

## Влияние истощения накачки на спектр пучков-близнецов

П. А. Прудковский<sup>1)</sup>

Физический факультет, МГУ им. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 25 апреля 2018 г.

После переработки 7 мая 2018 г.

Описано влияние истощения накачки на спектр пучков-близнецов, возникающих в процессе коллинеарного параметрического рассеяния в нелинейном кристалле с аperiodической доменной структурой, и обладающих высокой степенью синхронности. Получена система уравнений, учитывающая взаимодействие накачки одновременно со всеми модами рассеянного света. Показано, что для квадратично-гиперболического закона изменения вектора обратной решетки доменной структуры истощение накачки приводит к заметному уширению спектра пучков-близнецов. Продемонстрирован эффект сужения когерентного пика в сигнале генерации суммарной частоты от пучков-близнецов, нарастающий по мере истощения накачки.

DOI: 10.7868/S0370274X18120032

Хорошо известно, что при спонтанном параметрическом рассеянии света рождаются так называемые бифотоны – пары фотонов, описываемые единым квантовым состоянием. В числе прочего это означает возможность зарегистрировать одновременность их возникновения – при помощи быстрых корреляционных схем либо в различных двухфотонных процессах [1, 2]. Это их свойство может быть использовано в любых задачах, требующих синхронизации. Точность, которая при этом может быть достигнута, определяется обратной шириной спектра регистрируемых фотонов, поэтому интересной является задача уширения спектра бифотонных состояний. Для ее решения предлагалось много различных способов. Один из наиболее распространенных вариантов – использование нелинейного кристалла с аperiodической доменной структурой, обеспечивающего выполнение условий коллинеарного квазисинхронизма для различных частотных компонент бифотонного состояния в разных точках кристалла [2–4]. Чуть позже было показано, что в случае вынужденного параметрического рассеяния таким же образом могут быть получены не только отдельные бифотоны, но и яркие пучки-близнецы, состоящие из большого числа бифотонных пар, но по-прежнему обладающие свойством синхронности [5, 6].

Обычно теоретическое описание процесса генерации пучков-близнецов проводится в приближении заданной накачки, хотя в случае достаточно большого коэффициента параметрического преобразования их интенсивность может оказаться сравнимой с интен-

сивностью накачки. В данной работе будет учтено истощение накачки и показано, что в определенных случаях оно может приводить к дополнительному уширению спектра пучков-близнецов.

Рассмотрим процесс генерации бифотонного излучения при коллинеарном параметрическом взаимодействии в нелинейном кристалле под действием накачки на частоте  $\omega_p = 2\omega_0$ . Положительно-частотную часть рассеянного поля будем записывать в виде

$$E^{(+)}(t, z) = e^{-i\omega_0 t} \int_{-\omega_0}^{\omega_0} \hat{b}(\Omega, z) e^{i\{k(\omega_0 + \Omega)z - \Omega t\}} d\Omega, \quad (1)$$

где  $\hat{b}(\Omega, z)$  – оператор уничтожения фотонов на частоте  $\omega_0 + \Omega$ , причем компоненты с  $\Omega > 0$  относятся к сигнальной, а с  $\Omega < 0$  – к холостой части рассеянного излучения. В рамках подхода, развитого в [7, 8], эволюцию операторов поля в кристалле можно описывать уравнениями вида  $\frac{\partial \hat{b}}{\partial z} = \frac{i}{\hbar} [\hat{b}, \hat{G}_{NL}]$ , где  $\hat{G}_{NL}$  – оператор нелинейного взаимодействия:

$$\hat{G}_{NL}(z) = \hbar \gamma(z) \times \int_0^{\omega_0} \{ \hat{b}_p(z) \hat{b}^+(\Omega, z) \hat{b}^+(-\Omega, z) e^{i\Delta(\Omega)z} + \text{э.с.} \} d\Omega. \quad (2)$$

Здесь  $\gamma(z)$  – коэффициент, пропорциональный квадратичной восприимчивости кристалла  $\chi^{(2)}(z)$ ,  $\hat{b}_p(z)$  – оператор уничтожения фотонов в моде накачки, а  $\Delta(\Omega) = k_p - k(\Omega) - k(-\Omega)$  – расстройка фазового синхронизма. Отсюда получаем уравнения

$$\frac{\partial \hat{b}(\Omega, z)}{\partial z} = i\gamma(z) \hat{b}_p(z) \hat{b}^+(-\Omega, z) e^{i\Delta(\Omega)z}, \quad (3)$$

