Письма в ЖЭТФ, том 48, вып. 10, стр. 516 – 518 *25 ноября 1988 г.*

$(\alpha')^2$-ПОПРАВКА В ЭФФЕКТИВНОЕ ДЕЙСТВИЕ БОЗОННОЙ СТРУНЫ ИЗ ТРЕХПЕТЛЕВОЙ β-ФУНКЦИИ НЕЛИНЕЙНОЙ σ-МОДЕЛИ С КРУЧЕНИЕМ

С.В.Кетов, А.И.Самолов

Трехпетлевая β-функция двумерной нелинейной σ-модели с членом Весса–Зумино–Виттена удовлетворяет условию интегрируемости. Приведены результаты вычисления $(\alpha')^2$-поправки в низкоэнергетическое эффективное действие бозонной струны с учетом антисимметричного тензорного поля Калб–Рамона.

σ-модельный подход в теории струн является одним из способов рассмотрения низкоэнергетической динамики безмассовых мод струны в пространстве-времени. Вычисление соответствующего эффективного действия имеет важнейшее значение для решения проблем компактификации и феноменологии струн. Уравнения движения, вытекающие из эффективного действия, эквивалентны условиям конформной инвариантности соответствующей двумерной нелинейной σ-модели [1–2]. Конформная инвариантность тесно связана с обращением в нуль пертурбативных β-функций σ-модели [3–4].

Для бозонной струны двухпетлевые $(O(\alpha')^2)$ β-функции[1)] для метрики, антисимметричного тензора (поля Калб–Рамона) и дилатона, вычисленные в [4–6], удовлетворяют условию интегрируемости, а соответствующее эффективное действие согласуется с результатами, полученными из струнных амплитуд [7].

Трехпетлевая β-функция двумерной нелинейной σ-модели с членом Весса–Зумино–Виттена вычислена в [8, 9]. В суперсимметричном случае трехпетлевой вклад в β-функцию σ-модели с кручением обращается в нуль [10].

В бозевском случае трехпетлевой вклад в β-функцию с учетом кручения имеет чрезвычайно сложный вид с общей структурой

$$\beta^{(3)}_{df} \sim \hat{R} R^2 + (\hat{\nabla} R)^2 + R^2 \hat{\nabla} H + R(\hat{\nabla} R) H + (\hat{\nabla}^2 R)(\hat{\nabla} H) + \hat{R} R H^2 + R(\hat{\nabla} H)^2 +$$
$$+ (\hat{\nabla} R)(\hat{\nabla} H) H + RH(\hat{\nabla}^2 H) + (\hat{\nabla}^2 R) H^2 + RH^2 (\nabla H)^2 + (\hat{\nabla} R) H^3 + (\hat{\nabla} H)^3 +$$
$$+ (\hat{\nabla}^2 H)(\nabla H) H + (\hat{\nabla}^3 H) H^2 + \hat{R} H^4 + (\hat{\nabla} H)^2 H^2 + H^4 (\nabla H), \tag{1}$$

где R – тензор кривизны (без кручения), H – 3-форма напряженности антисимметричного тензора, $\hat{R}$ и $\hat{\nabla}$ – тензор кривизны и ковариантная производная, соответственно, с кручением H [6]. Детали вычислений и явный вид β-функции приведены в [8].

Один из методов восстановления эффективного действия по известной β-функции заключается в использовании наиболее общего действия с неопределенными коэффициентами и тождества [5]

$$\nabla^a \beta^g_{ab} - H^{ac}_b \, \beta^H_{ac} = -\frac{1}{2} \nabla_b L_{eff}, \tag{2}$$

в котором эффективный лагранжиан L_{eff} определен с точностью до полной производной[2)].

---

1) Используемые в работе соглашения и обозначения приведены в [6], в частности, $2\pi\alpha' = 1$.

2) Существуют другие способы восстановления эффективного действия, например, с использованием CP-тождества [12, 13].

При восстановлении эффективного струнного действия из β-функции σ-модели необходимо учитывать зависимость β-функции от правил обращения с символом Леви—Чивита $\epsilon^{\mu\nu}$ (в рамках размерной регуляризации) и от принятой схемы вычитаний, а также зависимость действия от переопределений полей: метрики и антисимметричного тензора [11]. С использованием наиболее общего (в данном порядке по α') переопределения полей можно ввести "укороченное" действие, в определении которого будет участвовать минимальное число членов. Результатом такого анализа является следующая формула действия

$$I_2 = -\frac{1}{32(2\pi)^2}\int d^{26}x\sqrt{g}\,[a_1 R_{abcd}R^{cd}{}_{pq}R^{pqab} + a_2 R_{abcd}R^{apc}{}_{t}R^{btd}{}_{p} +$$

$$+ a_3 R_{abcd}H^{apq}H^{b}_{pt}H^{c}_{qs}H^{dts} + a_4 R_{abcd}H^{abp}H^{cdk}H_{ptq}H^{tq}_{k} +$$

$$+ a_5 R_{abcd}H^{atk}H^{bsm}H^{cd}_{s}H_{tkm} + a_6 R_{abcd}H^{atk}H^{bs}_{t}H^{cdp}H_{ksp} +$$

$$+ a_7 R_{abcd}H^{atk}H^{b}_{sm}H^{c}_{tk}H^{dsm} + a_8 R_{abcd}R^{abpq}H^{cdt}H_{pqt} +$$

