

## Каскадное “плавление” линейной дисклинации в каплях нематохолестерика

О. А. Скалдин<sup>+</sup>, И. И. Клебанов<sup>\*×</sup>, Ю. И. Тимиров<sup>+1)</sup>, Е. Р. Басырова<sup>+</sup>, В. А. Делев<sup>+</sup>

<sup>+</sup>Институт физики молекул и кристаллов – обособленное структурное подразделение  
Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра РАН,  
450075 Уфа, Россия

<sup>\*</sup>Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет, 454080 Челябинск, Россия

<sup>×</sup>Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет), 454080 Челябинск, Россия

Поступила в редакцию 28 марта 2018 г.

После переработки 11 апреля 2018 г.

Экспериментально получена новая структура упругого поля нематохолестерика в цилиндрическом капилляре с особенностью на оси капилляра – спиральной “расплавленной” дисклинацией. Теоретически показано, что количество цилиндрических поверхностей – каскадов, на которых происходит скачок направления ориентационного поля директора  $\mathbf{n}$  на  $\pi$ , может быть любым. Конкретное число каскадов зависит от радиуса  $R$  цилиндра и граничных условий. В одноконстантном приближении континуальной теории жидких кристаллов получено выражение для свободной энергии упругого поля.

DOI: 10.7868/S0370274X18110073

Наличие дальнего порядка в жидких кристаллах (ЖК) определяет возможность наблюдения в них различного рода объемных и поверхностных дефектов [1–3]. Теория статических дефектов, их взаимодействия и симметричных превращений в ЖК достаточно хорошо разработана [4]. К ним относятся равновесные и квазиравновесные локализованные образования различного типа: ежи, буджумы, дисклинационные кольца, солитоны и т.д. [2, 4, 5].

Актуальность исследования новых типов дефектов с нетривиальными топологическими свойствами в ЖК [6, 7] представляет интерес как с фундаментальной точки зрения – это позволит расширить имеющиеся представления о дефектных структурах в ЖК, так и с точки зрения приложения. Например, капли холестерических ЖК (ХЖК) используются не только как модельные объекты в экспериментальных исследованиях топологических свойств дефектов, но и в различных прикладных областях [8–10].

Проведенная в [11, 12] классификация топологически устойчивых дефектов в каплях нематических ЖК (НЖК) показала, что для планарной (тангенциальной) ориентации молекул нематика на границе раздела характерна биполярная конфигурация директора  $\mathbf{n}$  (единичный вектор, характеризующий направление преимущественной ориентации молекул) с двумя точечными дефектами (буджумами), располо-

женными на противоположащих сторонах поверхности капель. В случае нормального (гомеотропного) сцепления нематика с поверхностями электродов ЖК-ячейки равновесной структурой является радиальное упорядочение директора с точечным дефектом (ежом) в центре капли [13, 14]. Капли нематика с изменяющимися граничными условиями за счет вариации температуры рассматривались в работе [12], где теоретически предсказан и экспериментально продемонстрирован сценарий трансформации биполярной конфигурации директора в радиальную с образованием дополнительных дисклинаций в переходных структурах сферических капель нематика, диспергированных в изотропной жидкости.

Тем не менее, хотя топологический анализ дефектов в настоящее время можно считать достаточно хорошо развитым, многие наблюдавшиеся экспериментально дефекты в рамках континуальной теории изучены недостаточно полно. К таковым относятся, в частности, точечные дефекты в капиллярных системах, плоские и трехмерные структуры упругого поля в цилиндрическом капилляре при произвольных граничных условиях, а также некоторые “классические” задачи о неустойчивости линейной дисклинации целой силы. Так в работе [15] в одноконстантном приближении континуальной теории НЖК показано, что в цилиндрическом капилляре при граничных условиях на его поверхности, отличных от нормальных, и радиусе, меньшем некоторого крити-