<sup>1)</sup>e-mail: vysogota@gmail.com

$$\frac{\partial \hat{b}_p(z)}{\partial z} = i\gamma^*(z) \int_0^{\omega_0} \hat{b}(\Omega, z) \hat{b}(-\Omega, z) e^{-i\Delta(\Omega)z} d\Omega. \quad (4)$$

Квадратичная восприимчивость меняет знак на границе доменов, поэтому можно записать  $\gamma(z) \sim \sim \text{sgn}\{\cos(K(z)z)\}$ , где функция  $K(z)$  – вектор доменной решетки, описывающий медленное изменение ее периода, и разложить ее в ряд:

$$\gamma(z) = \gamma_0 \left\{ \frac{\pi}{2} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^m}{(2m+1)} e^{i(2m+1) \int_0^z K(z') dz'} \right\}. \quad (5)$$

Пусть успешное замыкание квазисинхронизма в кристалле обеспечивает только гармоника с номером  $m = -1$ . Тогда уравнения (3), (4) преобразуются к виду

$$\frac{\partial \hat{b}(\Omega, z)}{\partial z} = i\gamma_0 \hat{b}_p(z) \hat{b}^+(-\Omega, z) e^{i\Delta(\Omega)z - i \int_0^z K(z') dz'}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \hat{b}_p(z)}{\partial z} = i\gamma_0^* \int_0^{\omega_0} \hat{b}(\Omega, z) \hat{b}(-\Omega, z) e^{-i\Delta(\Omega)z + i \int_0^z K(z') dz'} d\Omega. \quad (7)$$

Далее мы будем считать накачку классической. Это приближение можно оправдывать тем, что даже когда коэффициент параметрического преобразования становится достаточно большим, и интенсивность рассеянного излучения сравнима с интенсивностью накачки, в моде накачки, согласно (7), перемешивается много нескоррелированных мод рассеянного излучения. В этом случае решение (6) имеет вид преобразования Боголюбова

$$\hat{b}(\Omega, z) = A(\Omega, z) \hat{b}(\Omega, 0) + B(\Omega, z) \hat{b}^+(-\Omega, 0), \quad (8)$$

причем  $A(\Omega, z)$  и  $B(\Omega, z)$  четны по частоте, имеют начальные условия  $A(\Omega, 0) = 1$ ,  $B(\Omega, 0) = 0$  и удовлетворяют соотношению  $|A(\Omega, z)|^2 - |B(\Omega, z)|^2 = 1$ .

Пока интенсивность рассеянного излучения много меньше интенсивности накачки, решение (8) приближенно описывается так называемым законом Розенблюта [5, 6, 9], при котором  $A(\Omega, L) \sim B(\Omega, L) \sim \sim e^{\pi\nu}$ , где  $\nu$  – эффективный коэффициент параметрического преобразования:

$$\nu = \frac{\gamma_0^2 n_{p0} L}{|K(L) - K(0)|}, \quad (9)$$

а  $n_{p0} = |b_p(0)|^2$  – число фотонов в моде накачки. Однако увеличение интенсивности накачки сопровождается более быстрым ростом интенсивности рассеянного излучения, и неизбежно настанет момент, когда эффекты истощения накачки станут существенными. Для получения финальной системы уравнений

следует подставить (8) в (6), а (7) усреднить по вакуумному состоянию рассеянного излучения на входе в кристалл:

$$\begin{cases} \frac{\partial A(\Omega, z)}{\partial z} = \\ = i\gamma_0 b_p(z) B^*(\Omega, z) e^{i\Delta(\Omega)z - i \int_0^z K(z') dz'}, \\ \frac{\partial B(\Omega, z)}{\partial z} = \\ = i\gamma_0 b_p(z) A^*(\Omega, z) e^{i\Delta(\Omega)z - i \int_0^z K(z') dz'}, \\ \frac{\partial b_p(z)}{\partial z} = \\ = i\gamma_0^* \int_0^{\omega_0} A(\Omega, z) B(\Omega, z) e^{-i\Delta(\Omega)z + i \int_0^z K(z') dz'} d\Omega. \end{cases} \quad (10)$$

Для решения этой системы диапазон частот  $0 < \Omega < \omega_0$  разбивался на большое ( $N = 10^4$ ) число интервалов, и полученные из системы (10)  $2N + 1$  комплексных уравнений интегрировались численно.

