## Влияние когерентности возбуждающей радиации на осцилляции интенсивности фотонного эха

В. Н. Лисин<sup>+1)</sup>, А. М. Шегеда<sup>+</sup>, В. В. Самарцев<sup>+</sup>, Е. П. Чукалина<sup>\*</sup>

+Казанский физико-технический институт им. Е.К. Завойского,

Федеральный исследовательский центр Казанский научный центр РАН", 420029 Казань, Россия

\* Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт спектроскопии РАН, 108840 Москва, Троицк, Россия

Поступила в редакцию 31 января 2018 г.

Исследуются физические причины, позволяющие наблюдать расщепления оптических линий на несколько порядков меньше спектральной ширины лазерного импульса. Построена теория когерентного и некогерентного фотонного эха (ФЭ) во внешнем постоянном магнитном поле и в присутствии импульсного магнитного поля, вызывающего осцилляции интенсивности ФЭ. Показано, что периоды осцилляций интенсивности эха, длительность эха и размеры областей в неоднородной линии, где возбуждаемые ионы когерентны, не зависят от степени когерентности лазерного импульса и от значения внешнего постоянного магнитного поля. Как следует из теории, при когерентном возбуждении эха амплитуда осцилляций интенсивности не зависит от внешнего постоянного магнитного поля, если неоднородная линия симметрична. Показано, что при некогерентном возбуждении эха амплитуда осцилляций интенсивности не зависит от внешнего постоянного магнитного поля, если неоднородная линия симметрична. Показано, что при некогерентном возбуждении эха амплитуда осцилляций интенсивности не зависит от внешнего постоянного магнитного поля, если неоднородной линии с аргументом, равным зеемановскому расщеплению оптической линии во внешнем магнитном поле. В этом случае экспериментально полученные значения амплитуды осцилляций достаточно хорошо совпадают с теоретически вычисленными значениями автокорреляционной функции для всей неоднородной линии в LuLiF4:Er<sup>3+</sup> (переход  ${}^4I_{15/2} \Rightarrow {}^4F_{9/2}$ ). Таким же способом была получена автокорреляционная функция для YLiF4:Er<sup>3+</sup> на том же переходе.

DOI: 10.7868/S0370274X18060036

1. Мотивация. В работах [1–4] предложен метод спектроскопии сверхвысокого разрешения во временной области, в котором используются осцилляции интенсивности и модуляции формы отклика фотонного эха ( $\Phi$ Э) при наличии импульсного возмущения, которое разделяет частоту переходов ионов на две группы. Было замечено, что глубина осцилляций ФЭ сильно зависит от величины постоянного магнитного поля  $H_{dc}$  (рис. 1). Необходимо отметить, что первый минимум интенсивности эха в LuLiF<sub>4</sub>:Er<sup>3+</sup> в импульсном магнитном поле длительностью 30 нс наблюдался в [2] при амплитуде поля меньше 2 Гс. Это соответствует зеемановскому расщеплению ~ 10 МГц. Такое расщепление намного меньше спектральной ширины дазерного импульса и ширины неоднородной линии (рис. 2). Физические причины, позволяющие наблюдать расщепление оптической линии, на несколько порядков меньше спектральной ширины лазерного импульса, а также причины зависимости глубины осцилляций от H<sub>dc</sub>, не были рассмотрены и не ясны. Для решения этих во-



Рис. 1. (Цветной онлайн) Осцилляции интенсивности  $I/I_0 \Phi \Im$  в зависимости от амплитуды  $H_{mp}$  магнитного импульса длительностью  $\tau_{mp} = 16$  нс в различных постоянных магнитных полях  $H_{dc}$ .  $I_0$  – интенсивность  $\Phi \Im$  без магнитного импульса

просов далее строится теория ФЭ в постоянном магнитном поле в присутствии импульсного магнитно-

