Письма в ЖЭТФ, том 107, вып. 9, с. 555 – 563

Невинеровская динамика обобщенной модели Дике как детектор однофотонного широкополосного пакета

А. И. Трубилко[+1)], *А. М. Башаров*[*#1)]

[+]*Санкт-Петербургский университет государственной противопожарной службы МЧС России, 196105 Санкт-Петербург, Россия*

[*]*Научно-исследовательский центр "Курчатовский институт", 123182 Москва, Россия*

[#]*Московский физико-технический институт (технический университет), 141701 Долгопрудный, Россия*

Поступила в редакцию 20 марта 2018 г.

Продемонстрирована возможность детектирования и верификации квантового состояния однофотонного широкополосного электромагнитного поля с помощью регистрации интенсивности сверхизлучения ансамбля атомов при их невинеровской динамике. В этих условиях коллективная релаксация атомов модели Дике в вакуум полностью подавлена и только взаимодействие внешнего поля с атомами порождает импульс сверхизлучения, пропорциональный квадрату числа атомов. В случае однофотонного пакета в классическом состоянии, приготовленном посредством ослабления широкополосного источника семейства независимых когерентных мод, имеет место некогерентное излучение такого же ансамбля, интенсивность которого пропорциональна числу атомов.

DOI: 10.7868/S0370274X18090035

1. Введение. Идентификация состояния исследуемого объекта является одной из фундаментальных проблем квантовой механики, которая к настоящему времени приобрела новое значение для квантовых информационных технологий. Полное решение задачи при детектировании по-видимому не имеет решения, или оно достаточно сложно, поскольку для полной верификации состояния требуется либо определить все элементы матрицы плотности объекта в измерительном базисе, либо найти полный набор его корреляционных функций любого порядка. Вместе с тем, если в качестве объекта, например, использован гауссов класс состояний электромагнитного поля, такая задача решается на основе методов квантовой томографии [1–3]. Эти методы основаны на представлении матрицы плотности через базисные операторы, коэффициентами разложения по которым являются вероятности наблюдения квадратур. В работе [4] осуществлена томография смешанных поляризационных состояний кубитов и кутритов, что используется для оптимизации ряда протоколов квантовой информатики [5]. А в работе [6] исследована квантовая томография поляризационных степеней свободы многомодовых световых полей. В работах [7, 8] показано проявление корреляций, на основе которых может быть закодирована информация, между объектами разной физической природы при рассеянии атома на электромагнитной волне. В определенных условиях обнаружен сильный эффект рассеяния и отклонения атома [9] в поле стоячей волны. Он обусловлен наличием квантовых корреляций между объектами и отсутсвует для случая классических корреляций между ними, в этом смысле сам эффект идентифицирует состояние системы. Представляется, что поиск эффектов, целиком обусловленных квантовой природой различных корреляций, является перспективным как для задач квантовой информатики, так и в общетеоретическом плане. В настоящей работе мы описываем новый эффект, позволяющей детектировать квантовое состояние однофотонного широкополосного пакета по интенсивности сверхизлучения [10] в условиях невинеровской динамики атомного ансамбля модели Дике.

В работах [11–13] обнаружен эффект стабилизации возбужденных состояний ансамбля одинаковых возбужденных атомов, а в [14] в случае одного возбужденного атома, но при достаточном числе нерезонансных невозбужденных атомов другого сорта. В этих работах продемонстрирована возможность консервации возбуждения ансамбля или полное подавление его коллективного распада при определенном критическом числе атомов для невинеровской эволюции, описываемой обобщенной моделью Дике. При этом атомный ансамбль локализован в области пространства, размеры которой много меньше длин волн всех воздействующих на него электромагнитных по-

[1)]e-mail trubilko.andrey@gmail.com, basharov@gmail.com

лей. Собственно сам эффект обусловлен штарковским взаимодействием открытой системы с широкополосным полем с нулевой плотностью числа фотонов. Именно такое взаимодействие приводит к квантовой интерференции реального перехода с возбужденного уровня на основной и виртуальных переходов в возвращением на возбужденный уровень. Кинетические уравнения невинеровской динамики отличаются структурой операторов Линдблада, которая впервые была математически описана в работе [15].

В этой работе мы исследуем совместное воздействие на атомный ансамбль широкополосных однофотонного волнового пакета и вакуумного электромагнитного поля с нулевой плотностью фотонов. Состояние однофотонного волнового пакета может быть приготовлено как квантовым источником, например посредством параметрической генерации бифотонного поля [16], так и классическими источниками. В последнем случае используют сильное подавление интенсивности света до однофотонного уровня от источника, представляющего собой набор независимых мод в когерентном состоянии. Именно такие источники используются в экспериментах по квантовой криптографии [17]. Мы будем обсуждать интенсивность импульса сверхизлучения обобщенной модели Дике в поле однофотонного пакета, который приготавливается этими двумя разными источниками. Кинетическое уравнение для рассматриваемых случаев получено нами в работе [18]. Оно отличается от обычно используемых [19, 20] как другой структурой операторов Линдблада, так и появлением дополнительных слагаемых, обусловленных взаимодействием атомного ансамбля с однофотонным пакетом и интерференционными эффектами, обязанными наличию невинеровской динамикой атомного ансамбля в вакуумном поле.

