

Зональные течения в двумерной затухающей магнитогидродинамической турбулентности на β -плоскости

Т. А. Зиняков^{+*1)}, А. С. Петросян^{+*}

⁺Институт космических исследований РАН, 117997 Москва, Россия

^{*}Московский физико-технический институт (Государственный университет), 141701 Долгопрудный, Россия

Поступила в редакцию 7 мая 2018 г.

После переработки 25 июня 2018 г.

Для двумерной магнитогидродинамической турбулентности на β -плоскости предложен масштаб, характеризующий верхнюю границу энергонесущего интервала, являющийся аналогом классического масштаба Райнса для турбулентности в нейтральной жидкости на β -плоскости. Получено, что в двумерной магнитогидродинамической турбулентности на β -плоскости образуются только нестационарные зональные течения со сложной временной динамикой. Показано, что нестационарность течений вызвана возникновением в системе изотропных магнитных островов вследствие влияния силы Лоренца. Характерные размеры течения согласуются с предложенным масштабом.

DOI: 10.1134/S0370274X18140011

I. Введение. Магнитогидродинамическая турбулентность во вращающейся плазме является распространенным состоянием течений в плазменной астрофизике. Изучение фундаментальных свойств такой турбулентности позволяет понять эволюцию различных объектов, наблюдаемых в астрофизике: от Солнца и звезд до планетных систем, галактик и скоплений галактик. Практически, речь идет об обобщении и развитии методов геофизической гидродинамики [1] с учетом принципиальных различий в поведении крупномасштабных турбулентных плазменных течений вследствие присутствия магнитных полей. Решение такой трудной физической задачи требует как развития упрощенных моделей, так и использования численных экспериментов. Это особенно касается зональных течений, возникающих вследствие нарушения изотропии системы, поскольку в плазменной астрофизике имеются два механизма анизотропизации системы, а именно, вращение и сила Лоренца. Поэтому картина зональных течений, характерных для планетных атмосфер [2–5], значительно усложняется.

Зональные течения в магнитной гидродинамике характерны также для тороидальной плазмы, в работах [6, 7] найдены стационарные решения тороидальной замагниченной плазмы в виде шировых течений вдоль магнитных поверхностей. В таких системах зарождение зональных течений связывают с дрейфовой турбулентностью [8].

В настоящей работе исследуется пространственно-временная динамика затухающей двумерной магнитогидродинамической турбулентности при наличии вращения. Это перспективное направление исследований, поскольку хорошо известно, что даже очень малое магнитное поле может играть важную роль, изменяя свойства турбулентного переноса в проводящей жидкости. Модель двумерной магнитогидродинамической турбулентности при наличии силы Кориолиса является базовой в плазменной астрофизике. Поскольку в астрофизике встречаются ситуации, когда течения становятся плоскими благодаря быстрому вращению или действию внешнего вертикального магнитного поля [9]. Отметим также, что при наличии сильной стратификации турбулентные течения демонстрируют формирование множества плоских структур в виде двумерных не взаимодействующих слоев. Большинство (не все) течения в плазменной астрофизике имеют сферическую геометрию, поэтому проекция угловой скорости вращения на местную вертикаль меняется с широтой. Мы используем приближение β -плоскости для линейной аппроксимации зависимости параметра Кориолиса f от координаты в направлении юг–север.

В данной работе используются уравнения двумерной магнитогидродинамики с силой Кориолиса в приближении β -плоскости для качественного анализа и численного моделирования процессов в плазменной астрофизике. Такая система уравнений используется для описания процессов в солнечном тахоклине, в атмосферах нейтронных звезд, в маг-

¹⁾e-mail: zinyakov@phystech.edu

нитоактивных атмосферах экзопланет, захваченных течением несущей звезды. Двумерные уравнения допускают решение в виде волн Россби в линейном приближении, в то время как в нелинейном пределе при отсутствии β -члена эти уравнения описывают классическую изотропную двумерную магнитогидродинамическую турбулентность. Полные уравнения двумерной магнитогидродинамики на β -плоскости описывают взаимодействие двумерной магнитогидродинамической турбулентности и волн Россби. Отметим также, что уравнения двумерной магнитогидродинамики на β -плоскости включают решение в виде магнито-Россби волн при наличии полоидальных и/или тороидальных магнитных полей в линейном приближении [10], турбулентные течения с альфвеновскими волнами в нелинейном пределе без β -эффекта и их взаимодействие в полной системе уравнений. Такая ситуация характерна для солнечного тахоклина [11, 12] и не рассматривается в настоящей работе.