 $<sup>^{1)}</sup>$ e-mail: valerylisin@gmail.com



Рис. 2. (Цветной онлайн) Спектр лазерного импульса, полученный на интерферометре с базой 4 мм, (точки) и полученная на фурье-спектрометре неоднородно уширенная линия перехода  ${}^{4}I_{15/2} \Rightarrow {}^{4}F_{9/2}$  иона  $\mathrm{Er}^{3+}$  концентрацией 0.025 % в LuLiF<sub>4</sub> (сплошная линия). Полная ширина лазерного спектра на полувысоте равна 0.223 см<sup>-1</sup>, полная ширина резонансной линии на полувысоте 0.029 см<sup>-1</sup> ~ 1 ГГц

го поля (МИ), когда ФЭ возбуждается как когерентным, так и некогерентным лазерным излучением.

2. Теория. Впервые ФЭ при некогерентном возбуждении качественно рассмотрено в [5]. В работе [6] стохастический процесс, приводящий к декогеренизации лазерного излучения, описан количественно. Однако авторов работы [6] интересовал случай четырехволнового смешения, когда длительность лазерных импульсов намного превышала временной интервал между импульсами. В случае фотонного эха длительность лазерных импульсов намного меньше временных интервалов между импульсами. Поэтому выражения, полученные в [6], непригодны для описания фотонного эха. Однако способ количественного описания стохастического процесса, примененный в [6], далее используется в настоящей работе. Кроме того, как и в [6], действие лазерных импульсов учитывается по теории возмущений.

Решается следующее уравнение Шредингера для одиночного иона в поле лазерных импульсов:

$$\begin{split} \hbar \frac{d|\psi(t)\rangle}{dt} &= [H_0 + V(t)]|\psi(t)\rangle,\\ H_0|g,m\rangle &= (\varepsilon_g + \hbar m Z_g)|g,m\rangle,\\ H_0|e,m\rangle &= (\varepsilon_e + \hbar m Z_e)|e,m\rangle,\\ Z_g &= g_g(^4I_{15/2})\beta H_{dc}/\hbar,\\ Z_e &= g_e(^4F_{9/2})\beta H_{dc}/\hbar,\\ V_i(r,t) &= \hbar\Omega_i R(t-t_{i0}) f(t-t_{i0}) \exp(-i\omega t) + c.c., \end{split}$$
(1)

$$\Omega_{i} = -\mu E \exp(\mathrm{i}\mathbf{k}_{i}\mathbf{r}), \quad t_{20} - t_{10} \gg \tau_{\mathrm{L}}$$
$$f(t - t_{i0}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{(t - t_{i0})^{2}}{2\tau_{i}^{2}}).$$

Здесь  $\beta$  – магнетон Бора,  $\hbar$  – постоянная Планка,  $\varepsilon_e$  и  $\varepsilon_q$  – уровни энергии, а  $g_e$  и  $g_q$  – параллельные оси C компоненты g-тензоров возбужденного ( ${}^4F_{9/2}$ ) и основного  $({}^4I_{15/2})$  состояний,  $\omega$  – частота лазера,  $H_{dc}$  – внешнее постоянное магнитное поле, E и **k** – комплексная амплитуда и волновой вектор электрического поля лазера,  $\mu$  – электрический дипольный момент на данном переходе,  $t_{i0}$  – время включения *i*-го лазерного импульса  $(i = 1, 2), \tau_{\rm L}$  – длительность лазерного импульса,  $\tau_c$  – величина, обратно пропорциональная спектру лазерного излучения, т – проекция спина в основном состоянии. Поляризация лазерных импульсов считается  $\pi$ -поляризацией, т.е. переходы происходят без изменения проекции спина m. R(t) в (1) есть комплексная случайная функция [6], представляющая стохастический стационарный Гауссов процесс, для которого

$$\overline{R(t)R(s)^{+}} = \tau_c \delta(t-s), \ \overline{\langle R(t)R(s) \rangle} = 0, \ \overline{\langle R(t) \rangle} = 0, (2)$$