2. Кинетическое уравнение для невинеровской эволюции атомной матрицы плотности при дополнительном воздействии однофотонного пакета. Рассмотрим ансамбль неподвижных атомов, локализованный в области пространства, геометрические размеры которой много меньше длин волн всех электромагнитных полей в задаче. Пусть на атомы действует узконаправленный однофотонный широкополосный пакет. Будем предполагать, что число атомов N в области взаимодействия не меняется во времени, а собственные энергетические состояния i-го атома $|E_j^{(i)}\rangle$, отвечающие значению энергии E_j, будем считать невырожденными. Операторы напряженности, характеризующие однофотонный пакет, запишем в виде $\epsilon^-(t) = \int d\omega \epsilon(\omega) a(\omega)\exp(-i\omega t)$, $\epsilon^+(t) = (\epsilon^-(t))^\dagger$, где операторы рождения $a^\dagger(\omega)$ и уничтожения $a(\omega)$ отвечают бозонным коммутационным соотношениям $\left[a(\omega), a^\dagger(\omega')\right] = \delta(\omega - \omega')$. Параметр $\epsilon(\omega)$ характеризуется свойствами источника однофотонного поля, а интегрирование ведется по его спектральной полосе. Для удобства считаем, что в $\epsilon(\omega)$ включен также параметр связи атома и однофотонного поля, поэтому размерность этой величины не совпадает с размерностью напряженности электрического поля. В такой постановке коллектив атомов, помимо взаимодействия с полем в возбужденном состоянии, взаимодействует и с полем окружения. Последнее будем считать находящимся в вакуумном состоянии и описывать операторами рождения и уничтожения $b^\dagger(\omega), b(\omega)$, которые отвечают коммутационным соотношениям $\left[b(\omega), b^\dagger(\omega')\right] = \delta(\omega - \omega')$. Узкая направленность однофотонного пакета позволяет естественным образом отделить степени свободы обоих электромагнитных полей и считать бозонные поля источника и вакуума независимыми, коммутирующими между собой в любой момент времени. Аналогичная ситуация может возникать при воздействии на атомы широкополосным полем, полученным в результате смешения на делительной пластинке поля от однофотонного источника и вакуума.

Будем считать, что атомный ансамбль взаимодействует с внешними электромагнитными полями электродипольно

$$V_1 = -(\epsilon^-(t) + \epsilon^+(t)) \sum_{i,k,j} d_{kj} |E_k^{(i)}\rangle\langle E_j^{(i)}|,$$

$$V_2 = -\int d\omega (b^\dagger(\omega) + b(\omega)) \Gamma(\omega) \sum_{i,k,j} d_{kj} |E_k^{(i)}\rangle\langle E_j^{(i)}|,$$

где d_{kj} – матричные элементы дипольного момента $d = \sum_{k,j} |E_k^{(i)}\rangle\langle E_j^{(i)}|$. Через $\Gamma(\omega)$ обозначен параметр связи атома и широкополосного поля, который в случае обычного трехмерного вакуумного поля определяется соотношением $\Gamma(\omega) = \sqrt{\frac{\hbar\omega^3}{\pi c^3}}$. При такой записи мы пренебрегаем эффектами вырождения, поляризационными особенностями и отдачи, кроме того считаем, что уровни энергии атома обладают определенной четностью $\langle E_k^{(i)}|d|E_k^{(i)}\rangle = 0$.

Полный гамильтониан системы коллектива атомов и взаимодействующих с ними электромагнитных полей имеет вид

$$H = H_0 + V_1 + V_2,$$

где $H_0 = H_a + H_F + H_B$ представлен суммой гамильтониана невзаимодействующих неподвижных атомов

$H_a = \sum_{i=1}^{N} H_a^{(i)}$, $H_a^{(i)} = \sum_j E_j |E_j^{(i)}\rangle$, свободных полей квантованного поля однофотонного пакета $H_F = \int d\omega \hbar\omega a^\dagger(\omega) a(\omega)$ и вакуумного окружения $H_B = \int d\omega \hbar\omega b^\dagger(\omega) b(\omega)$. Для описания атома использован собственный энергетический базис проекторы которого обладают свойствами полноты $\sum_j |E_j^{(i)}\rangle\langle E_j^{(i)}| = 1$ и ортогональности $\langle E_j^{(i)}|E_k^{(i)}\rangle = \delta_{jk}$.

Будем предполагать, что в атомной системе выполнены условия резонансного взаимодействия с внешними полями. Это означает, что в ней существует выделенный резонансный переход $|E_1^{(i)}\rangle \to |E_2^{(i)}\rangle$ между двумя рабочими уровнями, частоту которого обозначим $\omega_{21} = -\omega_{12} = \big(E_2 - E_1\big)/\hbar$. Отметим, что такое выделение может быть связано и с возбуждением каким-либо иным источником состояния $|E_2^{(i)}\rangle$.

Для вывода кинетического управляющего уравнения для атомной матрицы плотности взаимодействующей с двумя широкополосными полями, одно из которых обладает нулевой плотностью числа фотонов, воспользуемся алгебраической теории возмущений и математическим аппаратом стохастических дифференциальных уравнений. Математическим основанием его применения служит унитарная симметрия квантовой механики, позволяющая провести унитарное преобразование как исходного гамильтониана системы, так и его вектора состояния так, чтобы полученное эффективное взаимодействие не содержало слагаемых быстроосциллирующих процессов. При этом полученный эффективный гамильтониан является неподвижной точкой индифферентной к последующим унитарным преобразованиям этого же типа. При описании взаимодействия квантовой системы с широкополосным электромагнитным полем в рамках такого рассмотрения, наличие в ней выделенного перехода автоматически приводит к разбиению широкополосного поля на независимые источники [21]. При этом из всех независимых шумовых источников вклад в итоговое кинетическое уравнение открытой системы дают лишь те, которые так или иначе связаны с реальным квантовым переходом в открытой системе между заселенными уровнями. Следует отметить, что приведенная здесь постановка с точки зрения метода получения управляющего уравнения далеко не тривиальна и в конечном итоге, как нами продемонстрировано в [18] приводит к построению квантового стохастического дифференциального уравнения нового типа.

