

Эффекты сверхстарения и перколяционного кроссовера в неравновесном критическом поведении двумерной неупорядоченной модели Изинга

В. В. Прудников¹⁾, П. В. Прудников, Е. А. Поспелов, П. Н. Маляренко

Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, 644077 Омск, Россия

Поступила в редакцию 2 апреля 2018 г.

Осуществлено исследование методами Монте-Карло особенностей неравновесного критического поведения двумерной “чистой” и структурно неупорядоченной модели Изинга при ее эволюции из низкотемпературного начального состояния для спиновых концентраций $p = 1.0, 0.9$ и 0.8 . Впервые показано, что пиннинг доменных стенок на дефектах структуры приводит к осуществлению аномально сильного замедления автокорреляционной функции, характеризуемого эффектами сверхстарения с показателем $\mu = 6.25(5)$ для модели со спиновой концентрацией $p = 0.9$ и показателем $\mu = 6.75(5)$ для системы с $p = 0.8$. В “чистой” модели реализуется каноническое старение с показателем $\mu = 1$. Выявлено, что эффекты сверхстарения в структурно неупорядоченных системах приводят к обращению значения предельного флуктуационно-диссипативного отношения X^∞ в нуль, в то время как для “чистой” модели $X^\infty = 0.751(24)$.

DOI: 10.7868/S0370274X18090102

Поведение систем, характеризующихся аномально медленной динамикой, вызывает в настоящее время у исследователей большой интерес. Это обусловлено предсказываемыми и наблюдаемыми при медленной эволюции систем из неравновесного начального состояния свойствами старения и нарушениями флуктуационно-диссипативной теоремы. Данные особенности неравновесного поведения характерны и для систем, испытывающих фазовые переходы второго рода [1, 2], так как критическая динамика таких систем характеризуется аномально большими временами релаксации t_{rel} .

В окрестности температуры T_c фазового перехода второго рода время релаксации системы является расходящейся величиной $t_{rel} \sim |T - T_c|^{-z\nu}$, где z и ν – динамический критический индекс и индекс корреляционной длины соответственно. Таким образом, системы в критической точке не достигают равновесия в течение всего релаксационного процесса. Именно на временах $t \ll t_{rel}$ в неравновесном поведении систем проявляются эффекты старения. Они выражаются в осуществлении двухвременной зависимости для корреляционной функции и функции отклика от времени наблюдения t и времени ожидания t_w . Время ожидания t_w характеризует промежуток от момента приготовления образца до момента начала измерения его характеристик. Принципиально

важным проявлением медленной динамики является нарушение флуктуационно-диссипативной теоремы (ФДТ) [1–3], которая связывает функцию отклика системы на внешнее возмущение $R(t, t_w)$ и корреляционную функцию $C(t, t_w)$:

$$R(t, t_w) = \frac{X(t, t_w)}{T} \frac{\partial C(t, t_w)}{\partial t_w}, \quad (1)$$

где $X(t, t_w)$ – флуктуационно-диссипативное отношение (ФДО). Для времен с $t > t_w \gg t_{rel}$ ФДТ устанавливает, что $X(t, t_w) = 1$. Однако в общем случае для времен с $t, t_w \ll t_{rel}$, $X(t, t_w) \neq 1$. Асимптотическое значение ФДО, вводимое как

$$X^\infty = \lim_{t_w \rightarrow \infty} \lim_{t \rightarrow \infty} X(t, t_w), \quad (2)$$

оказывается важной универсальной характеристикой неравновесных процессов в различных системах.

В работах [4–6] было показано, что присутствие некоррелированных дефектов структуры является несущественным для статического критического поведения двумерной модели Изинга, сохраняя значения критических индексов равными индексам чистой модели, а именно $\beta = 0.125$ и $\nu = 1$, и приводя лишь к логарифмическим поправкам в термодинамических и корреляционных характеристиках. В то же время, в работах [7, 8] при исследовании критической динамики модели было выявлено, что вблизи порога спиновой перколяции p_c (для систем с концентрациями спинов $p \leq 0.85$) динамический критический индекс

¹⁾e-mail: prudnikov@univer.omsk.su

z , определяющий температурную зависимость времени релаксации, демонстрирует зависимость от концентрации дефектов $z(p) = A |\ln(p - p_c)| + B$ с нарушением стандартной формы динамического скейлинга. Однако для систем со спиновыми концентрациями $p \geq 0.9$ в работах [7, 8] было показано, что значения динамического критического индекса z являются постоянными и критическая динамика структурно неупорядоченной двумерной модели Изинга принадлежит к классу универсальности чистой модели с показателем $z = 2.24(7)$ ($z = 2.1667(5)$ по результатам [9]). В связи с этим ожидается весьма нетривиальное влияние дефектов на характеристики неравновесного поведения двумерной модели Изинга.

В данной работе мы представляем результаты численного Монте-Карло исследования влияния дефектов структуры на эффекты старения и значения предельного ФДО для двумерной модели Изинга. Гамильтониан ферромагнитной модели Изинга, разбавленной немагнитными атомами примеси, с учетом влияния внешнего магнитного поля h задается выражением

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} p_i p_j S_i S_j - h \sum_i p_i S_i, \quad (3)$$

где $J > 0$ характеризует обменное взаимодействие между спинами $S_i = \pm 1$, зафиксированными в узлах плоской квадратной решетки. Числа заполнения p_i вводятся как случайные числа, принимающие значения 0 или 1: $p_i = 1$, если в узле i находится спин, и 0 в случае его отсутствия (магнитный атом замещен немагнитным атомом примеси). Дефекты структуры распределялись в системе каноническим образом в соответствии с функцией распределения $P(p_i) = (1-p)\delta(p_i) + p\delta(p_i)$, где $p = \langle p_i \rangle$ задает величину спиновой концентрации в системе. Положение дефектов структуры фиксировалось для отдельной примесной конфигурации. Моделирование проводилось на квадратной решетке с линейным размером $L = 1024$ с наложенными периодическими граничными условиями. $N_s = pL^2$ характеризует число спинов в решетке. Осуществлен расчет характеристик неравновесного критического поведения “чистой” модели Изинга с $p = 1.0$ и структурно неупорядоченных систем с $p = 0.9$ и $p = 0.8$ при соответствующих критических температурах $T_c(p)$: $T_c(1.0) \simeq 2.2692$, $T_c(0.9) = 1.9032(5)$ и $T_c(0.8) \simeq 1.5103(4)$ [10].