Как хорошо известно, в случае вращающейся нейтральной жидкости в приближении β -плоскости существует критерий Райнса, который описывает анизотропную границу между волновой и турбулентной динамикой [13]. За счет обратного каскада энергии в двумерной гидродинамике энергия накапливается в анизотропных областях, примыкающих к границе, происходит образование зональных течений – анизотропных структур, вытянутых вдоль всего зонального (азимутального) направления.

В данной работе обобщены качественные соображения об определении границы между волновой и турбулентной динамикой на магнитогидродинамический случай и получили новый критерий, описывающий границу между волновой динамикой и магнитогидродинамической турбулентностью. Ниже обсуждаются первые результаты численного моделирования двумерной затухающей магнитогидродинамической турбулентности на β -плоскости. Предложенный критерий позволил интерпретировать и сравнить результаты численного моделирования двумерной магнитогидродинамической турбулентности и турбулентности в нейтральной жидкости на β -плоскости.

Показано образование зональных течений в магнитогидродинамической турбулентности на β -плоскости, которые существенно отличаются от течений в нейтральной жидкости. Зональные течения в магнитогидродинамической турбулентности нестационарны из-за наличия в системе изотропных магнитных островов. Также показано, что обратный каскад энергии в затухающей магнитогидродинамической турбулентности на β -

плоскости останавливается на масштабе, который отличается от масштаба Райнса, но согласуется с введенным нами новым критерием границы между волновой динамикой и магнитогидродинамической турбулентностью.

II. Исходные уравнения и качественные соображения. Будем использовать ниже магнитогидродинамическое описание вращающейся плазмы, пренебрегая эффектами сжимаемости. В этом приближении предполагается, что поведение плазмы схоже с поведением жидкости с учетом силы Лоренца и описывается следующими уравнениями для несжимаемой жидкости с плотностью $\rho = \rho_0 = \text{const}$:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \frac{1}{c\rho} \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \nu \Delta \mathbf{u}, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2)$$

а также уравнением эволюции магнитной индукции:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \frac{c^2}{4\pi\sigma} \Delta \mathbf{B}, \quad (3)$$

где \mathbf{u} – скорость, $\boldsymbol{\Omega}$ – угловая скорость вращения, \mathbf{B} – магнитное поле, $\mathbf{j} = \frac{c}{4\pi} \nabla \times \mathbf{B}$ – ток, ν – кинематическая вязкость, c – скорость света и σ – проводимость среды. Последнее слагаемое в уравнении (3) описывает диффузию магнитного поля с коэффициентом диффузии $\eta = c^2/4\pi\sigma$. При достаточно большой проводимости среды σ уравнение (3) описывает вмерзненность магнитного поля в плазме. Для исследования двумерной затухающей магнитогидродинамической турбулентности на β -плоскости мы преобразуем систему (1)–(3) в удобный для численного моделирования вид.