где две черты сверху обозначают усреднение по случайной переменной стохастического процесса. Для когерентного лазерного поля

$$R(t) = 1. \tag{3}$$

Уравнение (1) решается следующим образом. Сначала совершается переход во вращающуюся систему координат

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle &= \exp(-\mathrm{i}St/\hbar)|\psi(t)\rangle,\\ S|g,m\rangle &= \varepsilon_g|g,m\rangle, S|e,m\rangle = (\varepsilon_g + \hbar\omega)|e,m\rangle, \end{aligned}$$
(4)

затем переход в представление взаимодействия

$$\widetilde{\psi}(t)\rangle = \exp(-\mathrm{i}(H_0 - S)t/\hbar)|\widetilde{\widetilde{\psi}}(t)\rangle.$$
 (5)

Если задать начальное значение для волновой функции в лабораторной системе координат в виде

$$|\psi(t_0)\rangle = \exp(-\mathrm{i}(\varepsilon_g + \hbar m Z_g)t_0/\hbar)|g,m\rangle, \qquad (6)$$

то в представлении взаимодействия имеем

$$|\widetilde{\widetilde{\psi}}(t_0)\rangle = |g,m\rangle.$$
 (7)

Выражение для интенсивности эха системы ионов через волновые функции в представлении взаимодействия одиночного иона имеет вид

$$I(t) = 2|P(t)|^{2},$$

$$P(t) = \mu_{ge} \sum_{\mathbf{r},m} w(m) \int_{-\infty}^{\infty} d\delta_{0} g(\delta_{0}) \langle \widetilde{\psi}(t, \mathbf{r}) | g, m \rangle \times$$

$$\times \langle g, m | \mu_{e} | e, m \rangle \langle e, m | \widetilde{\psi}(t, \mathbf{r}) \rangle =$$

$$(8)$$

$$= \mu_{ge} \sum_{\mathbf{r},m} w(m) \int_{-\infty} d\delta_0 g(\delta_0) \exp(-\mathrm{i}t(\delta_0 + mZ_{dc}) \times \widetilde{\widetilde{\psi}(t,\mathbf{r})}|g,m\rangle \langle e,m|\widetilde{\widetilde{\psi}(t,\mathbf{r})}\rangle,$$
$$\times \delta_0 = (\varepsilon_e - \varepsilon_g)/\hbar - \omega,$$

где выполнено суммирование по координатам ионов и по неоднородной линии. Здесь w(m) – вероятность иону находиться в основном состоянии с проекцией спина  $m, g(\delta_0)$  – число ионов на единичный интервал частоты вблизи отстройки  $\delta_0$  в отсутствии магнитного поля.

Учтем влияние импульсного магнитного поля. Пусть МИ включается после лазерного импульса и не перекрывается с ним по времени

$$\frac{t_{mp} - t_{02}}{\tau_{\rm L}} \gg 1,\tag{9}$$

где  $t_{mp}$  – начало действия магнитного импульса. При  $t > t_{mp}$  уравнение Шредингера упрощается, так как V(t) = 0:

$$i\hbar \frac{d|\tilde{\psi}(t)\rangle}{dt} = (H_0 - S + \hat{h})|\tilde{\psi}(t)\rangle, \ t \ge t_{mp}.$$
 (10)

В выражении (10) для гамильтониана во вращающейся системе координат  $\tilde{H}_0 = H_0 - S$  добавлено взаимодействие с импульсным магнитным полем  $H_{mp}$ :

$$\widehat{h}|g,m\rangle = \hbar m Z_{gmp}|g,m\rangle,$$

$$\widehat{h}|e,m\rangle = \hbar m Z_{emp}|e,m\rangle,$$

$$Z_{gmp} = g_g \beta H_{mp}(t)/\hbar,$$

$$Z_{emp} = g_e \beta H_{mp}(t)/\hbar.$$
(11)