В качестве характеристик неравновесного процесса выступают такие величины, как намагниченность

$$M(t) = \frac{1}{V} \int d^d x [\langle S(x, t) \rangle] = \left[\left\langle \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} p_i S_i(t) \right\rangle \right], \quad (4)$$

двухвременная корреляционная функция $C(t, t_w)$ и линейная функция отклика $R(t, t_w)$ на малое внешнее поле, примененное в момент времени t_w . Величины $C(t, t_w)$ и $R(t, t_w)$ могут быть определены соотношениями

$$C(t, t_w) = \frac{1}{V} \times \int d^d x [\langle S(x, t) S(0, t_w) \rangle - \langle S(x, t) \rangle \langle S(0, t_w) \rangle],$$

$$R(t, t_w) = \frac{1}{V} \int d^d x \left. \frac{\delta[\langle S(x, t) \rangle]}{\delta h(x, t_w)} \right|_{h=0}. \quad (5)$$

В (4) и (5) угловые скобки обозначают статистическое усреднение по реализациям начального состояния, квадратные – усреднение по различным конфигурациям распределения дефектов в решетке.

Одной из важных особенностей неравновесного критического поведения систем является их зависимость от начальных состояний. Выделяют высокотемпературные начальные состояния, созданные при температурах $T_0 > T_c$ и характеризующиеся начальной намагниченностью $m_0 = 0$, и низкотемпературные начальные состояния с $T_0 < T_c$ с $m_0 \neq 0$. Дальнейшая реализация неравновесного процесса характеризуется тем, что в начальный момент времени система приводится в контакт с термостатом при критической температуре T_c системы и затем с момента времени t_w проводится измерение двухвременных функций (5) на временах $t, t_w \ll t_{rel}$.

Начальные состояния с намагниченностью $m_0 \neq 0$ приводят к появлению нового временного масштаба $t_m \sim m_0^{-k}$ с показателем $k > 0$, существенно влияющего на временное поведение намагниченности, автокорреляционной функции и функции отклика [11]. Могут быть введены предельные режимы: режим с временами $t_w < t \ll t_m$, который реализуется для случая высокотемпературного начального состояния с $m_0 = 0$, а также режим с большими по сравнению с t_m временами t и t_w , т.е. $t_m \ll t_w < t$. В последнем случае, соответствующем, например, начальной намагниченности $m_0 = 1$ при $T_0 = 0$, долговременное поведение корреляционной функции и функции отклика характеризуется новыми критическими показателями и новым значением предельного ФДО X^∞ по сравнению со случаем высокотемпературного начального состояния.

Особенности влияния начальных состояний на критическую релаксацию намагниченности двумерной модели Изинга наглядно представлены на рис. 1 для систем с $p = 0.9$ и $p = 0.8$. На рис. 1 видны существенные как качественные, так и численные отличия в релаксации намагниченности из высоко-

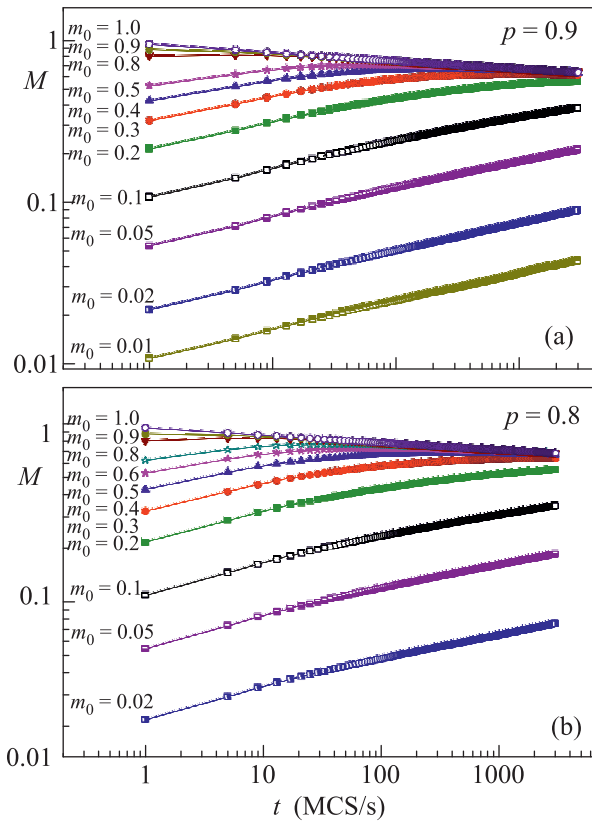


Рис. 1. (Цветной онлайн) Неравновесная критическая релаксация намагниченности $M(t)$ для систем со спиновыми концентрациями $p = 0.9$ (a) и $p = 0.8$ (b) с эволюцией из различных начальных состояний: низкотемпературного состояния с $m_0 = 1$, промежуточных состояний с $m_0 = 0.2-0.8$ и высокотемпературных состояний с $m_0 = 0.01, 0.05, 0.1 \ll 1$