Эволюция завихренности ω и потенциала магнитного поля A двумерного магнитогидродинамического течения несжимаемой вязкой жидкости (плазмы) в приближении β -плоскости описывается следующими уравнениями:

$$\partial_t \omega = J(\psi, \omega) + \beta \psi_x + \frac{1}{4\pi\rho} J(A, \Delta A) + \nu \Delta \omega, \quad (4)$$

$$\partial_t A = J(\psi, A) + \eta \Delta A, \quad (5)$$

где ψ – функция тока, $\omega = -\nabla^2 \psi$. Функция $J(a, b) = a_x b_y - a_y b_x$ – якобиан функций $a(x, y)$ и $b(x, y)$. Завихренность и функция тока связаны с двумерным полем скорости (u^x, u^y) следующими соотношениями:

$$\omega = u_x^y - u_y^x; \quad u^x = \psi_y; \quad u^y = -\psi_x.$$

Потенциал магнитного поля связан с двумерным магнитным полем (B^x, B^y) следующими соотношениями:

$$B^x = A_y; \quad B^y = -A_x.$$

В приближении β -плоскости в (4) проекция угловой скорости на вертикаль к сфере аппроксимируется по широте следующим образом: $f = f_0 + \beta y$, где β – параметр Россби. В работе изучается локальная двумерная область ($2\pi \times 2\pi$) на сфере с периодичными граничными условиями. При этом ось x направлена вдоль азимута, ось y направлена в сторону, противоположную широте (коширота).

Система уравнений (4)–(5) описывает течения вращающейся плазмы с пространственным масштабом l , много меньшим радиуса Россби r_R [14].

Уравнения (4)–(5) допускают два вида течений: волны Россби и турбулентность. Оценим качественно границу раздела между волновой динамикой и магнитогидродинамической турбулентностью в пространстве волновых векторов, сравнивая нелинейное слагаемое и слагаемое, описывающее вращение в уравнении (4), как это сделано в работе [13]. Для единообразия и полноты картины приведем качественные соображения для двумерных течений нейтральной жидкости на β -плоскости.

Запишем дисперсионное соотношение для волн Россби в нейтральной жидкости в следующем виде [15]:

$$w = -\frac{\beta k_x}{k_x^2 + k_y^2}, \quad (6)$$

а характерное время оборота вихря в турбулентном течении оценим, используя среднеквадратичную скорость турбулентного течения U , как

$$\tau_k = \frac{l_k}{U} = \frac{2\pi}{Uk}. \quad (7)$$

Заметим, что в области волновых векторов, где частоты волн Россби больше турбулентной частоты (характерное время волн Россби меньше времени оборота вихря в турбулентном течении), доминируют волны Россби, вне этой области доминирует турбулентность. Приравнявая турбулентную частоту ($1/\tau_k$) и дисперсионное соотношение (6), получим следующие выражения для границы между волновой и турбулентной динамикой:

$$k_x = \pm \sqrt{\frac{\beta}{2U}} \cos^{3/2} \theta, \quad k_y = \sqrt{\frac{\beta}{2U}} \sin \theta \cos^{1/2} \theta, \quad (8)$$

где $\theta = \arctg(k_y/k_x)$ – полярный угол, изменяющийся в пределе от $-\pi/2$ до $\pi/2$.

Из соотношения (8) следует, что граница между волновой и турбулентной динамикой имеет ∞ -форму (рис. 1), а характерный масштаб области доминирования волн Россби (масштаб Райнса [13, 15]) оцени-

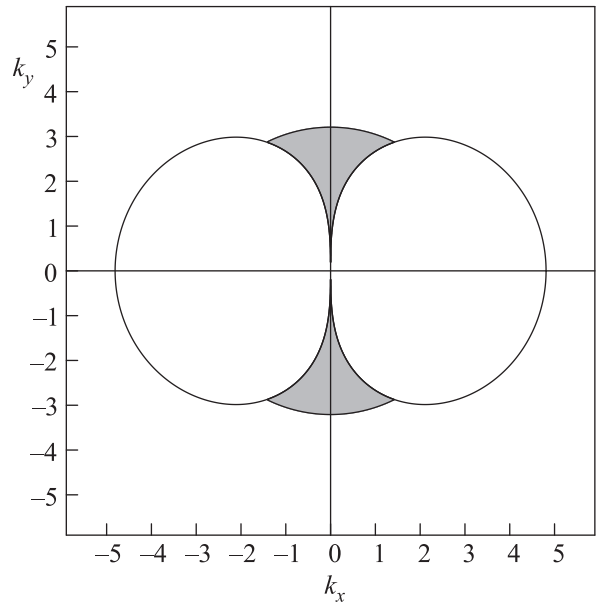


Рис. 1. Анизотропная граница между турбулентностью и волнами Россби в волновом векторном пространстве. Серым цветом показана область зональных течений