Для расчетов мы использовали те же параметры эксперимента, что и в работах [6, 10]. Накачка на длине волны  $\lambda_p = 532$  нм рассеивается в нелинейном кристалле ниобата лития (легированного 5% оксида магния) толщиной  $L = 4.5$  мм, для которого величина расстройки синхронизма в диапазоне частот  $0 < \Omega < 0.5\omega_0$  хорошо аппроксимируется параболической зависимостью  $\Delta(\Omega) \approx \beta - \alpha(\Omega/\omega_0)^2$ ,  $\alpha = 735$  рад/мм,  $\beta = 901$  рад/мм. В работе [6] была предложена квадратично-гиперболическая зависимость вектора доменной решетки

$$K(z) = \beta - \frac{\alpha}{4(1 + z/L)^2}, \quad (11)$$

обеспечивающая выполнение квазисинхронизма в различных частях кристалла на частотах в диапазоне  $0.25 < \Omega/\omega_0 < 0.5$ . В отличие от линейного закона чирпа доменной структуры функция (11) обеспечивает фазовый набег между разными спектральными компонентами пучков-близнецов  $\Delta\varphi(\Omega) = \arg\{A(\Omega, L)B(\Omega, L)\}$ , который является квадратичной функцией частоты и не содержит членов 3-го и 4-го порядка. Это означает возможность компенсировать фазовый набег при помощи только пассивных оптических элементов.

Возникновение фазового набега связано с тем, что в парах фотонов, рождающихся в начале кристалла, из-за дисперсии групповых скоростей за время прохождения через кристалл один успеваает отстать от второго, тогда как пары, родившиеся ближе к концу кристалла, остаются одновременными. Из-за этого синхронность пучков-близнецов ухудшается, и для ее восстановления необходима дополнительная

фазовая компенсация. Впрочем, даже без нее в работе [10] в сигнале суммарной частоты от пучков-близнецов, рожденных в кристалле с апериодической доменной структурой (11), удалось зарегистрировать когерентный пик шириной 90 фс.

Оценка числа фотонов в импульсах накачки, использовавшихся в эксперименте [10], дает  $n_{p0} \sim 10^{12}$ . На рисунке 1 показан вид спектральной плотности среднего числа фотонов  $S(\Omega) = |B(\Omega, L)|^2$  в сигнальном излучении, полученный в результате численного решения системы (10) для значений эффективного коэффициента преобразования  $\nu \sim 1$  и, соответственно, числа фотонов в импульсе накачки на входе в кристалл  $n_{p0} = \nu \cdot 10^{12}$ . При  $\nu = 1$  эффекты истощения накачки еще несущественны. Из-за неравномерности доменной структуры (11) области кристалла, в которых идет интенсивный рост рассеянного излучения с разными частотами, оказываются различной длины. В результате пик в области частот  $0.26 < \Omega/\omega_0 < 0.3$  существенно больше спектральной плотности на других частотах, что заметно сужает эффективную ширину спектра. Однако истощение накачки, которое при  $\nu = 2$  (и, соответственно, вдвое большем числе фотонов накачки) уже становится заметным, ограничивает в первую очередь рост именно этого пика, т.е. приводит к уширению спектра. При  $\nu = 3$  спектр рассеянного излучения уже имеет вид достаточно ровного плато, ширина которого значительно больше, чем при  $\nu = 1$ .

Отметим также, что истощение накачки приводит к появлению зависимости спектра рассеянного излучения от того, в каком направлении – в прямом или обратном – накачка проходит через доменную структуру (11). Пока истощение накачки несущественно, спектр не меняется при развороте кристалла на  $180^\circ$ . Однако график  $3'$  на рис. 1 показывает, что при  $\nu = 3$  разворот кристалла заметно меняет спектр пучков-близнецов. Истощение накачки при входе в кристалл пренебрежимо мало и начинает проявляться, только когда она дойдет до областей кристалла, в которых происходит генерация максимальной части спектра. Поэтому в зависимости от направления распространения накачки ее истощение больше проявляется либо в низкочастотной, либо в высокочастотной области спектра.