температурного начального состояния с $m_0 \ll 1$ и низкотемпературного полностью упорядоченного состояния с $m_0 = 1$ при промежуточных случаях с $m_0 = 0.2, 0.3, 0.4, 0.6$ и 0.8 . Так, для высокотемпературных начальных состояний с $m_0 = 0.01, 0.05 \ll 1$ на этапе неравновесной эволюции наблюдается характерный рост намагниченности, описываемый степенным законом $m(t) \sim t^{\theta'}$ с $\theta' = 0.190(4)$ для $p = 0.9$ и $\theta' = 0.166(1)$ для $p = 0.8$, где θ' – независимый динамический критический индекс [2]. Данный рост намагниченности имеет чисто флуктуационную природу. Так, без учета флуктуаций показатель $\theta' = 0$ [12]. При временах $t > t_m \sim m_0^{-k}$ с $k = 1/(\theta' + \beta/\nu z)$ данный этап эволюции сменяется режимом, характеризующимся зависимостью $m(t) \sim t^{-\beta/\nu z}$. При эволюции из начального состояния с $m_0 = 1$ релаксация намагниченности сразу определяется степенной зависимостью $m(t) \sim t^{-\beta/\nu z}$ со значениями показателя $\beta/\nu z = 0.056(1)$ для $p = 0.9$ и $\beta/\nu z = 0.046(1)$

для $p = 0.8$. Релаксационные кривые с промежуточными значениями m_0 характеризуются этапом роста намагниченности по закону $m(t) \sim t^{\theta'}$ с асимптотическим приближением к кривой релаксации из начального состояния с $m_0 = 1$ и последующим этапом спада намагниченности по закону $m(t) \sim t^{-\beta/\nu z}$.

Для неравновесного поведения намагниченности $M(t, t_m)$ как обобщенно однородной функции времени наблюдения t и временного масштаба t_m предсказывается реализация ее следующей зависимости

$$M(t, t_m) = t^{-\beta/\nu z} F_m(t/t_m), \quad (6)$$

где $F_m(x)$ – скейлинговая функция намагниченности характеризуется на коротковременном этапе с $x = t/t_m \ll 1$ зависимостью $F_m(x \ll 1) \sim x^{1/k} \sim x^{(\theta' + \beta/\nu z)}$, а на долговременном этапе с $x = t/t_m \gg 1$ асимптотическим стремлением $F_m(x \gg 1) \rightarrow 1$. Наглядное представление зависимости скейлинговой функции $F_m(tm_0^k) = M(t)t^{\beta/\nu z}$ от переменной $x = tm_0^k$ приведено на рис. 2 для систем со спиновыми концентрациями $p = 0.9$ и $p = 0.8$ и различными значениями начальной намагниченности m_0 . Видно, что данные, полученные для различных m_0 , ложатся на единую универсальную кривую, соответствующую той или иной спиновой концентрации p . Для $p = 0.9$ и $p = 0.8$ кривые $F_m(x)$ отличаются наклоном линейных начальных участков (в двойном логарифмическом масштабе) с $F_m(x) \sim x^{1/k}$ и характеризуются следующими значениями показателя $1/k$: $1/k = 0.246(4)$ для $p = 0.9$ и $1/k = 0.213(1)$ для $p = 0.8$. Отметим, что вычисленные показатели θ' , $\beta/\nu z$ и $1/k$ для структурно неупорядоченной системы с $p = 0.9$ совпадают в пределах статистических погрешностей с показателями для чистой двумерной модели Изинга [11], в то время как для системы с $p = 0.8$ уже начинают проявляться эффекты нарушения дефектами структуры стандартной формы динамического скейлинга [7, 8].

В настоящее время установлено, что неравновесное поведение автокорреляционной функции $C(t, t_w, t_m)$ и функции отклика $R(t, t_w, t_m)$ при эволюции из начального состояния с $m_0 \neq 0$ удовлетворяет следующим выражениям [11]:

$$\begin{aligned} C(t, t_w, t_m) &= \\ &= A_C(t - t_w)^{a+1-d/z} (t/t_w)^{\theta-1} F_C(t_w/t, t/t_m), \\ R(t, t_w, t_m) &= \\ &= A_R(t - t_w)^{a-d/z} (t/t_w)^\theta F_R(t_w/t, t/t_m), \end{aligned} \quad (7)$$

где показатели $a = (2 - \eta - z)/z$, $\theta = \theta' - (2 - z - \eta)/z$. Скейлинговые функции $F_C(t_w/t, t/t_m)$ и $F_R(t_w/t, t/t_m)$ являются конечными при $t_w \rightarrow 0$

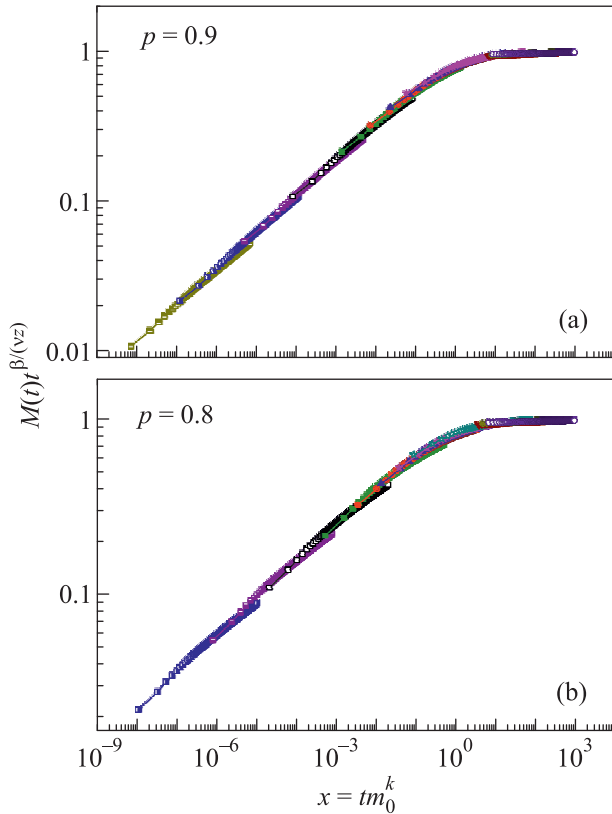


Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимости скейлинговой функции $F_m(tm_0^k) = t^{\beta/(zv)} M(t, t_m)$ от переменной $x = tm_0^k$ для систем со спиновыми концентрациями $p = 0.9$ (a) и $p = 0.8$ (b)

и $t/t_m \rightarrow 0$, а A_R и A_C – неуниверсальные амплитуды, значения которых фиксируются условием $F_{C,R}(0, 0) = 1$.