<sup>1)</sup>e-mail: timirov@anrb.ru

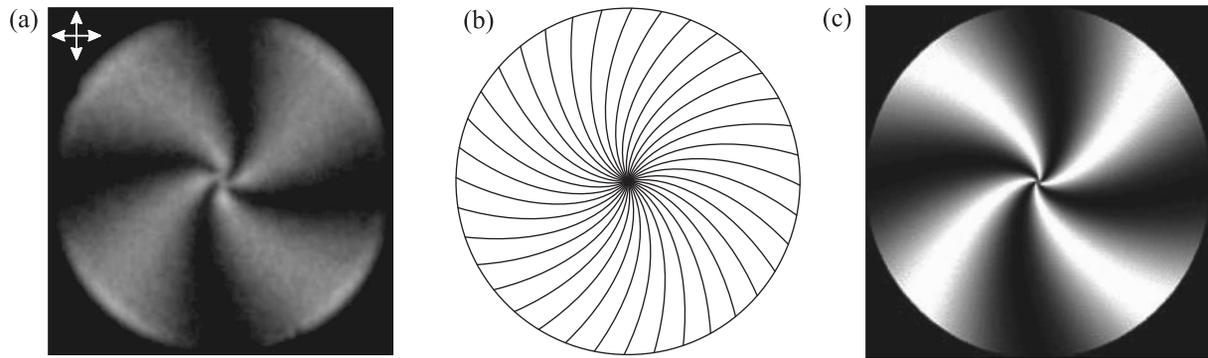


Рис. 1. Линейная дисклинация силы  $m = 1$  в цилиндрическом капилляре (вид сверху). (a) – Микрофотография оптической текстуры ЖК-капли радиуса  $R \approx 60$  мкм в скрещенных поляризаторе и анализаторе. (b) – Схематическое распределение поля директора ( $\beta_0 \sim \pi/6$ ). (c) – Численно рассчитанная оптическая структура дисклинации

ческого значения  $\rho_c$ , упругое поле нематика может содержать “каскад” цилиндрических поверхностей, при переходе через которые директор меняет направление на противоположное. Однако описанный тип дефекта с указанными свойствами до настоящего времени экспериментально не наблюдался.

В данной работе сообщается об экспериментальной реализации предсказанной текстуры нематохолестерика в цилиндрическом капилляре с особенностью на его оси – спиральной “расплавленной” дисклинацией. Представлены результаты исследований структурных особенностей и энергетических характеристик упругого поля нематохолестерика в цилиндрических каплях, диспергированных в изотропной жидкости.

В качестве ЖК-образцов исследовался ХЖК на основе нематика *n*-(4-метоксибензиден)-4-бутиланилина (TSI-Europe), допированного холестерилхлоридом в концентрациях  $C = 0.05, 0.11, 0.22\%$ . Собственный шаг спирали  $p_0$  для всех концентраций определялся методом, описанном в [16]. Основные результаты приведены для смеси с весовым соотношением компонент нематик:холестерик 99.95:0.05 с шагом спирали  $p_0 = 238$  мкм. Стандартная ЖК-ячейка типа “сэндвич” толщиной 25 мкм помещалась в термостатик HCS-250 (Instec) с термостабилизацией лучше  $0.01^\circ\text{C}$ . Для получения капель в изотропном окружении ЖК-ячейка нагревалась для полного перехода ЖК в изотропное состояние, затем медленно охлаждалась до появления зародышей мезофазы. Нужный размер капель  $d$  (диаметр капель в плоскости ЖК-образца) задавался определенной температурой  $t$  и составлял диапазон  $30 \div 200$  мкм. Исследования проводились с помощью поляризационного оптического микроскопа AxioImager A1 (Carl Zeiss). Полученные с помощью видеокамеры VX-440 (PCO) экспериментальные изображения оцифрованы

с помощью фрейм-граббера Pinnacle USB-700 (Pinnacle System) с разрешением  $720 \times 576$  пикселей.

В исследуемых ЖК-образцах обнаружены два типа оптических текстур, в том числе капли с классической закрученной дисклинацией, изображение которой представлено на рис. 1а. Схематическое распределение поля директора и численно рассчитанная оптическая структура плоской дисклинации показаны на рис. 1b и 1c соответственно.