вается как максимальное значение волнового числа в выражении (8):

$$k_\beta = \sqrt{\beta/2U}. \quad (9)$$

Динамика двумерной турбулентности описывается обратным каскадом энергии: мелкие структуры сливаются в более крупные. При наличии вращения обратный каскад энергии останавливается на границе, и энергия скапливается в областях, граничащих с узлом кривой (рис. 1). При наличии диссипации в крупных масштабах [1] турбулентность переходит к устойчивому состоянию: происходит образование зональных течений – структур, у которых волновая компонента в направлении вращения $k_x = 0$, т.е. характерный размер структуры вдоль направления вращения $l_x \rightarrow \infty$.

Ниже обобщим обсуждаемую качественную картину в контексте уравнения (4) для случая, когда среднеквадратичная скорость турбулентного течения меньше среднеквадратичной альфвеновской скорости $U_A = B/\sqrt{4\pi\rho}$, где B – среднеквадратичное магнитное поле, и, как следствие, нелинейное слагаемое, связанное с магнитным полем, оказывает большее влияние на динамику системы, чем гидродинамическая нелинейность. Введем понятие характерного времени оборота вихря в магнитогидродинамическом течении τ_k^M в качестве временного масштаба, характеризующего нелинейное слагаемое, включающее магнитное поле в уравнении (4). Оценим τ_k^M , ис-

пользуя среднеквадратичную скорость U и среднеквадратичную альфвеновскую скорость U_A , как

$$\tau_k^M = \frac{l_k U}{U_A^2} = \frac{2\pi U}{U_A^2 k}. \quad (10)$$

Приравнивая выражения для $(1/\tau_k^M)$ и дисперсионное соотношение (6), получим новые выражения для границы между волновой динамикой и магнитогидродинамической турбулентностью:

$$k_x = \pm \sqrt{\frac{\beta U}{2U_A^2}} \cos^{3/2} \theta, \quad k_y = \sqrt{\frac{\beta U}{2U_A^2}} \sin \theta \cos^{1/2} \theta. \quad (11)$$

Граница между волновой и магнито-турбулентной динамикой имеет ∞ -форму, аналогично границе на рис. 1. Характерный масштаб границы области доминирования волн Россби при наличии магнитного поля оценивается как

$$k_\beta^M = \sqrt{\beta U / 2U_A^2}. \quad (12)$$

Таким образом, если среднеквадратичная скорость турбулентного течения U больше среднеквадратичной альфвеновской скорости U_A , то для оценки области доминирования волн Россби следует использовать масштаб Райнса (9). Если среднеквадратичная альфвеновская скорость U_A больше среднеквадратичной скорости U , то для оценки области доминирования волн Россби предложим использовать введенный выше масштаб (12). В случае когда среднеквадратичная скорость U и среднеквадратичная альфвеновская скорость U_A равны, масштабы (9) и (12) совпадают.

III. Результаты. Далее используем уравнения (4)–(5), записанные в безразмерном виде, для численного моделирования двумерной затухающей магнитогидродинамической турбулентности на β -плоскости. Пространственные переменные безразмерены на $L_0/2\pi$, где L_0 – характерный масштаб самого крупного вихря. Завихренность w безразмерена на величину U_0/L_0 , где U_0 определяется из начальной кинетической энергии системы E_0^V следующим соотношением:

$$U_0 = \sqrt{\frac{2E_0^V}{\rho_0 L_0^2}}.$$

Время безразмерено на величину $T_0 = L_0/U_0$. Потенциал магнитного поля A безразмерен на величину $A_0 = B_0 L_0$, где B_0 определяется из начальной магнитной энергии системы E_0^M следующим соотношением:

$$B_0 = \sqrt{\frac{8\pi E_0^M}{L_0^2}}.$$

Параметр Россби β безразмерен на величину $\beta_0 = U_0/L_0^2$.