Величины $C(t, t_w, t_m)$ и $R(t, t_w, t_m)$ являются обобщенно однородными функциями трех временных масштабов $t - t_w$, t_w и t_m . Когда реализуется следующее их соответствие $t_w < t \ll t_m$, зависимости (7) для C и R переходят в соотношения, соответствующие случаю эволюции из высокотемпературного начального состояния с $m_0 = 0$ [1, 13]. В противоположном случае с временами $t - t_w$ и t_w большими по сравнению с t_m , т.е. для $t_m \ll t_w < t$, скейлинговые выражения (7) принимают вид:

$$\begin{aligned} C(t, t_w) &= \bar{A}_C (t - t_w)^{a+1-d/z} (t/t_w)^{\bar{\theta}-1} \bar{F}_C(t_w/t), \\ R(t, t_w) &= \bar{A}_R (t - t_w)^{a-d/z} (t/t_w)^{\bar{\theta}} \bar{F}_R(t_w/t), \end{aligned} \quad (8)$$

где введен новый показатель $\bar{\theta} = -\beta\delta/(vz) = -(1 + a + \beta/(vz))$, а $\bar{F}_{C,R}$ являются универсальными скейлинговыми функциями, получающимися из $F_{C,R}(t_w/t, t/t_m)$ в (7) при предельно больших значениях переменной t/t_m .

В режиме старения, реализуемом для времен $t - t_w \sim t_w \gg t_m$, корреляционная функция и функция отклика описываются соотношениями

$$\begin{aligned} C(t, t_w) &\sim t_w^{-2\beta/(vz)} \tilde{F}_C(t/t_w), \\ R(t, t_w) &\sim t_w^{-2\beta/(vz)-1} \tilde{F}_R(t/t_w) \end{aligned} \quad (9)$$

с функциями $\tilde{F}_{C,R}(t/t_w)$, спадающими на долговременном этапе их изменения с $t - t_w \gg t_w \gg t_m$ в соответствии со степенным законом [11]:

$$\tilde{F}_{C,R}(t/t_w) \sim (t/t_w)^{-\phi}, \quad (10)$$

где показатель $\phi = 1 + \beta(\delta + 2)/(vz)$.

В данной работе, по аналогии с работами [11, 14], мы применили методику, позволяющую рассчитать функцию отклика без применения внешнего магнитного поля, осуществляя расчет обобщенной восприимчивости в виде интегральной функции отклика (термостатической восприимчивости):

$$\chi(t, t_w) = \int_0^{t_w} dt' R(t, t') = \frac{1}{TN} \sum_{i=1}^N \left[\langle p_i S_i(t) \Delta S_i(t_w) \rangle \right] \quad (11)$$

с функцией отклика, задаваемой соотношением (5), и функцией $\Delta S_i(t_w) = \sum_{s=0}^{t_w} [S_i(s) - S_i^W(s)]$ с $S_i^W = \text{th}(J \sum_{m \neq i} p_m S_m/T)$, рассчитываемой при моделировании состояний системы от начального момента времени $t = 0$ до времени ожидания t_w . С другой стороны, если в (11) для функции отклика применить соотношение (1), то можно получить, что

$$T\chi(t, t_w) = \int_0^{t_w} X(t, t') \frac{\partial C(t, t')}{\partial t'} dt' = \int_0^{C(t, t_w)} X(C) dC. \quad (12)$$

В результате, флуктуационно-диссипативное отношение может быть определено соотношением

$$X(t_w) = \lim_{C \rightarrow 0} T \frac{\partial \chi(t, t_w)}{\partial C(t, t_w)}, \quad (13)$$

с помощью которого можно определить предельное флуктуационно-диссипативное отношение (2).

Нами было осуществлено вычисление двухвременной зависимости автокорреляционной функции $C(t, t_w)$ (3) и восприимчивости $\chi(t, t_w)$ (11) от времени наблюдения $t - t_w$ для набора различных времен ожидания t_w при эволюции систем с $p = 1.0, 0.9$ и 0.8 из начального полностью упорядоченного состояния с $m_0 = 1$. Поведение систем исследовалось на временах от 3000 до 10000 шагов Монте-Карло на спин.

При моделировании “чистой” системы с $p = 1.0$ проводилось статистическое усреднение по 15000 прогонкам. При моделировании структурно неупорядоченной модели Изинга усреднение вычисляемых величин проводилось по 2000 примесным конфигурациям и 15 прогонкам для каждой примесной конфигурации. Результаты расчетов представлены на рис. 3а, б. Эффекты старения наглядно проявляются

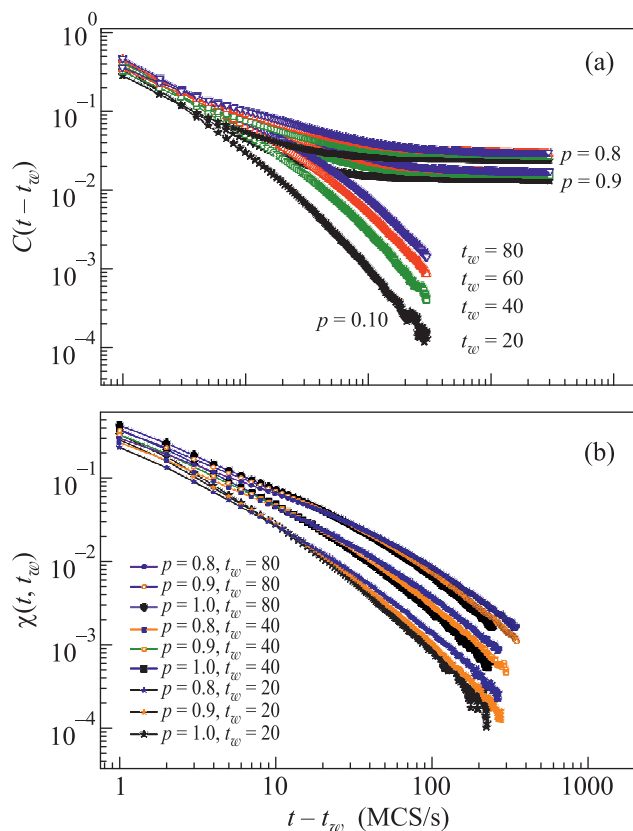


Рис. 3. (Цветной онлайн) Неравновесные зависимости автокорреляционной функции $C(t, t_w)$ (а) и динамической восприимчивости $\chi(t, t_w)$ (б) от времени наблюдения $t - t_w$ для различных значений концентрации спинов p и времен ожидания t_w