Вторая текстура имеет более сложную структуру и представляет собой систему вложенных друг в друга цилиндрических поверхностей – “каскадов”, на границе которых директор меняет направление ориентации (рис. 2а). Схематическое распределение поля директора и численно рассчитанная оптическая структура капли с двумя цилиндрическими поверхностями показаны на рис. 2b и 2c соответственно.

Необходимо заметить, что экспериментально не удается пронаблюдать стабильные капли с вложенными цилиндрическими поверхностями, т.к. последние движутся и схлопываются на оси цилиндра. Для экспериментального наблюдения подобного рода структур необходимо к ЖК-образцу приложить поперечное постоянное электрическое поле с напряжением порядка  $3 \div 5$  В (рис. 2). При этом ясно, что стабилизация плоской структуры возможна только при ЖК с отрицательной диэлектрической анизотропией.

Рассмотрим нематохолестерик в цилиндрическом капилляре радиуса  $R$  и длины  $L$  с жесткими граничными условиями на его поверхности. Представим компоненты директора в виде:

$$\begin{aligned} n_r &= \sin \alpha(r) \cos \beta(r), \\ n_\varphi &= \sin \alpha(r) \sin \beta(r), \\ n_z &= \cos \alpha(r), \end{aligned}$$

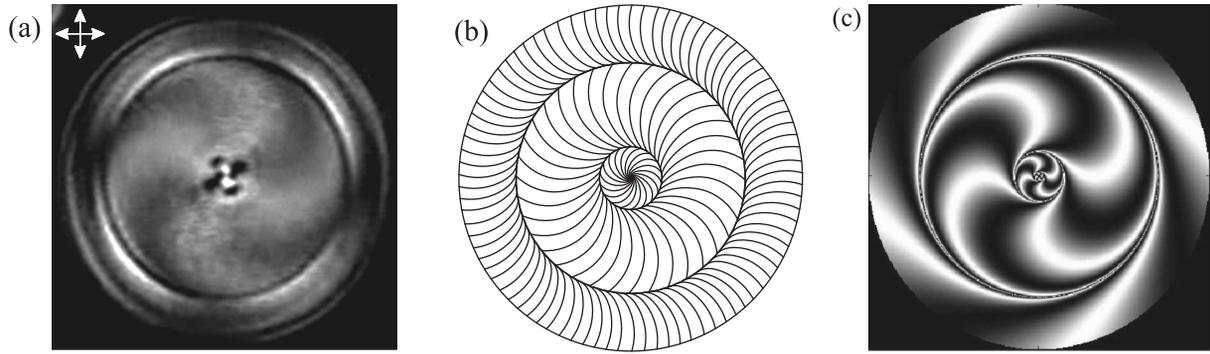


Рис. 2. Спиральная “расплавленная” дисклинация силы  $m = 1$  в цилиндрическом капилляре (вид сверху). (а) – Микрофотография оптической текстуры ЖК-капли радиуса  $R \approx 60$  мкм при  $U = 3.5$  В в скрещенных поляризаторе и анализаторе. (б) – Схематическое распределение поля директора. (с) – Численно рассчитанная оптическая структура дисклинации при постоянной интегрирования  $0.1 \leq c \leq 1$

где  $\alpha$  – угол между силовой линией и осью капилляра  $z$ , а  $\beta$  – угол между директором и радиус-вектором в плоскости  $XY$ , который может принимать на границе любое значение от  $0$  до  $90^\circ$ . Тогда, поскольку задача обладает аксиальной симметрией, при этом  $\alpha(r/R) = \pi/2$ , компоненты директора удобно представить в цилиндрической системе координат:

$$n_r = \cos \beta(r, \varphi), n_\varphi = \sin \beta(r, \varphi), n_z = 0. \quad (1)$$

Плотность энергии упругой деформации в одноконтантном приближении континуальной теории имеет вид:

$$F = \frac{K}{2} ((\operatorname{div} \mathbf{n})^2 + (\operatorname{rot} \mathbf{n})^2) + Kq(\mathbf{n} \operatorname{rot} \mathbf{n}) + \frac{Kq^2}{2}, \quad (2)$$

где  $K$  – модуль упругости Франка,  $q$  – параметр, определяющий период геликоидальной структуры [17].