Корректное описание взаимодействия атомного ансамбля с широкополосным полем в вакуумном состоянии опирается на все основные типы стохастических процессов (порождающего, уничтожающего и считывающего), алгебраические действия с которыми жестко регламентировано алгеброй Хадсона–Партасарати [22]. Взаимодействие с широкополосным полем однофотонного пакета (возбужденного поля) порождает только дифференциалы от отрицательно и положительно частотных частей оператора напряженности. Эти обстоятельства приводят к необходимости построения эффективного гамильтониана задачи до слагаемых от разных порядков по константе связи атомной системы с широкополосным однофотонным пакетом и широкополосным полем с нулевой плотностью фотонов. Невинеровская динамика атомов определяется удержанием слагаемых до второго порядка соответствующего параметра связи, а свойства взаимодействия с полем возбуждения описываются слагаемыми гамильтониана первого порядка константы его связи с атомами. Кроме названных, возникает билинейное слагаемое из-за интерференции разных полей на атомной системе, которое продуцирует эффективную связь дифференциалов Ито винеровских стохастических процессов и дифференциалов операторов напряженности возбужденного поля. Дальнейшие детали процедуры вывода подробно обсуждены в работе [18].

В рассматриваемом случае динамика всей атомной, в общем случае многоуровневой, системы при взаимодействии с квантованными широкополосными полями сводится к описанию замкнутой системы только для двух резонансно взаимодействующих уровней, а другие уровни эффективно перенормируют параметры взаимодействия. Для их рассмотрения удобно ввести коллективные атомные операторы

$$R_3 = \frac{1}{2}\sum_i \Big(|E_2^{(i)}\rangle\langle E_2^{(i)}| - |E_1^{(i)}\rangle\langle E_1^{(i)}|\Big),$$
$$R^+ = \sum_i |E_2^{(i)}\rangle\langle E_1^{(i)}|, R^- = \sum_i |E_1^{(i)}\rangle\langle E_2^{(i)}|,$$

которые отвечают коммутационным соотношениям $\Big[R_3; R^\pm\Big] = \pm R^\pm$, $\Big[R^+; R^-\Big] = 2R_3$ и вместе с единичным оператором двухуровневой системы $\hat{\mathbb{1}} = \sum_i |E_2^{(i)}\rangle\langle E_2^{(i)}| + |E_1^{(i)}\rangle\langle E_1^{(i)}|$ являются образующими алгебры $\mathrm{su}(2)$.

Приведем управляющее уравнение, описывающее невинеровскую динамику коллективной атомной двухуровневой системы, резонансным образом взаимодействующей с однофотонным широкополосным пакетом и широкополосным полем с нулевой плотностью числа фотонов. Оно получено в условиях, когда внешние поля являются заданными, неизменяющие своих свойств или играют роль термостатов для атомной системы. Это означает, что кинетика атомов отвечает таким временам, где атомно-полевые корреляции еще не появляются и мы пренебрегаем влиянием динамики атомной системы на поля окружения. В пренебрежении диполь-дипольным взаимодействием атомов и сходными по структуре слагаемыми, обычно традиционно игнорируемыми при описании сверхизлучения, а также слагаемым, отвечающим интерференции широкополосных компонент разных полей на атомной системе, искомое уравнение для матрицы плотности ρ атомной системы имеет следующий обезразмеренный вид

$$\frac{\partial\rho}{\partial\tau} = -\alpha\mathcal{K}(\tau)|\mu|^2\Big(R^+R^-\rho + \rho R^+R^- - 2R^-\rho R^+\Big) - \\ - \beta\mathcal{K}(\tau)|\mu|^2\Big(R^-R^+\rho + \rho R^-R^+ - 2R^+\rho R^-\Big) + \\ + |\chi|^2\Big(R^+\frac{\mathcal{Y}+i\mathcal{R}}{\mathcal{R}^2}R^-\rho + \\ + \rho R^+\frac{\mathcal{Y}^\dagger - i\mathcal{R}}{\mathcal{R}^2}R^- + \frac{\mathcal{Y}}{\mathcal{R}}R^-\rho R^+\frac{\mathcal{Y}^\dagger}{\mathcal{R}}\Big). \qquad (1)$$

Здесь первых два слагаемых правой части обусловлены резонансным взаимодействием атомной системы с внешним полем однофотонного пакета, центральная частота которого $\omega_0 = \omega_{21}$ определяет безразмерное время $\tau = \omega_0 t$. Обсуждаемые слагаемые продуцированы типичной винеровской динамикой атомов в поле с одним возбуждением и образованы только порождающим и уничтожающим дифференциалами стохастических процессов, характеризуемых алгеброй Гардинера–Коллет [23]. Особо подчеркнем, что отмеченное обстоятельство связано именно с тем фактом, что для поля в возбужденном состоянии невозможно определить дифференциал считывающего стохастического процесса. Величина $\mu = \big(gd_{21}/\hbar\omega_0\big)$ определяется взаимодействием атомной системы с полем в возбужденном состоянии, параметр связи с которым g не зависит от частоты и является действительной постоянной. Будем считать, что однофотонный пакет имеет гауссовское частотное распределение плотности вероятности обнаружения фотона

$$|\epsilon(\nu)|^2 = \frac{1}{\sqrt{\pi}\delta}\exp(-\frac{(\nu-1)^2}{\delta^2}),$$

в котором нормированная спектральная ширина $\delta = \Delta/\omega_0$ отвечает полосе генерации источника Δ и введена нормированная частота $\nu = \omega/\omega_0$. Именно гауссово частотное распределение определяет вид временной зависимости $\mathcal{K}(\tau) = 2\big(erf(\delta\tau/2)\big)$ в приведенном уравнении (1), которое выведено в предположении адиабатического включения возбуждающего поля и не может применяться в случае коротких и ультракоротких импульсов возбуждения. Обсуждаемые слагаемые описывают поведение атомов в широкополосном однофотонном поле. Первое слагаемое определяет индуцированные полем переходы с верхнего рабочего уровня атомной системы на нижний, а второе наоборот с нижнего на верхний. Параметры α и β определяются видом используемого источника.