Решение уравнения (11) имеет вид

$$\begin{split} |\widetilde{\psi}(t)\rangle &= \exp(-\mathrm{i} \int_{t_{pm}}^{t} dt' (\widetilde{H}_{0} + \widehat{h}(t'))/\hbar) \times \\ &\times |\widetilde{\psi}(t_{pm})\rangle = \exp(-\mathrm{i} \int_{t_{pm}}^{t} dt' \widehat{h}(t')/\hbar) \times \\ &\times \exp(-\mathrm{i}(t - t_{pm}) \widetilde{H}_{0}/\hbar) |\widetilde{\psi}(t_{pm})\rangle. \end{split}$$
(12)

Из (5) следует, что

$$|\widetilde{\psi}(t_{mp})\rangle = \exp(-\mathrm{i}\widetilde{H}_0 t_{mp}/\hbar) |\widetilde{\widetilde{\psi}}(t_{mp})\rangle.$$
 (13)

После подстановки (13) в (12) получаем следующее решение уравнения (10):

$$\begin{split} |\widetilde{\psi}(t_{mp})\rangle &= \exp(-\mathrm{i} \int_{t_{mp}}^{t} dt' \widehat{h}(t')/\hbar) \times \\ &\times \exp(-i\widetilde{H}_{0}t/\hbar) |\widetilde{\widetilde{\psi}}(t_{mp})\rangle. \end{split}$$
(14)

Подставляя (14) в (8), имеем:

$$P(t) = \mu_{ge} \sum_{m} w(m) \exp(-im\phi) \int_{-\infty}^{\infty} d\delta_0 g(\delta_0) \times \\ \times \exp(-it(\delta_0 + mZ_{dc})) \langle \widetilde{\widetilde{\psi}}(t_{mp}) | g, m \rangle \langle e, m | \widetilde{\widetilde{\psi}}(t_{mp}) \rangle, (15) \\ \phi = \int_{t_{mp}}^t dt' Z_{mp}(t'), Z_{mp}(t') = (g_e - g_g) \beta H_{mp}(t') / \hbar,$$

т.е. действие МИ приводит к появлению фазового множителя под знаком суммы по *m*. В выражениях (12)–(15) для простоты в аргументах волновой функции не указана координата иона.

Далее используется приближение малых площадей лазерных импульсов. Будем искать для P(t) выражение в нижайшем порядке по взаимодействию с лазерным полем, причем такое, которое дает сигнал эха. Легко показать, что если вместо  $\langle e, m | \widetilde{\psi}(t_{mp}) \rangle$ подставить в (15) первый порядок малости по взаимодействию со вторым лазерным импульсом, а вместо  $\langle \widetilde{\psi}(t_{mp}) | g, m \rangle$  подставить второй порядок малости (взаимодействие сначала с первым, а затем со вторым лазерными импульсами), то достигается обращение относительных фаз и образование импульса эха в направлении  $2\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1$ .

Нетрудно убедиться, что выражение для интенсивности  $\Phi$ Э при  $2\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1 = 0$  при когерентном возбуждении имеет следующий вид:

$$\begin{split} I_{\rm echo}^{\rm coher} &= 2|P_{\rm echo}^{\rm coher}|^2 \propto 2|\mu_{ge}|^2|\Theta_1|^2|\Theta_2|^4|N_{\rm echo}^{\rm coher}|^2 \times \\ &\times \exp\left(-\frac{(t-t_{\rm echo})^2}{3\tau_{\rm L}^2}\right),\\ N_{\rm echo}^{\rm coher} &= \Delta_{\rm echo}^{\rm coher} \sum_m w(m)g(-mZ_{dc})\exp(-{\rm i}m\phi(t)), \quad (16)\\ \Theta_i &= \Omega_i\tau_{\rm L}, \quad \Delta_{\rm echo}^{\rm coher} = \frac{\sqrt{2\pi}}{\tau_{\rm L}\sqrt{3}},\\ \phi &= \int_{t_{pm}}^t dt' Z_{mp}(t'), \quad Z_{mp}(t') = (g_e - g_g)\beta H_{mp}(t')/\hbar, \end{split}$$

где опущен коэффициент, полученный после суммирования по координатам ионов.