Подставляя (1) в (2) и интегрируя, получим выражение для энергии упругой деформации  $F$ :

$$\frac{F}{KL} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_a^R \frac{dr}{r} [(\beta_r r)^2 + (\beta_\varphi + 1)^2] + \frac{\pi q^2 (R^2 - a^2)}{2}, \quad (3)$$

где  $a$  – параметр определяющий порядок молекулярных размеров, где континуальная теория неприменима ( $a \ll R$ ), индекс обозначает частную производную по соответствующей переменной.

Переходя к новой переменной  $\xi = \ln \frac{r}{R}$  и минимизируя функционал (3), приходим к уравнению равновесия:

$$\beta_{\xi\xi} + \beta_{\varphi\varphi} = 0. \quad (4)$$

Уравнение (4) является уравнением Лапласа и при жестких граничных условиях на цилиндриче-

ской поверхности решается методами теории функций комплексного переменного [18].

В случае полной аксиальной симметрии  $\beta = \beta(\xi)$  и  $\beta = c\xi + \beta_0$ , где  $c$  и  $\beta_0$  – константы интегрирования. Выражение для энергии упругой деформации  $F$  имеет вид:

$$\frac{F}{\pi KL} = (c^2 + 1) \ln \left( \frac{R}{a} \right) + \frac{q^2}{2} (R^2 - a^2). \quad (5)$$

При дополнительном требовании конечности решения ( $c = 0$ ) для чистого нематика ( $q = 0$ ) имеем известную структуру (рис. 1) с линейной дисклинацией единичной силы  $m = 1$  на оси капилляра [17]. Отказ от требования конечности решения ( $c \neq 0$ ) приводит к структуре, предсказанной в работе [15] и названной спиральной дисклинацией. При этом упругое поле содержит бесконечное число цилиндрических поверхностей или каскадов, при переходе через которые директор меняет направление на противоположное. При  $c \gg 1$  цилиндрические поверхности практически равномерно заполняют пространство внутри капилляра, а при  $c \ll 1$  сосредоточены в основном вблизи его оси. Эти поверхности не являются дефектами, поскольку направления  $\mathbf{n}$  и  $-\mathbf{n}$  эквивалентны. Радиусы цилиндрических поверхностей можно найти из условия изменения угла  $\alpha$  на целое кратное  $\pi$ :

$$\rho_n = R \cdot e^{-\pi n/c}, \quad (6)$$

где  $n = 1, 2, \dots, c > 0$ ,  $R$  – радиус капли.

Подчеркнем, что структура упругого поля при переходе от чистого нематика к нематохолестерику принципиально не меняется, т.к. для плоской структуры в выражении (2)  $n \cdot \operatorname{rot} n = 0$ , что верно при любом значении  $\rho_0$ . Функционал свободной энергии при этом изменяется на константу, а уравнения равновесия не меняются.

Учитывая, что у подобного типа ЖК-образцах реализуются достаточно слабые гомеотропные граничные условия на поверхностях электродов  $W_s \approx \approx 10^{-6}$  Дж/м<sup>2</sup> [16], то для экспериментального наблюдения стабильных спиральных дисклинаций в цилиндрических каплях ЖК-ячейку достаточно поместить в поперечное постоянное электрическое поле с напряжением порядка  $U \sim 3 \div 5$  В (рис. 2), при котором происходит переход Фредерикса и  $n_z$ -компонента становится равной 0. Это устраняет необходимость рассмотрения в задаче распределения поля директора его зависимости от координаты  $z$ , и мы получаем стабильную плоскую структуру.

В реальности при переходе к формированию такого рода капель в ЖК-образце из изотропного расплава без приложения стабилизирующего напряжения подобные структуры либо не образуются, либо переходят к линейной дисклинации (рис. 1).