через зависимость $C(t, t_w)$ и $\chi(t, t_w)$ от “возраста” системы t_w на временах наблюдения $t - t_w \sim t_w$ и характеризуются замедлением корреляции и релаксации системы с увеличением ее “возраста”. Из представленных графиков также видно, что с ростом концентрации дефектов (уменьшением p) происходит усиление эффектов старения. Наиболее наглядно влияние дефектов проявляется в сильном замедлении эффектов корреляции в структурно неупорядоченных системах по сравнению с “чистой” системой (рис. 3а). Мы связываем эти сильные изменения в поведении автокорреляционной функции с пиннингом домен-

ных стенок на дефектах структуры, происходящем при неравновесном изменении доменной структуры системы при переходе от однодоменного состояния при $T_0 = 0$ к многодоменной флуктуационной структуре, возникающей при критической температуре T_c . На это указывают графики для двух составляющих автокорреляционной функции в (3), которые мы обозначили как $C_{ss}(t, t_w)$ и $C_{mm}(t, t_w)$ и представили на рис. 4 для “чистой” системы и систем с $p = 0.9$ и

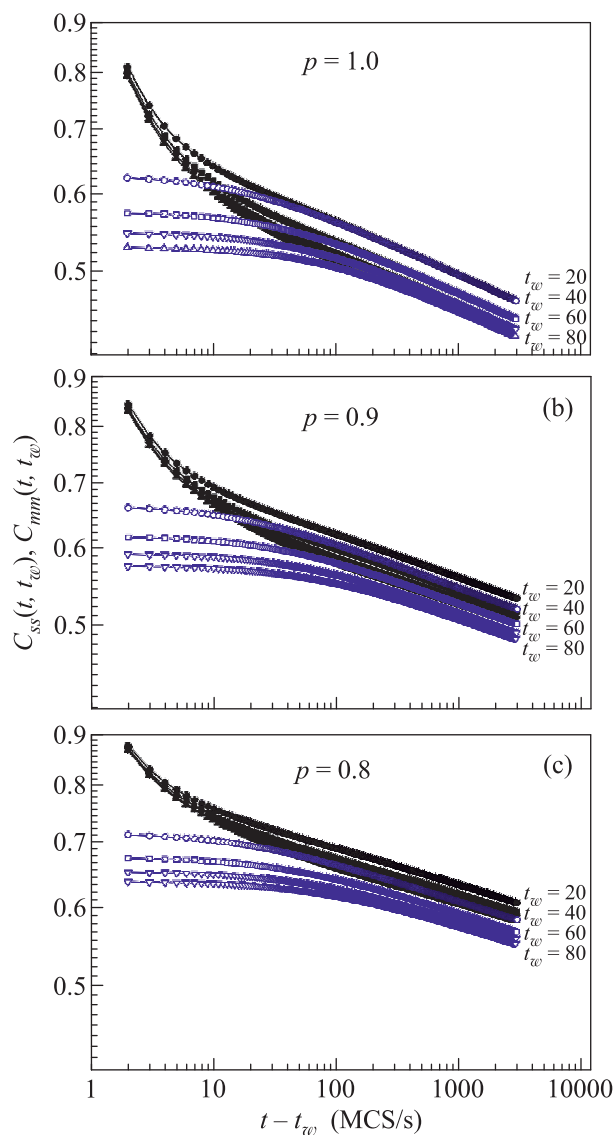


Рис. 4. (Цветной онлайн) Сравнение временных зависимостей вкладов в $C_{ss}(t, t_w) \sim [\langle S(t)S(t_w) \rangle]$ и $C_{mm}(t, t_w) \sim [\langle S(t) \rangle \langle S(t_w) \rangle]$ для систем с концентрациями спинов $p = 1.0$ (а), 0.9 (б) и 0.8 (с)

$p = 0.8$. Из графиков видно, что для “чистой” системы на временах наблюдения $t - t_w \geq t_w$ значения составляющих $C_{ss}(t, t_w)$ и $C_{mm}(t, t_w)$ начинают

совпадать, приводя к взаимной компенсации в полной автокорреляционной функции. Для структурно неупорядоченных систем, хотя графики для этих составляющих и сближаются на временах $t - t_w \geq t_w$ с параллельным дальнейшим изменением, полной компенсации их не происходит. Более того, разница C_{ss} и C_{mm} растет с увеличением времени ожидания t_w и ростом концентрации дефектов $c_{imp} = 1 - p$.

В режиме старения временная зависимость автокорреляционной функции характеризуется скейлинговым соотношением (9). Аналогичную скейлинговую форму для временной зависимости восприимчивости можно получить на основе применения интегрального соотношения (11) и скейлинговой зависимости (8) для функции отклика. В результате получаем

$$\chi(t, t_w) \sim t_w^{-2\beta/(\nu z)} \tilde{F}_\chi(t/t_w) \quad (14)$$

со степенной зависимостью функции $\tilde{F}_\chi(t/t_w) \sim (t/t_w)^{-\phi}$ на долговременном этапе релаксации системы с $t - t_w \gg t_w \gg t_m$ при сохранении того же показателя ϕ , что и в соотношении (10).