Для численного решения системы (4)–(5) используется псевдоспектральный метод с фильтрацией ошибок дискретизации по правилу $2/3$, а именно, при использовании пространственной сетки $(N \times N)$ сетка в Фурье-пространстве (набор Фурье-гармоник) ограничивается квадратной областью $-N/3 \leq k_x, k_y \leq N/3$. В качестве начальных условий используется набор Фурье-гармоник со случайными фазами, которые расположены в кольце $k_0 - 3 < |\mathbf{k}| < k_0 + 3$. Начальные кинетическая и магнитная энергии равномерно распределены по Фурье-гармоникам.

В данной работе обсуждаются результаты численного моделирования уравнений (4)–(5) с пространственным разрешением 1024×1024 при различных параметрах Россби β . Численные эксперименты осуществлялись, как для случая нейтральной жидкости ($E_V^0 = E_0$ и $E_M^0 = 0$), так и для случая магнитной гидродинамики ($E_V^0 = E_M^0 = E_0$), где значение E_0 выбиралось таким образом, что число Рейнольдса и магнитное число Рейнольдса $Re = Rm \simeq 10^5$. Соответственно, магнитное число Прандтля исследуемых течений $Pr_m = \nu/\eta = 1$. Центральный радиус кольца Фурье-гармоник, на котором задаются начальные условия, $k_0 = 20$, находится вне области диссипационных масштабов. Значения параметра Россби β выбирались таким образом, чтобы масштаб Райнса (9) не превышал значение k_0 (начальные Фурье гармоника лежат в области доминирования турбулентности). Все численные эксперименты осуществлялись до времени $T = 500 \simeq 17.8 \cdot T_0$, где $T_0 = 2\pi/U$ – время оборота вихря в турбулентном течении в начальный момент времени. Основные параметры численных экспериментов приведены в табл. 1, где E_V^{fin}

Таблица 1.

#	E_V^0	E_M^0	β	k_β	k_β^M	E_V^{fin}	E_M^{fin}
1	1	0	10	4.7	–	$19.3 \cdot 10^{-3}$	0
2	1	0	25	7.6	–	$4.7 \cdot 10^{-3}$	0
3	1	0	50	10.8	–	$3 \cdot 10^{-3}$	0
4	1	1	10	5.9	3.7	$19.6 \cdot 10^{-6}$	$16 \cdot 10^{-4}$
5	1	1	25	9.2	5.9	$9.3 \cdot 10^{-6}$	$8.3 \cdot 10^{-4}$
6	1	1	50	13.4	8	$4.9 \cdot 10^{-6}$	$3.7 \cdot 10^{-4}$

и E_M^{fin} – кинетическая и магнитная энергии соответственно, при $T = 500$, β – безразмеренный параметр Россби. Значения k_β и k_β^M приведены для времени $T = 1$, когда происходит процесс адаптации системы к начальным условиям. Для анализа результатов численного моделирования мы исследуем изоли-