На рисунке 2 показана зависимость начальной интенсивности накачки  $n_{p0}$  и ее интенсивности на выходе из кристалла  $n_p(L) = |b_p(L)|^2$  от величины  $\nu$ . Видно, что эффекты истощения накачки в нашем случае становятся заметными начиная с  $\nu \approx 1.5$ . То, что при дальнейшем росте интенсивности накачки на входе в кристалл ее интенсивность на выходе

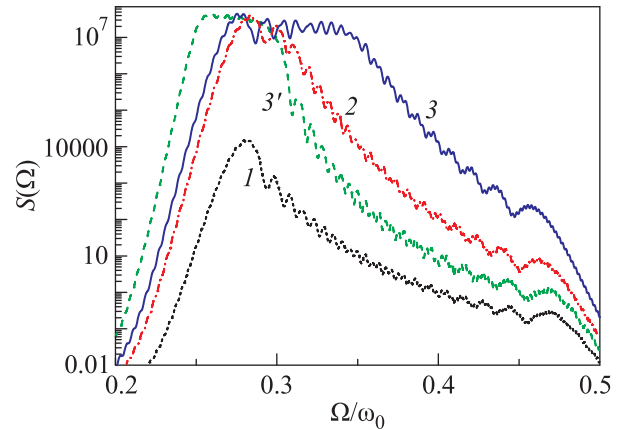


Рис. 1. (Цветной онлайн) Спектральная плотность числа фотонов сигнального излучения  $S(\Omega) = |B(\Omega, L)|^2$ , полученная путем численного решения системы (10) при различных значениях коэффициента эффективного преобразования, растущего вместе с числом фотонов в импульсе накачки:  $\nu = 1$ ,  $n_{p0} = 10^{12}$  (1);  $\nu = 2$ ,  $n_{p0} = 2 \cdot 10^{12}$  (2);  $\nu = 3$ ,  $n_{p0} = 3 \cdot 10^{12}$  (3);  $\nu = 3$ ,  $n_{p0} = 3 \cdot 10^{12}$ , кристалл развернут на  $180^\circ$  ( $3'$ )

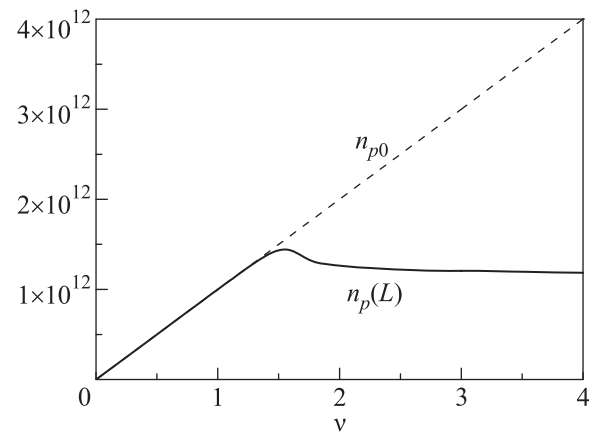


Рис. 2. Зависимость интенсивности накачки (в единицах числа фотонов в импульсе) на входе и на выходе из кристалла в зависимости от величины эффективного коэффициента параметрического преобразования  $\nu$

остается практически неизменной, можно объяснить следующим образом. В каждой точке кристалла накачка эффективно усиливает рассеянное излучение в диапазоне частот, удовлетворяющих неравенству  $|\Delta(\Omega) - K(z)| < 2|\gamma_0 b_p(z)|$  [6]. Это означает, что чем больше амплитуда накачки, тем в большее число мод рассеянного излучения перекачивается ее энергия, и тем быстрее уменьшается ее интенсивность по мере прохождения через кристалл, стремясь на выходе к одному и тому же значению.

Как уже говорилось выше, синхронность пучков-близнецов можно зарегистрировать при помощи ге-

нерации от них сигнала суммарной частоты в нелинейной среде [1, 2]. На рисунке 3 показана зависимость сигнала суммарной частоты от времени  $\tau$ ,

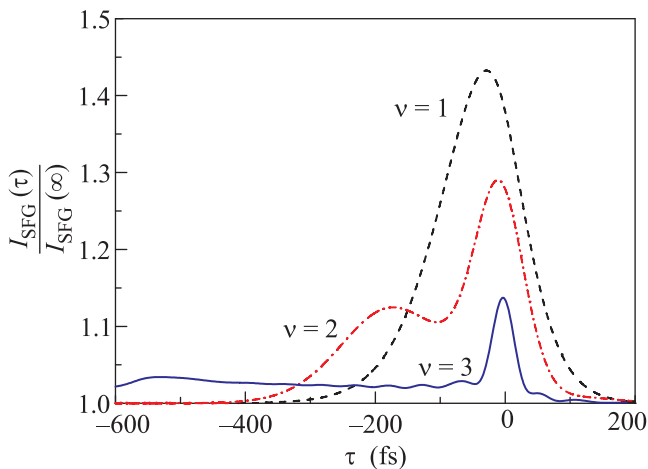


Рис. 3. (Цветной онлайн) Сигнал суммарной частоты (12) как функция задержки холостого канала относительно сигнального от пучков-близнецов, полученных при различных значениях коэффициента параметрического преобразования  $\nu$