Для подтверждения скейлинговой зависимости для автокорреляционной функции (9) и восприимчивости (14) было осуществлено построение зависимости $t_w^{2\beta/(\nu z)} C(t, t_w)$ и $t_w^{2\beta/(\nu z)} \chi(t, t_w)$ от $(t - t_w)/t_w$ с использованием полученных выше значений показателя $\beta/(\nu z)$. Результаты представлены на рис. 5, которые демонстрируют “коллапс” полученных для различных t_w данных на соответствующих различным спиновым концентрациям p универсальных кривых, характеризуемых скейлинговыми функциями $\tilde{F}_C(t/t_w)$ и $\tilde{F}_\chi(t/t_w)$. Для временных интервалов с $(t - t_w)/t_w \gg 1$ были определены значения показателей $\phi_c = 2.04(7)$ и $\phi_\chi = 1.99(7)$ для “чистой” системы с $p = 1.0$, которые в пределах погрешностей хорошо согласуются друг с другом и теоретически предсказанным значением $\phi = 1 + \beta(\delta + 2)/(\nu z) \simeq 1.98$ (для двумерной модели Изинга $\delta = 15$). Однако для структурно неупорядоченных систем с $p = 0.9$ и 0.8 в значениях показателей для автокорреляционной функции и восприимчивости, определенных на интервале с $(t - t_w)/t_w \gg 1$, наблюдаются большие различия, обусловленные выявленным существенным влиянием дефектов структуры на корреляционные свойства системы на неравновесном этапе эволюции. Так, степенное поведение скейлинговой функции $\tilde{F}_C(t/t_w)$ для структурно неупорядоченных систем более правильно характеризовать соотношением

$$\tilde{F}_C(t/t_w) \sim (t/t_w)^{-c_a} \quad (15)$$

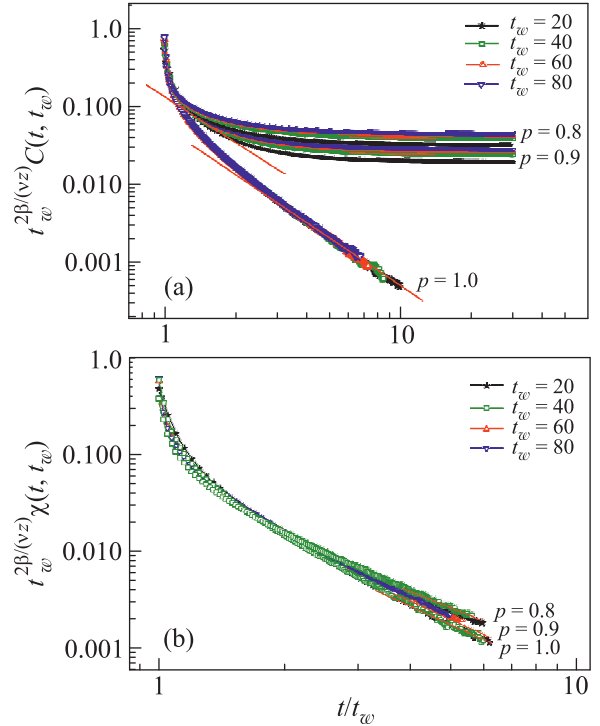


Рис. 5. (Цветной онлайн) Скейлинговые зависимости для автокорреляционной функции $t_w^{2\beta/(\nu z)} C(t, t_w)$ (a) и восприимчивости $t_w^{2\beta/(\nu z)} \chi(t, t_w)$ (b) от t/t_w , демонстрирующие “коллапс” полученных для различных t_w данных

с показателем $c_a = \beta/(\nu z)$, характеризующим долговременную релаксацию намагниченности $M(t) \sim t^{-\beta/(\nu z)}$ при $T = T_c$. Действительно, определенные нами значения показателя c_a оказались равными: $c_a = 0.059(4)$ для $p = 0.9$ и $c_a = 0.050(4)$ для $p = 0.8$, которые в пределах погрешности хорошо согласуются со значениями $\beta/(\nu z)$ для соответствующих спиновых концентраций. В то же время, для скейлинговой функции $\tilde{F}_\chi(t/t_w)$ вычисленные значения показателя $\phi_\chi = 1.99(8)$ для $p = 0.9$ и $\phi_\chi = 1.75(9)$ для $p = 0.8$ оказываются в хорошем соответствии со значениями показателя $\phi = 1 + \beta(\delta + 2)/(\nu z)$ для соответствующих спиновых концентраций.

Однако в поведении автокорреляционной функции для структурно неупорядоченных систем на временах $t - t_w \sim t_w$ режима старения наблюдается более резкое ее спадание (рис. 3а), чем в долговременном режиме. Поведение скейлинговой функции $\tilde{F}_C(t/t_w)$ (рис. 5а) на этих временах может быть аппроксимировано степенным законом с показателем ϕ_c , принимающим значения: $\phi_c = 1.96(8)$ для $p = 0.9$ и $\phi_c = 1.71(8)$ для $p = 0.8$. Эти значения в пределах погрешностей согласуются с вычисленными значениями ϕ_χ для динамической восприимчивости и значе-

ниями показателя $\phi = 1 + \beta(\delta + 2)/(\nu z)$ для соответствующих спиновых концентраций. Таким образом, предсказываемое ренормгрупповой теорией [11] скейлинговое поведение для корреляционной функции в соответствии с (8)–(10) осуществляется в неравновесном поведении структурно неупорядоченных систем вплоть до режима старения с $t - t_w \sim t_w$, а в долговременном режиме с $t - t_w \gg t_w$ за счет пиннинга доменных стенок на дефектах происходит сильное замедление корреляционных эффектов и спадание скейлинговой составляющей автокорреляционной функции (15) осуществляется по степенному закону критической релаксации намагниченности.