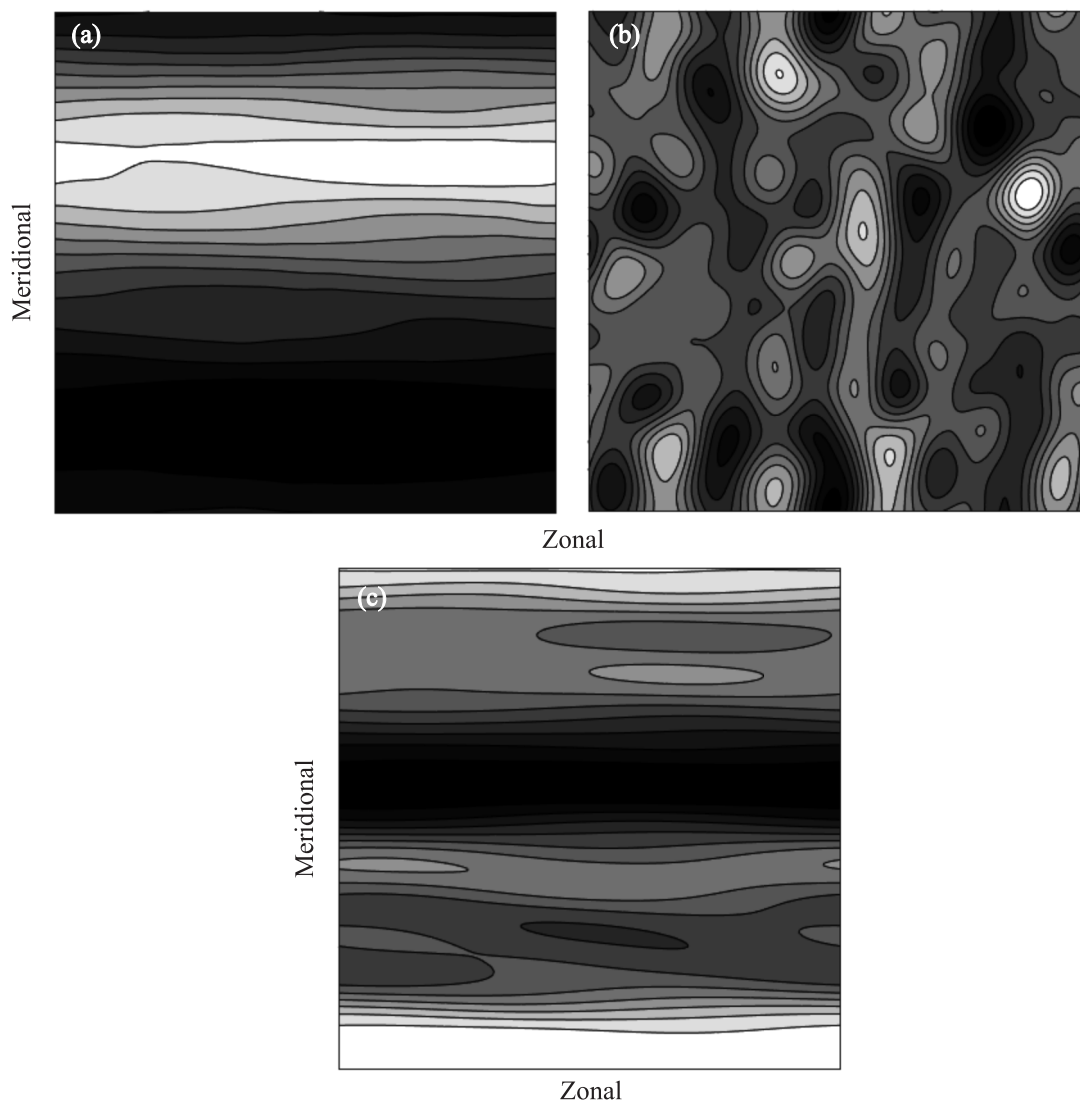


Рис. 2. Изолинии функции тока $\psi(x, y)$ (a) и магнитного потенциала $A(x, y)$ (b) для двумерной затухающей магнитогидродинамической турбулентности на β -плоскости ($\beta = 25$). (c) – Изолинии функции тока $\psi(x, y)$ (c) для двумерной затухающей турбулентности в нейтральной жидкости на β -плоскости ($\beta = 25$). $T = 500$

нии функции тока и магнитного поля (при его наличии). На рисунке 2 изображены изолинии функции тока и магнитного поля (при его наличии) в зависимости от широты и долготы для времени $T = 500$. Белые области соответствуют максимальным значениям функции тока, черные области соответствуют минимальным, серые области соответствуют промежуточным значениям.