Наконец, последнее слагаемое в (1) отвечает невинеровской динамике атомной системы. Она возникает благодаря описанию взаимодействия атомов с широкополосным полем с нулевой плотностью числа фотонов, состояние которого порождает наряду с инкрементами (дифференциалами) порождающего и уничтожающего стохастических процессов и считывающий процесс, которые отвечают алгебре Хадсона–Партасарати. На основе свойств последней оказывается возможным просуммировать ряды обычной теории возмущений во всех ее порядках. Это обстоятельство, наряду с комбинациями коллективных операторов атомной системы, приводит в кинетическом уравнении и к появлению операторозначных функций $\mathcal{Y} = \Big(\exp\big(-i\mathcal{R}\big) - 1\Big)$, $\mathcal{R} = \big(\eta_+\frac{N}{2} + \eta_- R_3\big)$. Операторные выражения, содержащие функцию $\mathcal{Y}$ следует понимать как разложения в ряд по оператору $\mathcal{R}$. Также введены следующие параметры, характерерные для описания взаимодействия коллектива атомов с широкополосным полем с нулевой плотностью числа фотонов

$$\chi = \frac{\sqrt{2\pi}\Gamma(\Omega)d_{21}}{\hbar\sqrt{\omega_0}},$$

$$\eta_\pm = \frac{2\pi}{\hbar}\Gamma^2(\Omega)\Big[\Pi_2(\Omega) \pm \Pi_1(\Omega)\Big],$$

$$\Pi_k(\omega) = \sum_j \frac{|d_{kj}|^2}{\hbar}\Big(\frac{1}{\omega_{kj}+\omega} + \frac{1}{\omega_{kj}-\omega}\Big).$$

Кроме того, параметр связи $\Gamma(\omega) = \Gamma(\Omega)$ и параметры штарковского взаимодействия $\Pi_k(\omega) = \Pi_k(\Omega)$, $k = 1, 2$ не зависят от частоты ω, а определены их значениями на центральной частоте вакуумного окружения $\Omega = \omega_0$. В случае пренебрежения штарковским взаимодействием, что отвечает условиям $\eta_\pm = 0$, имеет место обычная винеровская динамика коллектива атомов, описывающая эффект сверхизлучения посредством релаксационного оператора, содержащего только повышающий и понижающий коллективные атомные операторы.

3. Представление атомных когерентных состояний. Для выполнения конкретных расчетов и для использования принятых в теории сверхизлучения приближений, уравнение (1) удобно записать в базисе когерентных атомных состояний [24, 25]. Введение такого базиса связано с существованием оператора Казимира – сохранением величины $R^2 = \frac{1}{2}(R^+R^- + R^-R^+) + \frac{1}{4}R_3^2$, которую удобно интерпретировать как квадрат длины вектора своеобразного углового момента. Поскольку этот момент может изменяться только вращаясь по поверхности сферы, то различные квантовые состояния определяются ориентацией такого вектора углового момента, так что состояние удобно представлять углами Эйлера этого вектора: θ – азимутальный угол, φ – полярный. Обычно здесь говорят о пространстве псевдоспина. В базисе Дике имеем следующее представление для вектора состояния $|\theta,\varphi\rangle$:

$$|\theta,\varphi\rangle = \sum_{m=-r}^{r} |r,m\rangle \begin{pmatrix} 2r \\ m+r \end{pmatrix}^{1/2} \times$$
$$\times \left(\sin\frac{\theta}{2}\right)^{r+m} \left(\cos\frac{\theta}{2}\right)^{r-m} e^{-i(r+m)\varphi}.$$

Здесь базисные вектора Дике $|r,m\rangle$, являются собственными векторами операторов R^2 и R_3: $R^2|r,m\rangle = r(r+1)|r,m\rangle$ $R_3|r,m\rangle = m|r,m\rangle$, образующие (2r+1)-мерное представление алгебры момента с генераторами R_3 и $R^{\pm}$, $R^{\pm}|r,m\rangle = \sqrt{(r\mp m)(r\pm m+1)}|r,m\pm 1\rangle$. Они отвечают симметризованному (по всем возможным перестановкам состояний атомной системы) базису. Использовано стандартное обозначение для биномиального коэффициента.

Функции $|\theta,\varphi\rangle$ образуют непрерывный переполненный базис с разложением единицы $(4\pi)^{-1}(2r+1)\int d\Omega|\theta,\varphi\rangle\langle\theta,\varphi| = 1$, $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$. С его помощью матрицу плотности атомной системы ρ удобно выразить через квазивероятность $P(\theta,\varphi,\tau)$, $\int d\Omega P(\theta,\varphi,\tau) = 1$, при помощи представления $\rho = \int d\Omega P(\theta,\varphi,\tau)|\theta,\varphi\rangle\langle\theta,\varphi|$. Вычисления в терминах квазивероятности значительно упрощаются. Например, среднее значение комбинации атомных операторов дается формулой

$$\langle (R^+)^n (R_3)^l (R^+)^k \rangle =$$
$$= \int d\Omega P(\theta,\varphi,\tau)\langle\theta,\varphi|(R^+)^n (R_3)^l (R^+)^k|\theta,\varphi\rangle.$$

Заметим, что среднее от операторов можно вычислить используя производящую функцию

$$\chi(u,w,v) = \left[e^{w/2}\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + e^{-w/2}\left(ue^{i\varphi}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)\left(ve^{-i\varphi}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)\right]^{2r},$$

тогда

$$\langle\theta,\varphi|(R^+)^n (R_3)^l (R^+)^k|\theta,\varphi\rangle =$$
$$= \left(\frac{\partial}{\partial u}\right)^n \left(\frac{\partial}{\partial w}\right)^l \left(\frac{\partial}{\partial v}\right)^k \chi(u,w,v)|_{u=w=v=0}.$$

В этом случае средние, представляющие интерес при исследовании свериизлучения $\langle R_3\rangle = -r\cos\theta$, $\langle R^+R^-\rangle = r^2\sin^2\theta + \frac{1}{2}r(1-\cos\theta)^2$, определяются зависимостью от переменной θ. Наконец, вместо операторного уравнения (1) переход к квазивероятности позволяет оперировать с дифференциальным уравнением для последней.