$$+ a_9 R_{abcd}R^{abpq}H^{c}_{pt}H^{dt}_{q} + a_{10}R_{abcd}R^{apcq}H^{b}_{pk}H^{dk}_{q} +$$

$$+ a_{11}R_{abcd}R^{abct}H^{dpq}H_{tpq} + a_{12}R_{abcd}R^{apqt}H^{cd}_{p}H^{b}_{qt} +$$

$$+ a_{13}H_{abc}H^{apq}H^{bct}H_{pqs}H_{tkm}H^{skm} + a_{14}H_{abc}H^{apq}H^{bct}H_{pts}H_{qkm}H^{skm} +$$

$$+ a_{15}H_{abc}H^{apq}H^{bct}H_{psm}H^{sk}_{q}H^{m}_{tk} + a_{16}H_{abc}H^{apq}H^{bmt}H^{cks}H_{pmk}H_{qts} +$$

$$+ a_{17}H_{abc}H^{apq}H^{b}_{pt}H^{cms}H_{qmk}H^{tk}_{s} + a_{18}H_{abc}H^{ap}_{k}D^{b}H^{cms}D^{k}H_{msp} +$$

$$+ a_{19}H^2(DH)^2 + a_{20}H^2(DH)^2 + a_{21}R_{abcd}D^{a}H^{b}_{kt}D^{c}H^{dkt}\,], \qquad (3)$$

где в качестве 19-го и 20-го членов можно взять любые два линейно независимых выражения, составленных из

$$H_{abc}H^{apq}D_pH^{b}_{ms}D_qH^{cms}, \qquad H_{abc}H^{ams}D_kH^{b}_{mt}D^{k}H^{ct}_{s},$$

$$H_{abc}H^{pqt}D^{a}H^{bck}D_tH_{pqk}, \qquad H_{abc}H^{pqt}D^{a}H_{pqk}D_tH^{bck}. \qquad (4)$$

Эффективное действие (3) согласуется с трехпетлевой β—функцией (в предписании Хуфта—Вельтмана для $\epsilon^{\mu\nu}$) двумерной нелинейной σ-модели с кручением [8], если коэффициенты a_i в (3) выбраны следующим образом

$$a_1=-2,\quad a_2=-8/3;\quad a_3=-2/3,\quad a_4=3/2,\quad a_5=9/2,\quad a_6=5/3,$$

$$a_7=9/8;\quad a_8=7/4,\quad a_9=-4/3,\quad a_{10}=2/9,\quad a_{11}=-3,\quad a_{12}=2;$$

$$a_{13}=880/81,\quad a_{14}=-281/27,\quad a_{15}=1045/81,\quad a_{16}=-2626/27,$$

$$a_{17}=-2383/27;\quad a_{18}=3/2;\quad a_{19}=a_{20}=0;\quad a_{21}=3/2\ .$$

Коэффициенты $a_1, a_2, a_3, a_8, a_9, a_{10}, a_{11}, a_{12}, a_{16}, a_{17}, a_{18}$ и a_{21} являются инвариантными.

Формулы (3) и (5) представляют основной результат. В отсутствие кручения $(H = 0)$ они совпадают с известными результатами Р.Р.Мецаева и А.А.Цейтлина [14] по вычислению гравитационной части эффективного действия из древесных амплитуд в теории замкнутых бозонных струн.

Факт интегрируемости трехпетлевой β-функции двумерной нелинейной σ-модели с членом Весса–Зумино–Виттена является одновременно контролем вычислений как самой β-функции, так и эффективного действия. В то же время было бы чрезвычайно желательно независимое вычисление эффективного действия (3) из древесных струнных амплитуд, что явилось бы окончательной проверкой коэффициентов (5).

Литература

1. *Lovelace C.* Phys. Lett. B, 1984, **136,** 75.
2. *Fradkin E.S., Tseytlin A.A.* Nucl. Phys. B, 1986, **261,** 1.
3. *Callan C.G., Friedan D., Martinec E., Perry M.* Nucl. Phys. B, 1985, **262,** 593.
4. *Metsaev R.R., Tseytlin A.A.* Nucl. Phys. B, 1987, **293,** 385.
5. *Zanon D.* Phys. Lett. B, 1987, **191,** 363.
6. *Ketov S.V.* Nucl. Phys. B, 1987, **294,** 813.
7. *Gross D., Sloan J.H.* Nucl. Phys. B, 1987, **291,** 41.
8. *Дериглазов А.А., Кетов С.В., Прагер Я.С.* Препринты ТФ СО АН СССР №№ 3, 4, Томск, 1988.
9. *Кетов С.В.* Письма в ЖЭТФ, 1988, **47,** 283.
10. *Ketov S.V.* Phys. Lett. B, 1988, **207,** 140.
11. *Tseytlin A.A.* Phys. Lett. B, 1986, **176,** 92.
12. *Curci G., Paffuti G.* Nucl. Phys. B, 1987, **286,** 399.
13. *Tseytlin A.A.* Nucl. Phys. B, 1987, **294,** 383.
14. *Metsaev R.R., Tseytlin A.A.* Phys. Lett. B, 1987, **185,** 52.

Институт сильноточной электроники
Академии наук СССР
Сибирское отделение

Поступила в редакцию
13 октября 1988 г.