В случае двумерной затухающей магнитогидродинамической турбулентности на β -плоскости ($\beta = 25$), если начальные кинетическая и магнитная энергии равны, то проведенные расчеты показывают, что после многократного слияния мелких вихрей в большие вследствие обратного каскада энер-

гии, образуются зональные течения. На рисунке 2a сосуществование регулярно положительных и отрицательных областей, расположенных вдоль долготы, свидетельствует о наличии зональных течений. Изолинии функции тока имеют изгибы, связанные с конфигурацией магнитного поля. На рисунке 2b изображены результаты расчетов изолиний магнитного поля. Конфигурация магнитного поля имеет меридиональную анизотропию: существуют силовые линии, вытянутые вдоль всего меридионального направления. Силовые линии выстраиваются перпендикулярно зональным течениям из-за эффекта вмороженности магнитного поля. Проведенные численные эксперименты показывают образование магнитных остро-

вов (замкнутые силовые линии на рис. 2b) в процессе перехода к квазистационарному состоянию.

Для случая затухающей двумерной турбулентности в нейтральной жидкости на β -плоскости ($\beta = 25$), как и ожидалось [13, 15], также образуются зональные течения (рис. 2с). Изолинии функции тока вытянуты вдоль всего зонального направления. Существование замкнутых изолиний показывает наличие когерентных структур (вихрей), зональные масштабы которых $l_x \leq \pi$. Их наличие связано с отсутствием сильной вязкости в крупных масштабах, в уравнении (4) вязкостная компонента $D_V = \nu \Delta \omega \sim k^2$.

Проанализируем далее свойства анизотропии турбулентности в случае магнитогидродинамических течений и в случае течений нейтральной жидкости для различных параметров Россби $\beta = 10; 25; 50$. В качестве показателя анизотропии течения будем использовать соотношение U_x/U_y , где U_x, U_y – среднеквадратичные проекции скорости на оси X и Y , соответственно. На рисунке 3 приведены

зависимости используемого показателя анизотропии от времени для различных параметров β в случае течений в нейтральной жидкости и магнитогидродинамических течений на β -плоскости. На верхнем графике показаны зависимости для $\beta = 10$, на среднем графике показаны зависимости для $\beta = 25$, на нижнем графике показаны зависимости для $\beta = 50$. Сплошные линии показывают зависимости для магнитогидродинамических течений, пунктирные линии показывают зависимости для нейтральной жидкости.

Из рисунка 3 видно, что для всех значений $\beta = 10; 25; 50$ степень анизотропии в случае магнитогидродинамической турбулентности меньше, чем в случае турбулентности нейтральной жидкости. Видно, что с увеличением значений β степень анизотропии в случае магнитогидродинамических течений увеличивается, так же как и в случае течений в нейтральной жидкости на β -плоскости [15].

В случае магнитогидродинамических течений при $\beta = 10$ соотношение скоростей растет не монотонно со временем. Провалы на графике связаны с наличием в системе изотропных магнитных островов. Похожие провалы в случае $\beta = 25; 50$ менее выражены. Отметим, что в случае $\beta = 10$ зональная скорость превышает меридиональную лишь в несколько раз, что свидетельствует о зависимости зональных течений от времени.

Проанализируем зависимость зональных течений от времени в случае магнитогидродинамической турбулентности и нейтральном случае ($\beta = 10$). На рисунке 4 изображена зависимость от времени зонально усредненного поля зональной скорости $V_x(y)$, при этом палитра меняется от белого цвета, соответствующего максимальному значению функции $V_x(y)$, до черного цвета, соответствующего минимальному значению. Рисунок 4а соответствует случаю магнитогидродинамической турбулентности, рисунок 4б – нейтральному случаю.