Дальнейшие упрощения уравнения для квазивероятности связано с предположением о большом числе атомов ансамбля $N \gg 1$ и незначительных отличиях в штарковских параметрах для нижнего и верхнего резонансных уровней $\eta_- \approx 0$. Тогда

$$\partial_t Q(\theta,\varphi,\tau) = \Big(\partial_\theta\Big[\Big(2\mathcal{K}(\tau)|\mu|^2(\alpha-\beta) + \gamma(N)\Big)r +$$
$$+ \Big(\mathcal{K}(\tau)|\mu|^2\big(\frac{\alpha}{(1+\cos\theta)} - \frac{\beta}{(1-\cos\theta)}\big) +$$
$$+ \frac{\gamma(N)}{2}\frac{1}{(1+\cos\theta)}\Big)\Big]\sin\theta +$$
$$+ \partial_\theta^2\big(\mathcal{K}(\tau)|\mu|^2\big(\alpha(1-\cos\theta) + \beta(1+\cos\theta)\big) +$$
$$+ \frac{\gamma(N)}{2}(1-\cos\theta)\big) - \partial_\varphi^2\big(\mathcal{K}(\tau)|\mu|^2(\alpha\frac{\cos\theta}{(1+\cos\theta)} -$$
$$- \beta\frac{\cos\theta}{(1-\cos\theta)}) + \frac{\gamma(N)}{2}\frac{\cos\theta}{(1+\cos\theta)}\big)\Big)Q(\theta,\varphi,\tau). \quad (2)$$

Здесь введена функция $Q(\theta,\varphi,\tau) = \sin\theta P(\theta,\varphi,\tau)$, которую также будем называть квазивероятностью. Через $\gamma(N)$ обозначен невинеровский множитель

$$\gamma(N) = \gamma_0\frac{(1-\cos(\eta_+ N))}{(\eta_+ N)^2}, \quad (3)$$

определяющий эффект стабилизации возбужденных состояний по отношению к коллективной релаксации. В случае отсутствия внешнего поля и штарковского взаимодействия, приведенное уравнение отвечает обычному сверхизлучательному распаду коллектива атомов со скоростью $\gamma_0 = 2|\chi|^2$.

Уравнение (2) является классическим уравнением Фоккера–Планка с переменными дрейфовым и диффузионными коэффициентами. Оно позволяет просто интерпретировать динамику поведения атомного ансамбля как движение “конца вектора” псевдоспина на поверхности сферы Блоха постоянного радиуса. Состояние полностью возбужденного ансамбля из N атомов отвечает значению $\theta = \pi$, нижнее вакуумное состояние значению $\theta = 0$ или точки южного полюса, а полувозбужденное состояние соответствует экваториальной точке сферы $\theta = \pi/2$. Уравнение (2) позволяет легко определять зависимость во времени интенсивности излучения ансамбля атомов при квазиклассическом описании эволюции системы.

Следующего значительного упрощения уравнений динамики можно получить, если в (2) пренебречь диффузионными слагаемыми. Тогда для среднего значения азимутального угла из (2) следует

$$\partial_\tau \theta = -\mathcal{G}(\tau) \sin\theta, \tag{4}$$

дрейфовый коэффициент которого

$$\mathcal{G}(\tau) = \Big[2\mathcal{K}(\tau)|\mu|^2(\alpha - \beta) + \gamma(N)\Big] r + \\ + \Big[\mathcal{K}(\tau)|\mu|^2 \big(\frac{\alpha}{(1+\cos\theta)} - \frac{\beta}{(1-\cos\theta)}\big) + \\ + \frac{\gamma(N)}{2}\frac{1}{(1+\cos\theta)}\Big] \tag{5}$$

представляет собой сумму двух слагаемых существенно разных порядков. Действительно, первое определяется кооперативным числом $r = N/2$ для случая симметризованного состояния и много больше второго. Это слагаемое существенно во всей области значений азимутального угла, за исключением точки $\theta = \pi$, отвечающей полностью возбужденному ансамблю. В последнем случае динамика системы определяется как дрейфовым, так и диффузионными слагаемыми уравнения (2), и такое состояние мы исключим из нашего дальнейшего рассмотрения.

Из соотношения (3) нетрудно видеть, что невинеровская динамика ансамбля изменяет величину скорости ее коллективной релаксации, модулируя последнюю. Более того в случаях определенного критического значения числа N_* атомов ансамбля, определяемого условием $\eta_+ N_* = 2\pi k, k = 1, 2, 3...$, происходит полное замораживание распада $\gamma(N_*) = 0$ и стабилизации состояния атомной системы в случае отсутствия внешнего возбуждения. Под воздействием внешнего поля, для нераспадающегося, стабилизированного штарковским взаимодействием состояния, коллективный распад определен состоянием источника возбуждения, которое проявляется в представленных уравнениях значением праметров α и β.

Пусть внешнее широкополосное поле приготовлено посредством источника классического состояния, интенсивность которого ослаблена до однофотонного уровня. Сам такой источник представляет набор независимых мод, каждая из которых находится в когерентном состоянии. В этом случае поле возбуждения отождествляется с-числовой переменной, спонтанные процессы в таком поле не возникают, и значения параметров одинаковы $\alpha = \beta = 1/2$. Следовательно, в условиях подавления релаксации системы в вакуум, первое слагаемое суммы в выражении (5) становится точно равным нулю, и коэффициент $\mathcal{G}$ теперь определяется только вторым слагаемым, он описывает обычную скорость флуоресценции отдельного атома ансамбля. Это означает, что в рассматриваемых условиях интенсивность коллективного излучения атомного ансамбля при воздействии однофотонным пакетом в классическом состоянии, представляет некогерентную компоненту. Она пропорциональна первой степени числа атомов ансамбля и имеет место полное подавление кооперативных эффектов в излучении. Заметим, что такой же эффект следует для любого классического широкополосного источника, при этом равные по значению константы α и β определены средним значением числа фотонов в нем.