Учитывая вышесказанное, для описания наблюдаемой оптической текстуры в цилиндрическом капилляре нематохолестерика в виде спиральной дисклинации (рис. 2) можно использовать выражение, полученное для упругого поля в цилиндрическом капилляре с закрученным нематиком [15]:

$$\varphi - \varphi_0 = -\frac{1}{c} \ln \left| \frac{\cos(c \ln(r/R) + \beta_0)}{\cos \beta_0} \right|, \quad (7)$$

где  $\varphi_0$  – постоянная интегрирования.

При  $c = 0$  выражение (7) переходит в уравнение логарифмической спирали, которое описывает плоскую структуру, изображенную на рис. 1:

$$\varphi - \varphi_0 = \operatorname{tg} \beta_0 \ln(r/R). \quad (8)$$

Таким образом, в данной работе экспериментально и теоретически исследован новый тип спиральных дисклинаций в цилиндрическом капилляре с нематохолестериком. Показана принципиальная возможность образования спиральных дисклинаций, упакованных в бесконечное число цилиндрических поверхностей – каскадов, на которых происходит скачок направления ориентационного поля директора  $\mathbf{n}$  на  $\pi$ . Полученные результаты расширяют имеющиеся представления о типах и свойствах дефектов, наблюдаемых в упорядоченных и частично упорядоченных средах.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта

# 18-32-00805. Клебанов И.И. благодарен Правительству РФ (Постановление # 211 от 16.03.2013 г.), соглашению # 02.A03.21.0011 и гранту ФГБОУ ВО “ЮУрГГПУ” по теме “Моделирование в теории и практике математического образования” за поддержку работ по теоретическому анализу ЖК-структур. В экспериментальных исследованиях использовалось оборудование ЦКП “Спектр” ИФМК УНЦ РАН и РЦКП “Агидель”.

1. П. де Жен, *Физика жидких кристаллов*, Мир, М. (1977).
2. М. Клеман, О. Д. Лаврентович, *Основы физики частично упорядоченных сред*, Физматлит, М. (2007).
3. *Defects in Liquid Crystals: Computer Simulations, Theory and Experiments*, ed. by O. Lavrentovich, P. Pasini, C. Zannoni, and S. Zumer, Springer, Netherlands (2001).
4. М. В. Курик, О. Д. Лаврентович, *УФН* **154**, 381 (1988).
5. О. А. Скалдин, В. А. Делев, Е. С. Шиховцева, Ю. А. Лебедев, Э. С. Батыршин, *ЖЭТФ* **148**, 1232 (2015).
6. G. Posnjak, S. Copar, and I. Muševič, *Sci. Rep.* **6**, 26361 (2016).
7. J. Yoshioka and F. Araoka, *Nature Commun.* **9**, 432 (2018).
8. G. H. Kim, W.-J. Lee, H. N. Kim, and Y.-H. Kim, *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **633**, 72 (2016).
9. M. Humar and I. Muševič, *Opt. Express* **18**, 26995 (2010).
10. H. Yokoyama, *Nature Photon.* **3**, 560 (2009).
11. Г. Е. Воловик, *Письма в ЖЭТФ* **28**, 65 (1978).
12. Г. Е. Воловик, О. Д. Лаврентович, *ЖЭТФ* **85**, 1997 (1983).
13. R. B. Meyer, *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **16**, 355 (1972).
14. S. Candau, P. LeRoy, and F. Debeauvais, *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **23**, 283 (1973).
15. В. К. Першин, И. И. Клебанов, *Кристаллография* **45**, 340 (2000).
16. О. А. Скалдин, Ю. И. Тимиров, Ю. А. Лебедев, *Письма в ЖТФ* **36**, 23 (2010).
17. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика. Теория упругости*, Физматлит, М. (1987), т. 7.
18. С. В. Бурьлов, *ЖЭТФ* **112**, 1603 (1997).
19. В. К. Першин, И. И. Клебанов, П. Б. Залманов, *ЖТФ* **69**, 29 (1999).