Более тонкий анализ поведения автокорреляционной функции для структурно неупорядоченных систем в долговременном режиме с $t - t_w \gg t_w$ показывает нарушение ее простой скейлинговой зависимости, определяемой $\tilde{F}_C(t/t_w)$, так как на этом этапе эволюции полного совпадения данных для различных t_w не происходит (рис. 5а). Представление скейлинговой зависимости для автокорреляционной функции в виде $\tilde{F}_C(t/t_w^\mu)$ позволяет при значении показателя $\mu = 6.25(5)$ для системы с $p = 0.9$ и $\mu = 6.75(5)$ для системы с $p = 0.8$ получать совпадение данных для различных t_w (рис. 6). Такой случай скейлинговой зависимости, характеризуемой показателем $\mu > 1$, классифицируется в теории неравновесных процессов как явление “сверхстарения” [15]. Из рис. 6а и б видно, что восстановление “коллапса” данных для автокорреляционной функции в долговременном режиме с $t - t_w \gg t_w \gg 1$ через введение скейлинговой функции $\tilde{F}_C(t/t_w^\mu)$ разрушает “коллапс” этих же данных для времен $t - t_w \leq t_w$. Это позволяет нам предположить, что для структурно неупорядоченных систем должна реализовываться более сложная, чем в (8), форма скейлинговой зависимости автокорреляционной функции:

$$C(t, t_w) = A_C(t - t_w)^{\alpha+1-d/z} \left[(t/t_w)^{\bar{\theta}-1} \bar{F}_C(t/t_w) + B_C(p) \tilde{F}_C(t/t_w^\mu) \right] \quad (16)$$

с $\bar{F}_C(t/t_w) \sim (t/t_w)^{-(\phi+\bar{\theta}-1)} \sim (t/t_w)^{-2\beta/(\nu z)}$, $\tilde{F}_C(t/t_w^\mu) \sim (t/t_w^\mu)^{-\beta/(\nu z)}$ при $t - t_w \gg t_w$ и $B_C(p=1) = 0$.

На следующем этапе исследований нами был проведен расчет флуктуационно-диссипативного отношения в соответствии с соотношением (13). Из представленных на рис. 7 графиков зависимостей $T\chi$ от C видно, что для “чистой” системы эта зависимость линейная и характеризуется предельным значением ФДО $X^\infty = 0.751(24)$. Данное значение было получено при проведении процедуры определения зна-

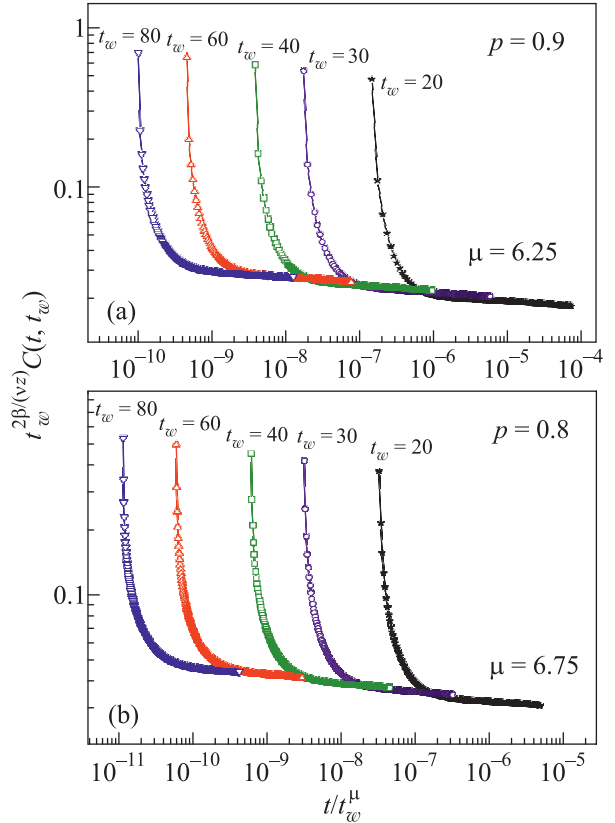


Рис. 6. (Цветной онлайн) Эффект сверхстарения в скейлинговом поведении автокорреляционной функции $t_w^{2\beta/\nu z} C(t, t_w)$ в зависимости от t/t_w^μ

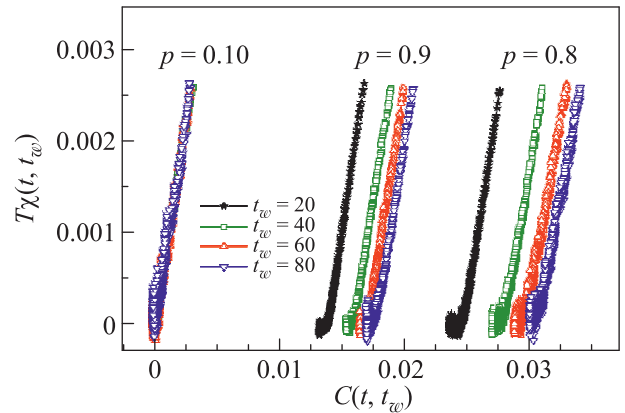


Рис. 7. (Цветной онлайн) Зависимости восприимчивости от автокорреляционной функции, определяющие в соответствии с (13) флуктуационно-диссипативное отношение для различных спиновых концентраций p

чений $X(t_w)$ на основе соотношения (13) для каждого значения времени ожидания t_w . К полученным значениям $X(t_w)$ была затем применена экстраполяция $X(t_w \rightarrow \infty)$. Значение $X^\infty = 0.751(24)$ находится в очень хорошем согласии со значением

$X^\infty \simeq 0.75$, полученным в [11] при ренормгрупповом описании неравновесной критической динамики двумерной модели Изинга с применением метода ε -разложения в однопетлевом приближении, а также значением $X^\infty = 0.73(1)$, полученным в той же работе [11] методами Монте-Карло. В случае эволюции из высокотемпературного начального состояния неравновесное критическое поведение двумерной модели Изинга характеризуется существенно другим значением $X^\infty = 0.33(1)$ [11].