4. Сверхизлучение при невинеровской динамике атомов в условиях возбуждения квантовым широкополосным однофотонным пакетом. Рассмотрим теперь дополнительное воздействие на возбужденную атомную систему полем квантового однофотонного широкополосного источника. Он может быть получен, например, в результате параметрической генерации бифотонного состояния, в которой один фотон пары использован для контролируемого приготовления широкополосного однофотонного поля, воздействующего на атомную систему посредством другого фотона пары. Спектральная ширина однофотонного пакета при этом определяется полосой синхронизма нелинейного кристалла, используемого для генерации. При воздействии таким полем на атомную систему в управляющем уравнении теперь учитываются как вынужденные под действием поля переходы, так и спонтанные, порождаемые учетом коммутационных соотношении бозонных операторов возбуждения, и в этом случае в уравнениях (1), (2) имеют место следующие значения параметров: $\alpha = 1$ и $\beta = 1/2$. Значение величины скоростного коэффициента (5) в этом случае определяется первым превалирующим слагаемым суммы, зависящим от числа атомов в системе, и имеет место кооперативное излучение как коллективный эффект. Таким образом, невинеровская динамика обобщенного атомного состояния Дике в условиях полного подавления релаксации системы в вакуум является детектором состояния однофотонного пакета. Это оказывается возможно благодаря большому различию значения величины интенсивности кооперативного излучения ансамбля атомов при их возбуждении квантовым и классическим состояниями поля.

Для невинеровской динамики ансамбля большого числа атомов в поле квантового однофотонного гауссовского широкополосного пакета решение уравнения (4) имеет следующий простой вид

$$\cos\theta(\tau) = \frac{\cos\theta_0 + \mathrm{th}\Big(N\mathcal{D}(\tau)\Big)}{1+\cos\theta_0 \mathrm{th}\Big(N\mathcal{D}(\tau)\Big)},$$

где функция $\mathcal{D}(\tau) = \Big(|\mu|^2(\tau erf\big(\frac{\delta\tau}{2}\big) + \frac{2}{\delta\sqrt{\pi}}\exp(-\frac{\delta^2\tau^2}{4}) - \frac{2}{\delta\sqrt{\pi}}) + \frac{\gamma(N)}{2}\tau\Big)$, а начальное состояние определено значением угла θ_0. Нетрудно теперь определить и интересующую нас интенсивность импульса сверхизлучения как функция времени:

$$I(\tau) = I_0\Big(|\mu|^2 erf\Big(\frac{\delta\tau}{2}\Big) + \frac{\gamma(N)}{2}\Big) \times \\ \times \frac{\sin^2\theta_0 \mathrm{sech}^2\Big(N\mathcal{D}(\tau)\Big)}{\Big(1+\cos\theta_0 \mathrm{th}\big(N\mathcal{D}(\tau)\big)\Big)^2},$$

где $I_0 = q\frac{N^2}{2}\hbar\omega$, q – геометрический фактор. Это соотношение получено с использованием известной связи средней интенсивности излучения как убыли энергии ансамбля $I(\tau) = -q\hbar\omega\partial_\tau\langle R_3\rangle$.

Проанализируем невинеровскую динамику коллективного излучения ансамбля большого числа атомов в поле квантованного однофотонного широкополосного пакета для случая начального полувозбужденного атомного ансамбля. Такое состояние описывается вектором состояния $|N/2, 0\rangle$ в представлении Дике и задано начальным значением азимутального угла $\theta_0 = \pi/2$ в базисе атомных когерентных состояний. Интенсивность в импульсе кооперативного излучения такого ансамбля при отсутствии внешнего возбуждения, как в случае обычной коллективной релаксации, так и в случае невинеровской динамики пропорциональна квадрату числа атомов, и не имеет задержки во времени. Естественно, в случае невинеровской динамики такой импульс отсутствует при критических значениях числа атомов в ансамбле.

При возбуждении атомов квантовым однофотонным пакетом, выберем параметр, определяющий отношение спектральной ширины пакета, заданной источником возбуждения, к частоте резонансного перехода атомов $\delta = 0.01$. Именно такого порядка получается приведенная величина в типичных экспериментах по параметрической генерации бифотонов, где ширина поля генерации определяется полосой синхронизма и составляет величину порядка терагерц, для центральной частоты поля оптического диапазона. Величину взаимодействия открытой системы с полем окружения с ненулевой плотностью числа фотонов $|\chi|^2 = 0.1$ считаем существенно большей величины взаимодействия атомного ансамбля с полем возбуждения $|\mu|^2 = 0.01$ и параметра штарковского взаимодействия $\eta_+ = 0.01$. Напомним, что анализируемый результат получен в условиях большого числа атомов. Как показывает анализ импульс кооперативного излучения ансамбля в этих условиях приобретает временную задержку, значение которой следует из естественного условия определения экстремума интенсивности импульса от времени, и обусловлено как динамикой взаимодействия системы в однофотонным полем, так и ее взаимодействием с окружением. Поскольку невинеровская динамика диктует появление осцилляторной зависимости от числа атомов в ансамбле, этот же тип зависимости появляется и для значения времени задержки, которое увеличивается от нуля до максимального значения, обнаруживаемого при первом критическом значении числа атомов $N_*^{(1)} = 628$. Напомним: при этом значении числа атомов невинеровский распад атомного ансамбля в вакуум замораживает состояние ансамбля и его кинетика при этом определена исключительно взаимодействием с возбужденным полем. С увеличением числа атомов значение временной задержки уменьшается до нуля, ввиду периодической зависимости косинуса от числа атомов, и вновь нарастает до максимального значения, при $N_*^{(2)} = 1256$. Само значение максимальной величины времени задержки, отвечающее критическим значениям числа атомов при этом уменьшается, что продемонстрировано на рис. 1. Устойчивость поведения интенсивности в импульсе в зависимости от начального значения угла θ_0 в случае, когда число атомов ансамбля равно $N_*^{(1)}$ проиллюстрирована на рис. 2. Здесь значение угла $\theta_0 = 1.571$ отвечает импульсу описываемому сплошной кривой, два других графика отвечают импульсам при значениях начальных углов $\theta_0 = 1.551$ (точки) и $\theta_0 = 1.591$ (штрих-пунктирная кривая). Видно, что временная задержка импульса, его форма и значения интенсивности в максимуме практически не изменяются. Зависимость формы импульса интенсивности сверхизлучения при значении начального угла равного $\theta_0 = 1.571$, при незначительном изменении числа атомов относительно первого критического значения числа атомов ансамбля $N_*^{(1)}$ (сплошная кривая) представлены на рис. 3. Видно, что как при увеличении числа атомов $N = 638$ (штрих-пунктирная кривая), так и при уменьшении $N = 618$ (точки) при практически неизменной форме импульса, значение величины времени задержки и значение вели-