Видно, что интенсивность когерентного эха (16) пропорциональна квадрату числа частиц, которое равно числу ионов с противоположно направленными спинами в областях неоднородной линии в точках

Письма в ЖЭТФ том 107 вып. 5-6 2018

363

 $\pm Z_{dc}/2,$ где частоты переходов равны частоте лазера. Ширина этой области  $\Delta_{\rm echo}^{\rm coher}$ обратна пропорциональна длительности импульса.

При вычислении квадрата модуля дипольного момента (15) появляются двойные суммы по m, m' и интегралы по  $\delta_0$  и  $\delta'_0$ . Под знаком сумм и интегралов присутствуют произведения следующих величин:

$$\Gamma 1 = \langle \widetilde{\widetilde{\psi}}(t_{mp}) | g, m, \delta_0 \rangle (\langle \widetilde{\widetilde{\psi}}(t_{mp} | g, m', \delta'_0 \rangle)^+$$

И

$$\Gamma 2 = \langle e, m, \delta_0 | \widetilde{\widetilde{\psi}}(t_{mp}) \rangle (\langle e, m', \delta'_0 | \widetilde{\widetilde{\psi}}(t_{mp}) \rangle)^+.$$

Здесь мы в явном виде записали зависимость  $\widetilde{\widetilde{\psi}}(t_{mp})$  от  $\delta_0$ , которая следует из (7).

Используя соотношение

$$\overline{\overline{\Gamma}1\Gamma2} = \overline{\overline{\Gamma1}} \overline{\overline{\Gamma2}},\tag{17}$$

получаем для случая некогерентного возбуждения  $\Phi \Im$ 

$$I_{\text{echo}}^{\text{nchr}} = 2\overline{|P_{\text{echo}}|^2} \propto 2|\mu_{ge}|^2 \langle |\Theta_1|^2 \rangle \langle |\Theta_2|^2 \rangle^2 \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\delta}{\Delta_{\text{echo}}^{\text{nchr}}} |N_{\text{echo}}^{\text{nchr}}(\delta,\phi)|^2 \exp\left(-\frac{(t-t_{\text{echo}})^2}{3\tau_{\text{L}}^2}\right), \\ N_{\text{echo}}^{\text{nchr}}(\delta,\phi) =$$
(18)
$$= \Delta_{\text{nchr}}^{\text{nchr}} \sum w(m) q(\delta - mZ_{dc}) \exp(-\mathrm{i}m\phi(t)).$$

$$= \Delta_{\rm echo}^{\rm nchr} \sum_{m} w(m)g(\delta - mZ_{dc}) \exp(-im\phi(t)),$$
$$\langle |\Theta_i|^2 \rangle = \frac{|\Omega_i \tau_c|^2}{\sqrt{4\pi}} \frac{\tau_{\rm L}}{\tau_c}, \quad \Delta_{\rm echo}^{\rm nchr} = \frac{2\sqrt{\pi}}{\tau_{\rm L}\sqrt{3}},$$

где  $\langle |\Theta_i|^2 \rangle$  имеет смысл среднего квадрата угла отклонения *z*-компоненты дипольного момента за время  $\tau_{\rm L}$  под действием случайного электрического поля, меняющего знак через время  $\tau_c$ . Здесь опущен множитель, учитывающий результат суммирования по координатам ионов. Если разбить неоднородную линию на участки шириной  $\Delta_{\rm echo}^{\rm nchr}$  и середину *i*-го участка обозначить как  $\delta_i$ , то интеграл по неоднородной ширине линии в (18) можно представить, как сумму квадратов числа когерентных ионов в каждом участке

