Письма в ЖЭТФ, том 107, вып. 12, с. 823 – 824

Фликкер-шум в локально-неравновесной среде

А. Н. Морозов[1)]

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, 105005 Москва, Россия

Поступила в редакцию 6 марта 2018 г.
После переработки 8 мая 2018 г.

Предложено при описании флуктуаций в локально-неравновесных физических средах использовать модель, предполагающую воздействие на частицы среды внешних сил, имеющих спектр фликкер-шума. Получено уравнение Ланжевена, дополненное интегральными слагаемыми, описывающими воздействие локально-неравновесной среды. Рассчитана спектральная плотность флуктуаций электрического тока, протекающего в локально-неравновесной среде, и установлено, что в низкочастотной части спектра она представляет собой фликкер-шум.

DOI: 10.7868/S0370274X18120135

При описании равновесных флуктуаций в физических средах обычно применяется модель, предполагающая воздействие на частицы среды случайных сил, имеющих в низкочастотной части спектр белого шума. Такая модель соответствует требованиям флуктуационно-диссипационной теоремы, предполагает отсутствие временных корреляций и позволяет применять теорию марковских процессов.

Другим примером флуктуаций является фликкер-шум, наблюдающийся в локально-неравновесных средах и характеризующийся очень сильными временными корреляциями. Фликкер-шум экспериментально наблюдается при протекании электрического тока в различных средах [1, 2]. В частности, такой шум наблюдается при протекании электрического тока в полупроводниках [3, 4] и в малых объемах электролита [5–7]. Теоретическое объяснение фликкер-шума может быть построено в рамках модели, предполагающей существование флуктуаций кинетических коэффициентов, в частности, коэффициента вязкости при броуновском движении и диффузии, а его математическое описание – с помощью теории немарковских процессов, описывающей случайные процессы с памятью [8–12].

Отметим, что оба указанных выше типа флуктуаций имеют фундаментальную природу и наблюдаются во всех процессах, протекающих в физических средах. При этом белый шум наблюдается в равновесной среде при отсутствии необратимых процессов, а фликкер-шум – в локально-неравновесной при протекании необратимых процессов, характеризующихся производством энтропии.

Для локально-неравновесной среды характерно наличие некоторого времени запаздывания τ_0 между моментами приложения силы и возникновением отклика [13, 14]. Это время характеризует процесс хаотизации частиц среды и является величиной, связывающей локальное отклонение энтропии δS и производство энтропии σ_S, отнесенные к одной частице среды

$$\delta S = \tau_0 \sigma_S. \tag{1}$$

Применим предложенный подход для описания броуновского движения [15–17]. С учетом требований флуктуационно-диссипационной теоремы, уравнение для скорости движения V броуновской частицы в одномерном случае можно представить в виде модифицированного интегро-дифференциального уравнения Ланжевена

$$\frac{dV}{dt} + \gamma V + \int\limits_{-\infty}^{t} \frac{\gamma}{\sqrt{\nu_\tau (t-\tau)}} \frac{dV(\tau)}{d\tau} =$$

$$= F(t) + \xi_1(t) + \int\limits_{-\infty}^{t} \frac{\gamma}{\sqrt{\nu_\tau (t-\tau)}} \xi_2(\tau) d\tau, \tag{2}$$

где γ – коэффициент релаксации броуновской частицы, $\nu_\tau = 1/\tau_0$ – интенсивность случайного воздействия локально-неравновесной среды на броуновскую частицу, τ_0 – постоянная времени хаотизации частиц среды, $F(t)$ – детерминированное внешнее воздействие, $\xi_1(t)$ и $\xi_2(t)$ – случайные процессы, действующие со стороны частиц среды на броуновскую частицу в равновесном и локально-неравновесном случаях. Уравнение (1) без учета последних интегральных слагаемых в левой и правой частях представляет собой традиционное уравнение Ланжевена, которое описывает броуновское движение в равновесной среде.

[1)]e-mail: amor59@mail.ru

Предпоследнее слагаемое в правой части уравнения (2) описывает воздействие равновесных флуктуаций типа белого шума, а последнее – неравновесного фликкер-шума, связанного с производством энтропии в локально-неравновесной среде.