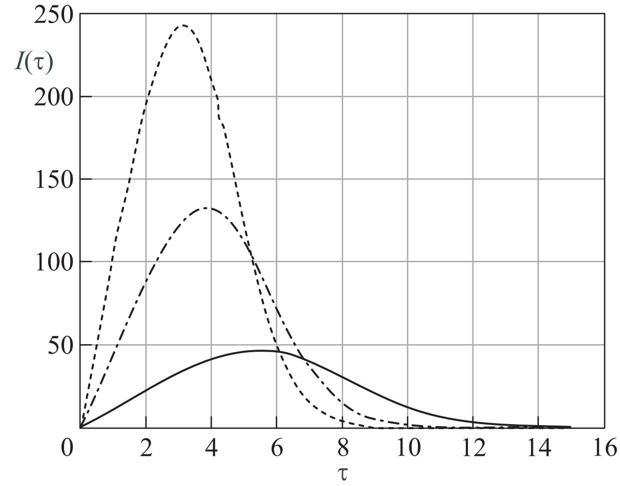

Рис. 1. Зависимость иненсивности импульса сверхизлучения от безразмерного времени при критических значениях числа атомов ансамбля, отвечающих полному подавлению релаксации из-за невинеровской динамики, при взаимодействии с квантованным гауссовым однофотонным пакетом. Числот атомов равно 628 (сплошная кривая), 1256 (штрих-пунктир), 1884 (точки). Значение геометрического фактора $q = 1$. Значение параметров указано в тексте

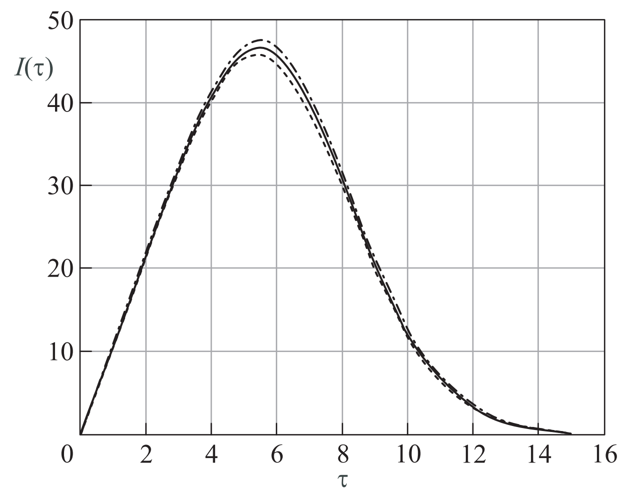

Рис. 2. Устойчивость поведения импульса сверхизлучения при критическом числе атомов в ансамбле, равном 628, в зависимости от значения начального угла θ_0, $\theta_0 = 1.571$ (сплошная кривая), $\theta_0 = 1.551$ (точки), $\theta = 1.591$ (штрих-пунктир)

чины интенсивности в максимуме изменяются. Это обстоятельство связано с отличным от нуля значением константы коллективной релаксации в вакуум в двух последних случаях и ее конкуренцией с вкладом в скоростной коэффициент спектроскопических свойств и параметров гауссова квантового однофо-

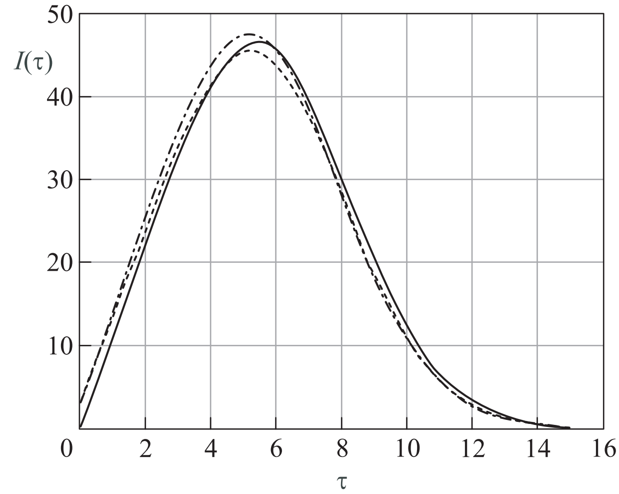

Рис. 3. Поведение импульса сверхизлучения при значении начального угла, равного $\theta_0 = 1.571$ в зависимости от числа атомов в ансамбле равном 628 (сплошная кривая), 638 (штрих-пунктир), 618 (точки)

тонного пакета. Как показывает исследование, изменение параметров взаимодействий, как и ширины гауссова пакета возбуждения приводят к результатам, аналогичным рассмотренным.

Мы продемонстрировали сильный эффект возможности детектирования квантового состояния однофотонного широкополосного пакета на основе возникновения импульса сверхизлучения от атомного ансамбля в условиях его невинеровской эволюции. Последняя оказывает стабилизирующую роль до полного замораживания релаксации открытой системы. Именно этот факт способствует появлению импульса кооперативного излучения пропорционального квадрату числа атомов, а также времени задержки полувозбужденного начального ансамбля в поле квантового однофотонного источника. Для случая воздействия на такой же приготовленный ансамбль электромагнитного поля от классического источника появляется некогерентное излучение пропорциональное только первой степени числа атомов в ансамбле.