Однако для структурно неупорядоченных систем за счет выявленных эффектов сильного замедления корреляционных эффектов на временах $t - t_w \gg t_w$ в графиках зависимостей $T\chi$ от C (см. рис. 7) проявляется наличие двух линейных участков: первый участок соответствует изменению автокорреляционной функции $C(t, t_w)$ на временах $t - t_w \sim t_w$, а второй – значениям $C(t, t_w)$ для долговременного этапа эволюции с $t - t_w \gg t_w$. Видно, что протяженность второго участка растет с увеличением концентрации дефектов. Этим (вторым) участком для систем с $p = 0.9$ и 0.8 соответствуют предельные значения ФДО $X^\infty = 0$. Анализ зависимостей $T\chi$ от C на первых участках, осуществленный на основе выражения (13) без рассмотрения предела $C \rightarrow 0$, показывает, что если к определенным значениям $X(t_w)$ применить экстраполяцию $X(t_w \rightarrow \infty)$, можно получить значения $X(p = 0.9) = 0.748(25)$ и $X(p = 0.8) = 0.714(26)$. При этом значение ФДО для системы с $p = 0.9$ оказывается близким к значению $X^\infty = 0.751(24)$ для “чистой” модели Изинга. Это указывает на возможную принадлежность неравновесной критической динамики слабо неупорядоченной двумерной модели Изинга классу универсальности “чистой” модели Изинга, если бы не эффекты “сверхстарения”, приводящие к предельному значению ФДО $X^\infty = 0$. Для системы с $p = 0.8$ значение ФДО $X(p = 0.8) = 0.714(26)$ демонстрирует заметное отклонение от значения X^∞ для “чистой” модели Изинга, что обусловлено нарушением стандартной формы динамического скейлинга для сильно неупорядоченной двумерной модели Изинга как результата проявления кроссоверных эффектов перколяционного поведения [8, 16].

В заключении отметим, что в результате численных исследований выявлено существенное влияние дефектов на неравновесную критическую динамику двумерной модели Изинга при ее эволюции из низкотемпературного начального состояния с намагниченностью $m_0 = 1$. Показано, что с ростом концентрации дефектов происходит усиление эффектов старения. Наиболее наглядно влияние дефектов прояв-

ляется в сильном замедлении эффектов корреляции в структурно неупорядоченных системах по сравнению с “чистой” моделью. В результате спадание скейлинговой составляющей автокорреляционной функции на временах $t - t_w \gg t_w$ осуществляется по степенному закону критической релаксации намагниченности за счет пиннинга доменных стенок на дефектах, а предельные значения ФДО, определяемые динамикой доменов в долговременном режиме, становятся равными нулю. Показано, что динамические критические показатели, характеризующие асимптотическое поведение автокорреляционной функции и динамической восприимчивости, демонстрируют принадлежность различным классам универсальности неравновесного критического поведения, а именно: критического поведения “чистой” модели Изинга для спиновых концентраций $p \geq 0.9$, в то время как для систем с $p \leq 0.8$ данные показатели начинают существенно зависеть от концентрации дефектов из-за влияния кроссоверных эффектов перколяционного поведения [8]. Несомненно является важным, что выявленные в данной работе особенности неравновесной критической динамики низкоразмерных систем могут служить основой для описания эффектов старения в ультратонких ферромагнитных пленках и адекватной интерпретации [2, 17] экспериментальных данных, полученных для мультислойных структур Fe/Cr [18] и Co/Cr [19].

Работа выполнена при поддержке грантами # 17-02-00279 РФФИ и МД-6868.2018.2 Президента РФ. Для выполнения расчетов были использованы вычислительные ресурсы ЦКП Центр данных ДВО РАН.

1. P. Calabrese and A. Gambassi, J. Phys. A. **38**, R133 (2005).
2. В. В. Прудников, П. В. Прудников, М. В. Мамонова, УФН **187**, 817 (2017).
3. L. Berthier and J. Kurchan, Nature Phys. **9**, 310 (2013).
4. Вик. С. Доценко, Вл. С. Доценко, Письма в ЖЭТФ **33**, 40 (1981).
5. Б. Н. Шалаев, ФТТ **26**, 1811 (1984).
6. B. N. Shalaev, Phys. Reports **237**, 129 (1994).
7. О. Н. Марков, В. В. Прудников, Письма в ЖЭТФ **60**, 24 (1994).
8. V. V. Prudnikov and O. N. Markov, Europhys. Lett. **29**, 245 (1995).
9. M. P. Nightingale and H. W. J. Blote, Phys. Rev. Lett. **76**, 4548 (1996).
10. L. N. Shchur and O. A. Vasilyev, Phys. Rev. E **65**, 016107 (2001).

11. P. Calabrese, A. Gambassi, and F. Krzakala, *J. Stat. Mech.* **6**, 2 (2006).
12. В. В. Прудников, П. В. Прудников, И. А. Калашников, С. С. Циркин, *ЖЭТФ* **133**, 1251 (2008).
13. V. V. Prudnikov, P. V. Prudnikov, E. A. Pospelov, and A. N. Vakilov, *Phys. Lett. A* **379**, 774 (2015).
14. П. В. Прудников, В. В. Прудников, Е. А. Поспелов, *Письма в ЖЭТФ* **98**, 693 (2013).
15. M. Henkel and M. Pleimling, *Non-Equilibrium Phase Transitions*, v. 2, Springer, Heidelberg (2010), p. 544.
16. C. K. Harris and R. V. Stinchcombe, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 869 (1986).
17. В. В. Прудников, П. В. Прудников, А. Н. Пургов, М. В. Мамонова, *Письма в ЖЭТФ* **104**, 797 (2016).
18. А. Б. Дровосеков, Н. М. Крейнес, Д. И. Холин, А. В. Королев, М. А. Миляев, Л. Н. Ромашев, В. В. Устинов, *Письма в ЖЭТФ* **88**, 126 (2008).
19. T. Mukherjee, M. Pleimling, and Ch. Vinek, *Phys. Rev. B* **82**, 134425 (2010).