Случайные процессы $\xi_1(t)$ и $\xi_2(t)$ будем описывать моделью δ-коррелированного белого шума с корреляционными функциями

$$\langle \xi_1(t_2)\xi_1(t_1)\rangle = \frac{2\gamma kT}{m}\delta(t_2 - t_1), \tag{3}$$

и

$$\langle \xi_2(t_2)\xi_2(t_1)\rangle = \frac{2\sigma_S T}{m}\delta(t_2 - t_1), \tag{4}$$

где k – постоянная Больцмана, T – температура среды, m – масса броуновской частицы, а производство энтропии σ_S при детерминированном движении броуновской частицы можно вычислить по формуле

$$\sigma_S = \frac{mF^2}{\gamma T}. \tag{5}$$

Преобразование Лапласа уравнения (2) позволяет найти спектральную плотность флуктуаций скорости $V(t)$

$$G_V(\omega) = \left|\tilde{V}(i\omega)\right|^2 =$$
$$= \frac{2\gamma\nu_\tau kT\omega + 2\pi\gamma^2\sigma_S T}{m\omega(\nu_\tau(\omega^2+\gamma^2) + \sqrt{2\pi\nu_\tau\omega}(\omega+\gamma)\gamma + \pi\gamma^2\omega)}. \tag{6}$$

При получении выражения (6) предполагалось, что $F(t) = F = \text{const}$, и были учтены формулы (3) и (4).

Для низкочастотного случая при $\omega \ll \gamma$ и $\omega \ll \nu_\tau$ формула (6) приобретает вид

$$G_V(\omega) = \frac{2kT}{m\gamma} + \frac{2\pi\sigma_S T}{m\nu_\tau\omega}. \tag{7}$$

Первое слагаемое в (7) описывает флуктуации скорости броуновской частицы в равновесной среде, а второе – в локально-неравновесной.

Из формулы (7) следует, что при движении броуновской частицы в неравновесной среде в низкочастотной части спектра спектральная плотность флуктуаций ее скорости описывается фликкер-шумом.

Второе слагаемое формулы (7) позволяет найти низкочастотные относительные флуктуации электрического тока $\delta I(t)/I_0$:

$$G_{\delta I/I_0}(\omega) = \frac{2\pi\sigma_s T}{m\nu_\tau\mu^2 NE^2\omega}, \tag{8}$$

где I_0 – величина постоянного тока, μ – подвижность носителей заряда, N – число носителей заряда, E – напряженность электрического поля.

После подстановки в эту формулу выражения (5) запишем ее в стандартном виде

$$G_{\delta I}(f) = \frac{\alpha}{Nf}, \tag{9}$$

где $f = \frac{\omega}{2\pi}$ – частота флуктуаций тока, а α – константа Хоуге

$$\alpha = \frac{q}{m\nu_\tau\mu} = \frac{\gamma}{\nu_\tau}. \tag{10}$$

В работах [3, 4] показано, что для слабо легированных полупроводников константа $\alpha = 2\cdot 10^{-3}$. Тогда время хаотизации

$$\tau_0 = \frac{1}{\nu_\tau} = \frac{\alpha}{\gamma} \tag{11}$$

и может быть оценено величиной $\tau_0 = 10^{-15}\ldots 10^{-16}$ с.

Таким образом, предложенный подход, основанный на описании фликкер-шума в локально-неравновесной среде как немарковского процесса, позволил получить оценку времени хаотизации τ_0 частиц среды.

1. Г. Н. Бочков, Ю. Е. Кузовлев, УФН **141**, 151 (1983).
2. Ю. Е. Кузовлев, УФН **185**, 773 (2015).
3. F. N. Hooge, IEEE Transactions on Electronic Devices **41**, 1926 (1994).
4. Ш. М. Коган, УФН **145**, 285 (1985).
5. F. N. Hooge and J. L. Gaal, Philips Research Reports **26**, 77 (1971).
6. S. M. Bezrukov, M. A. Pustovoit, A. I. Sibilev, and G. M. Drabkin, Physica B: Cond. Matt. **159**, 388 (1989).
7. R. J. Berg, A. Devos, and J. Degoede, Phys. Lett. A **139**, 249 (1989).
8. F. Marchesoni and A. Taloni, Phys. Rev. Lett. **97**, 106101 (2006).
9. А. Н. Морозов, ЖЭТФ **109**, 1304 (1996).
10. A. N. Morozov and A. V. Skripkin, Phys. Lett. A **375**, 4113 (2011).
11. E. K. Lenzi, L. R. Evangelista, M. K. Lenzi, H. V. Ribeiro, and E. C. Oliveira, Phys. Lett. A **374**, 4193 (2010).
12. A. Mura, M. S. Taqqu, and F. Mainardi, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications **387**, 5033 (2008).
13. С. В. Соболев, УФН **167**, 1096 (1997).
14. D. Jou, J. Casas-Vazquez, and G. Lebon, *Extended Irreversible Thermodynamics*, 4-th ed., Springer, Berlin (2010), p. 41.
15. V. Lisy, J. Tothova, and L. Glod, Int. J. Thermophys. **34**, 629 (2013).
16. А. Н. Морозов, Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана, Естественные науки **5**, 57 (2017).
17. А. Н. Морозов, А. В. Скрипкин, *Немарковские физические процессы*, Физматлит, М. (2018), с. 60.