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\delta}{\Delta_{\text{ind}}^{\text{nchr}}} |N_{\text{echo}}^{\text{nchr}}(\delta,\phi)| =$$
$$= \sum_{i} \frac{\Delta_{\text{ind}}^{\text{nchr}}}{\Delta_{\text{ind}}^{\text{nchr}}} |N_{\text{echo}}^{\text{nchr}}(\delta_{i},\phi)| = \sum_{i} |N_{\text{echo}}^{\text{nchr}}(\delta_{i},\phi)|. \quad (19)$$

Рассмотрим зависимость осцилляций от фазы. Введем величину

$$\rho(\delta,\phi) = \sum_{m} w(m)g(\delta - mZ_{dc})\exp(-\mathrm{i}m\phi), \qquad (20)$$

Письма в ЖЭТФ том 107 вып. 5-6 2018

которая является числом когерентных ионов в единичном интервале вблизи  $\delta$ . Пренебрегаем разницей заселенностей уровней с разными проекциями спина w(m) = 1/2.

$$\begin{aligned} |\rho(\delta,\phi)|^2 &= \frac{1}{4} \sum_{m,m'} g(\delta - mZ_{dc})g(\delta - m'Z_{dc}) \times \\ &\times \exp(-i(m-m')\phi) = \\ &= \frac{1}{4} (|g(\delta - Z_{dc}/2)|^2 + |g(\delta + Z_{dc}/2)|^2 + \\ &+ g(\delta - Z_{dc}/2)g(\delta + Z_{dc}/2)\exp(-i\phi) + \\ &+ g(\delta + Z_{dc}/2)g(\delta - Z_{dc}/2)\exp(i\phi)) = \\ &= \frac{1}{4} (|g(\delta - Z_{dc}/2)|^2 + |g(\delta + Z_{dc}/2)|^2 + \\ &+ 2\cos(\phi)g(\delta + Z_{dc}/2)g(\delta - Z_{dc}/2)). \end{aligned}$$

Отсюда для когерентного эха ( $\delta = 0$ ) получаем:

$$\begin{aligned} |\rho(\delta,\phi)|^2 &= \frac{1}{4} (|(g(-Z_{dc}/2))|^2 + |g(+Z_{dc}/2)|^2 + \\ &+ 2\cos(\phi)g(+Z_{dc}/2)g(-Z_{dc}/2)) = \\ &= \frac{1}{4} (|g(-Z_{dc}/2)|^2 + |g(+Z_{dc}/2)|^2)(1 + A^{\text{coher}}\cos(\phi)), (22) \\ &A^{\text{coher}} = \frac{2g(+Z_{dc}/2)g(-Z_{dc}/2)}{(g(-Z_{dc}/2))^2 + (g(+Z_{dc}/2))^2}. \end{aligned}$$

Видно, что амплитуда осцилляций зависит от магнитного поля. Отношение интенсивности эха в точке первого минимума ( $\phi = \pi$ ) к интенсивности эха при выключенном МИ ( $\phi = 0$ ) для когерентного возбуждения имеет вид

$$\frac{I_{\text{echo}}^{\text{coher}}(\phi = \pi)}{I_{\text{echo}}^{\text{coher}}(\phi = 0)} = \frac{|\rho(0, \phi = \pi)|^2}{|\rho(0, \phi = 0)|^2} = \frac{1 - A^{\text{coher}}}{1 + A^{\text{coher}}} = \left(\frac{g(-Z_{dc}/2) - g(Z_{dc}/2)}{g(-Z_{dc}/2) + g(Z_{dc}/2)}\right)^2.$$
 (23)

Для симметричной неоднородной линии это отношение равно нулю и не зависит от магнитного поля.