на которое холостая часть рассеянного излучения сдвинута относительно сигнальной, рассчитанная по формуле, в различной форме полученной в работах [10–12]:

$$\frac{I_{SFG}(\tau)}{I_{SFG}(\infty)} = 1 + \left( \frac{\int_0^{\omega_0} A(\Omega)B(\Omega)e^{i(\Omega\tau - \Delta(\Omega)L)} d\Omega}{\int_0^{\omega_0} |B(\Omega)|^2 d\Omega} \right)^2. \quad (12)$$

Для наглядности величина сигнала суммарной частоты нормирована на его некогерентный уровень  $I_{SFG}(\infty)$ , соответствующий сдвигу пучков-близнецов друг относительно друга настолько, что никаких корреляций между ними нет. Видно, что даже без компенсации фазового набега  $\Delta\varphi(\Omega)$  уширение спектра, вызванное истощением накачки, приводит к уменьшению ширины когерентного пика до значения  $\tau \approx 40$  фс при  $\nu = 3$ . Наличие фазового набега между различными компонентами спектра рассеянного излучения при этом проявляется, во-первых, в уменьшении амплитуды пика, а, во-вторых, в появлении длинного крыла при отрицательных значениях  $\tau$ .

Таким образом, истощение накачки приводит к ограничению роста наиболее быстро растущих спектральных компонент рассеянного излучения, т.е. способствует уширению спектра пучков-близнецов. В частности, в случае рассеяния в кристалле с аперриодической доменной структурой, которая описывается квадратично-гиперболической функцией (11), предложенной в работе [6], истощение накачки может компенсировать сужение спектра, вызванное быстрым ростом пика в частотном диапазоне  $0.26 < \Omega/\omega_0 < 0.3$ . При этом истощение накачки практически не влияет на фазовый набег  $\Delta\varphi(\Omega)$  между различными спектральными компонентами рассеянного излучения – который в случае функции (11), в отличие от набег фаз при линейном chirpe, остается квадратичной функцией частоты и не содержит членов 3-го и 4-го порядка, что дает возможность компенсировать его при помощи только пассивных оптических элементов. Следует отметить, что эффекты истощения накачки могут быть также связаны с рассеянием в неколлинеарные моды, которые в нашей работе не учитывались.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ # 17-12-01134.

1. I. Abram, R. K. Raj, J. L. Oudar, and G. Dolique, Phys. Rev. Lett. **57**, 2516 (1986).
2. S. Sensarn, G. Y. Yin, and S. E. Harris, Phys. Rev. Lett. **104**, 253602 (2010).
3. S. E. Harris, Phys. Rev. Lett. **98**, 063602 (2007).
4. Г. Х. Китаева, М. В. Чехова, О. А. Шумилкина, Письма в ЖЭТФ **90**, 190 (2009).
5. M. Charbonneau-Lefort, B. Afeyan, and M. M. Fejer, J. Opt. Soc. Am. B **25**, 463 (2008).
6. D. V. Horoshko and M. I. Kolobov, Phys. Rev. A **95**, 033837 (2017).
7. B. Huttner, S. Serulnik, and Y. Ben-Aryeh, Phys. Rev. A **42**, 5594 (1990).
8. B. Huttner and S. M. Barnett, Phys. Rev. A **46**, 4306 (1992).
9. M. N. Rosenbluth, Phys. Rev. Lett. **29**, 565 (1972).
10. M. V. Chekhova, S. Gernanskiy, D. V. Horoshko, G. Kh. Kitaeva, M. I. Kolobov, G. Leuchs, C. R. Phillips, and P. A. Prudkovskii, Opt. Lett. **43**, 375 (2018).
11. B. Dayan, Phys. Rev. A **76**, 043813 (2007).
12. D. V. Horoshko and M. I. Kolobov, Phys. Rev. A **88**, 033806 (2013).