5. Заключение. Невинеровская динамика атомного ансамбля – относительно новая область оптических исследований, в которой в рамках стандартной парадигмы марковского взаимодействия широкополосных полей с резонансными квантовыми системами оказались существенными и нашли наглядное проявление своеобразные эффекты интерференции элементарных процессов излучения и переизлучения фотонов ансамблем возбужденных квантовых частиц. Одним из обнаруженных проявлений этих эффектов пока являются эффекты стабилизации возбужденных состояний по отношению к коллективному распаду. В данной работе мы продемонстрировали, как подобные эффекты определяют динамику квантовой системы при дополнительных воздействиях на нее электромагнитных полей различной природы и могут быть управляемы.

Обнаружена отчетливая зависимость импульса излучения квантовой системы, стимулированного квантовым широкополосным однофотонным полем. При этом продемонстрирована важная роль полувозбужденного состояния резонансной квантовой системы. В условиях, когда такое состояние стабилизировано по отношению к коллективному распаду вследствие его невинеровской эволюции, воздействие квантового широкополосного однофотонного источника все равно вызывает развитие импульса кооперативного излучения интенсивности, пропорциональной квадрату числа атомов, и с характерным временем его задержки. В отсутствие невинеровской динамики, стандартное коллективное излучение полувозбужденного состояния не отличается временем задержки. Важно также, что невинеровская динамика проявляется и при воздействии классического источника. В условиях стабилизации полувозбужденного состояния его излучение в поле классического источника носит характер некогерентного распада без каких-либо эффектов задержки.

Таким образом, помимо возможности детектирования квантового состояния однофотонного широкополосного пакета, появляется также возможность дополнительного управления невинеровской динамикой возбужденного атомного ансамбля.

Следует также подчеркнуть, что использованный нами подход основан на кинетических уравнениях, полученных в рамках алгебраической теории возмущений и стохастических дифференциальных уравнений открытых квантовых систем и отличается последовательным применением принципов теории открытых систем к рассматриваемой задачи, в отличие от формулировок уравнений невинеровской динамики в работах [24–28], в которых не дается какого-либо физического обоснования эффектам невинеровской динамики, как и отсутствуют четкая физическая постановка задачи взаимодействия излучения с веществом. Однако эти исследования демонстрируют притягательный характер нового класса задач квантовой оптики.

1. K. Vogel and H. Risken, Phys. Rev. A **40**, 2847 (1987).
2. D. T. Smithey, M. Beck, M. G. Raymer, and A. Faridani, Phys. Rev. Lett. **70**, 1244 (1993).
3. U. Leonhardt, H. Paul, and G. M. D‘Ariano, Phys. Rev. A **52**, 4899 (1995).
4. Ю. И. Богданов, А. К. Гавриченко, К. С. Кравцов, С. П. Кулик, Е. В. Морева, А. А. Соловьев, ЖЭТФ **140**, 224 (2011).
5. Ю. И. Богданов, С. П. Кулик, Е. В. Морева, И. В. Тихонов, А. К. Гавриченко, Письма в ЖЭТФ **91**, 755 (2010).
6. В. П. Карасев, А. В. Масалов, ЖЭТФ **126**, 63 (2004).
7. А. И.Трубилко, Письма в ЖЭТФ **98**, 285 (2013).
8. А. И.Трубилко, ЖЭТФ **150**, 649 (2016).
9. А. И. Трубилко, Письма в ЖЭТФ **105**, 581 (2017).
10. R. Dike, Phys. Rev. **93**, 99 (1954).
11. А. М. Башаров, Письма в ЖЭТФ **94**, 28 (2011).
12. A. M. Basharov, Phys. Rev. A **84**, 013801 (2011).
13. A. M. Basharov, Phys. Lett. A **375**, 2249 (2011).
14. А. М. Башаров, Письма в ЖЭТФ **107**, 151 (2018).
15. А. С. Холево, *Квантовая вероятность и квантовая статистика. Итоги науки и техн. Соврем, пробл. матем. Фундам. направления*. т. 83. с. 3–132. ВИНИТИ (1991).
16. K. G. Katamadze, N. A. Borshchevskaya, I. V. Dyakonov et al. (Collaboration), Phys. Rev. A **92**, 023812 (2015).
17. N. Gisin, G. Ribordy, W. Tittel, and H. Zbinden, Rev. Mod. Phys. **74**, 145 (2002).
18. А. И. Трубилко, А. М. Башаров, ЖЭТФ **153**, (2018) (в печати).
19. K. M. Gheri, K. Ellinger, T. Pellizzari, and P. Zoller, Forschr. Phys. **46**, 401 (1998).
20. B. Q. Baragiola, R. L. Cook, A. M. Branczyk, and J. Combes, Phys. Rev. A **86**, 013811 (2012).
21. А. М. Башаров, ЖЭТФ **142**, 419 (2012).
22. R. L. Hudson and K. R. Parthasarathy, Comm. Math. Phys. **93**, 301 (1984).
23. C. W. Gardiner and M. J. Collett, Phys. Rev. A **31**, 3761 (1985).
24. J. M. Radcliffe, J. Phys. A **4**, 313 (1971).
25. F. T. Arecchi, E. Courtens, R. Gilmore, and H. Thomas, Phys. Rev. A **6**, 2211 (1972).
26. L. M. Narducci, C. M. Bowden, Van Bluemel, and G. P. Carrazana, Phys. Rev. A **11**, 280 (1975).
27. A. Dabrowska, *Quantum filtering equations for system driven by non-classical fields*, arXiv:1611.06359v5 [quant-ph] (2017).
28. B. Q. Baragiola and J. Combes, Phys. Rev. A **96**, 023819 (2017).