**3.** Сравнение с экспериментом. Спектр поглощения образца LuLiF<sub>4</sub>:Er<sup>3+</sup> (см. рис. 2) показывает, что линия, на которой возбуждается эхо, несимметрична. И если бы лазерное излучение было бы когерентным, то зависимость осцилляций от внешнего магнитного поля имела бы вид, показанный на рис. 3. Там же, для сравнения, приведена зависимость, полученная в нашем эксперименте в LuLiF<sub>4</sub>:Er<sup>3+</sup>. Видно, что теоретическая и экспериментально наблюденная зависимости сильно различаются.

При некогерентном возбуждении имеется следующий интеграл:



Рис. 3. (Цветной онлайн) Когерентное ФЭ. Теоретическая зависимость (23) отношения интенсивности ФЭ в первом минимуме к интенсивности ФЭ при выключенном МИ от внешнего постоянного магнитного поля и результаты эксперимента

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\delta |\rho(\delta,\phi)|^2 =$$

$$= \frac{1}{4} \left( \int_{-\infty}^{\infty} d\delta |g(\delta - Z_{dc}/2)|^2 + \int_{-\infty}^{\infty} d\delta |g(\delta + Z_{dc}/2)|^2 + (24) + 2\cos(\phi) \int_{-\infty}^{\infty} d\delta g(\delta + Z_{dc}/2)g(\delta - Z_{dc}/2) \right).$$

Введем обозначения:

$$\operatorname{corr}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} d\delta g(\delta) g(\delta) =$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} d\delta g(\delta \pm Z_{dc}/2) g(\delta \pm Z_{dc}/2),$$
$$\operatorname{corr}(Z_{dc}) = \int_{-\infty}^{\infty} d\delta g(\delta) g(\delta \pm Z_{dc}/2) = \qquad (25)$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} d\delta g(\delta + Z_{dc}/2) g(\delta - Z_{dc}/2).$$

C учетом (25) перепишем (24):

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\delta |\rho(\delta,\phi)|^2 = \frac{1}{2} (\operatorname{corr}(0) + \cos(\phi)\operatorname{corr}(Z_{dc})) =$$
$$= \frac{1}{2} (\operatorname{corr}(0)(1 + A^{\operatorname{nchr}}\cos(\phi)), \qquad (26)$$

где амплитуда осцилляций ФЭ определена выражением

$$A^{\rm nchr} = \frac{\rm corr(Z_{dc})}{\rm corr(0)}.$$
 (27)

Из (27) следует, что амплитуда осцилляций интенсивности некогерентного эха является нормированной автокорреляционной функцией от функции распределения ионов по неоднородной ширине линии с аргументом, равным частоте зеемановского расщепления оптической линии. Отношение интенсивности эха в точке первого минимума ( $\phi = \pi$ ) к интенсивности эха при выключенном МИ ( $\phi = 0$ ) для некогерентного возбуждения имеет вид

$$\frac{I_{\rm echo}^{\rm nchr}(\phi=\pi)}{I_{\rm echo}^{\rm nchr}(\phi=0)} = \frac{\int\limits_{-\infty}^{\infty} d\delta |\rho(\delta,\phi|^2)}{\int\limits_{-\infty}^{\infty} d\delta |\rho(\delta,\phi|^2)} = \frac{1-A^{\rm nchr}}{1+A^{\rm nchr}}.$$
 (28)

На рис. 4 построена теоретическая зависимость (28) от магнитного поля и результаты эксперимента. Видно неплохое согласие эксперимента и теории.



