Martini, and T. Tambosso, IEEE J. Quantum Electron. **49**, 798 (2013).
12. Д. В. Александров, М. Н. Дубров, А. Д. Шатров, Радиотехника и электроника **56**, 1149 (2011) [D. V. Aleksandrov, M. N. Dubrov, and A. D. Shatrov, J. Commun. Technol. Electron. **56**, 1146 (2011)].
13. А. Д. Шатров, М. Н. Дубров, Д. В. Александров, Квантовая электроника **46**, 1159 (2016) [A. D. Shatrov, M. N. Dubrov, and D. V. Aleksandrov, Quantum Electronics **46**, 1159 (2016)].
14. Р. Б. Ваганов, Радиотехника и электроника **9**, 1958 (1964) [R. B. Vaganov, Radiotekh. Elektron. **9**, 1958 (1964)].
15. А. Ярив, Квантовая электроника, Сов. Радио, М. (1980), Гл. 7, с. 95 [A. Yariv, Quantum Electronics, J. Wiley and Sons, N.Y. (1975)].
16. S. Takemoto, A. Araya, J. Akamatsu et al. (Collaboration), J. Geodynamics **38**, 477 (2004).
17. Д. В. Александров, М. Н. Дубров, В. В. Кравцов, Нелинейный мир **13**(2), 5 (2015) [D. V. Aleksandrov, M. N. Dubrov, and V. V. Kravtsov, Nonlinear World **13**(2), 5 (2015)].
18. D. V. Martynov, E. D. Hall, B. P. Abbott et al. (Collaboration), Phys. Rev. D **93**, 112004 (2016).