Рис. 4. (Цветной онлайн) Некогерентное ФЭ. Теоретическая зависимость (28) отношения интенсивности ФЭ в первом минимуме к интенсивности ФЭ при выключенном МИ от внешнего постоянного магнитного поля и результаты эксперимента

Амплитуду осцилляций A<sup>nchr</sup> можно выразить через экспериментально наблюдаемую величину

$$A^{\operatorname{nchr}} = \frac{\operatorname{corr}(Z_{dc})}{\operatorname{corr}(0)} = \frac{1 - \frac{I_{\operatorname{cchr}}^{\operatorname{nchr}}(\phi = \pi)}{I_{\operatorname{cchr}}^{\operatorname{nchr}}(\phi = 0)}}{1 + \frac{I_{\operatorname{cchr}}^{\operatorname{nchr}}(\phi = \pi)}{I_{\operatorname{cchr}}^{\operatorname{nchr}}(\phi = 0)}}.$$
 (29)

На рис. 5 приведены экспериментальные и теоретические значения для амплитуды осцилляций некогерентного ΦЭ, или что одно и то же, для нормированной автокорреляционной функции от функции распределения ионов по неоднородной ширине линии

Письма в ЖЭТФ том 107 вып. 5-6 2018



Рис. 5. (Цветной онлайн) Экспериментальные и теоретические значения (29) амплитуды осцилляций некогерентного ФЭ в отсутствие магнитного поля

в отсутствие магнитного поля. Автокорреляционная функция получена из показанного на рис. 2 нормированного спектра поглощения иона  $\mathrm{Er}^{3+}$  в LuLiF<sub>4</sub>.

Спектры пропускания были зарегистрированы на фурье-спектрометре высокого разрешения Bruker IFS 125HR со спектральным разрешением 0.01 см<sup>-1</sup>. Образец находился в криостате замкнутого цикла Сгуотесh ST403 при температуре 3.5 К. Измерения проводились в линейно поляризованном свете при конфигурации  $\mathbf{k} \perp C$  и Е $\|C - \pi$ -поляризация.

На рис. 6 по измеренным значениям интенсивности эха в первом минимуме в зависимости от магнитного поля построена автокорреляционная функция для  $YLiF_4:Er^{3+}$ .

4. Заключение. Теоретически показано, что:

(i) осцилляции интенсивности фотонного эха, вызываемые расщеплением частоты оптического перехода под действием импульса магнитного поля, имеют место быть как при когерентном возбуждении эха, так и в случае, когда лазерные импульсы являются некогерентными, при этом длительность эха и период осцилляций не меняются;

(ii) при когерентном возбуждении эха амплитуда осцилляций зависит от значения внешнего постоянного магнитного поля в случае асимметричной неоднородной линии;

(iii) при некогерентном возбуждении эха зависимость относительной амплитуды осцилляций от



Рис. 6. (Цветной онлайн) Автокорреляционная функция для  $YLiF_4:Er^{3+}$ , построенная по измеренным значениям интенсивности эха в первом минимуме в зависимости от магнитного поля

внешнего магнитного поля определяется автокорреляционной функцией от функции распределения ионов по неоднородной линии с аргументом, равным зеемановскому расщеплению оптической линии в данном внешнем постоянном магнитном поле.

Экспериментально полученные значения амплитуды осцилляций достаточно хорошо совпадают с теоретически вычисленными значениями автокорреляционной функции для LuLiF<sub>4</sub>:Er<sup>3+</sup>. Отсюда следует, что излучение используемого нами лазера на красителе охаzin-17 с длительностью импульсов  $\tau_{\rm L} \sim$ 15 нс можно считать, в первом приближении, некогерентным.

Таким же способом была получена автокорреляционная функция для  $YLiF_4:Er^{3+}$ .

- V.N. Lisin, A.M. Shegeda, and K.I. Gerasimov, JETP Lett. 95, 61 (2012).
- V.N. Lisin and A.M. Shegeda, JETP Lett. 96, 328 (2012).
- V. N. Lisin, A. M. Shegeda, and V. V. Samartsev, Laser Phys. Lett. **12**, 025701 (2015).
- V. N. Lisin, A. M. Shegeda, and V. V. Samartsev, Laser Phys. Lett. 13, 075202 (2016).
- R. Beach and S. R. Hartmann, Phys. Rev. Lett. 53, 663 (1984).
- 6. N. Morita and T. Yajima, Phys. Rev. A 30, 2525 (1984).