В случае магнитогидродинамической турбулентности, если начальные кинетическая и магнитная энергии равны, параметр Россби $\beta = 10$, то зональные течения характеризуются сложной временной динамикой: белые и черные области на рисунке 4а смещаются вдоль долготы или сливаются в более широкие. Проведенные расчеты показывают, что смещение зональных течений вдоль долготы связано с возникновением в системе изотропных магнитных островов, представляющих собой замкнутые силовые линии магнитного поля. Аналогичная ситуация наблюдается для случаев магнитогидродинамической турбулентности с параметрами Россби $\beta = 25; 50$,

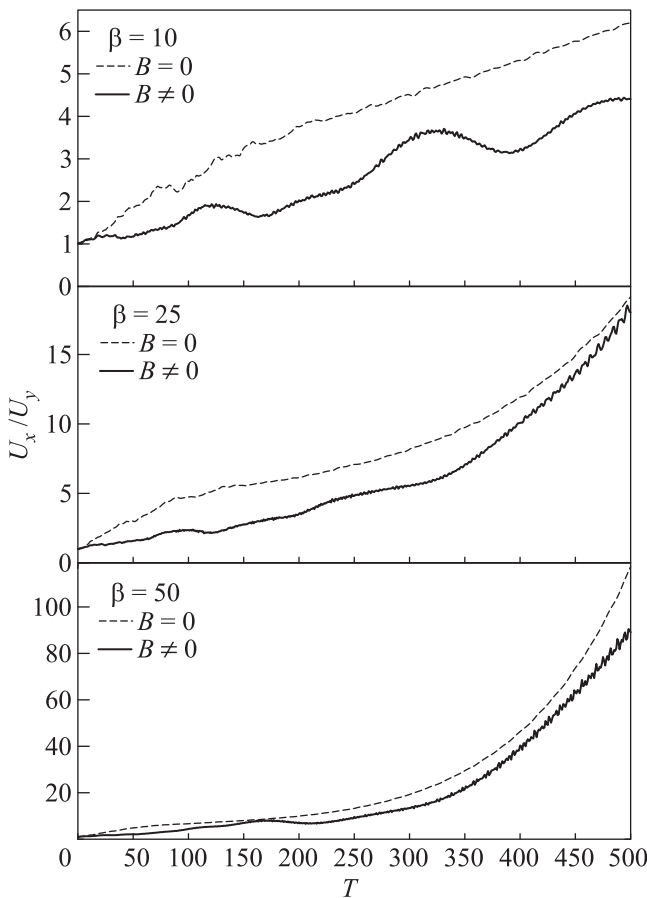


Рис. 3. Зависимость от времени отношения среднеквадратичных проекций скоростей U_x/U_y для различных показателей $\beta = 10; 25; 50$

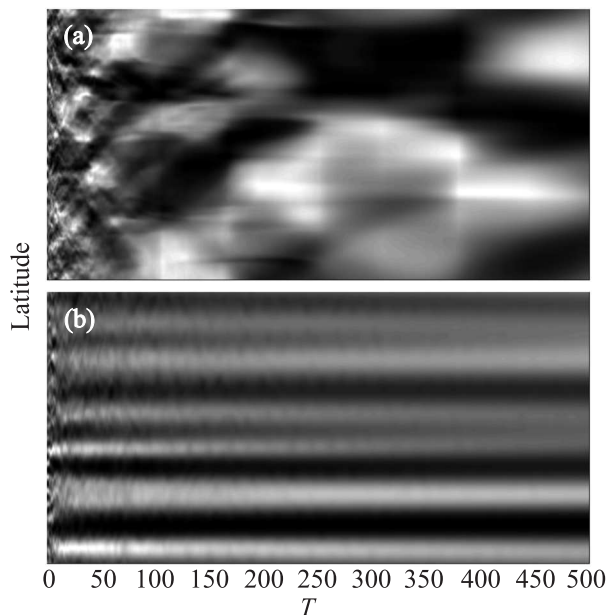


Рис. 4. Зависимость усредненной по зональному направлению зональной скорости $V_x(y)$ от времени и широты для двумерной затухающей магнитогиродинамической турбулентности (a) и турбулентности в нейтральной жидкости (b) на β -плоскости ($\beta = 10$). Палитра меняется от белого цвета, соответствующего максимальному значению функции $V_x(y)$, до черного цвета, соответствующего минимальному значению

несмотря на сильную анизотропию, показанную выше. Детальное исследование эффектов, связанных с магнитным полем, будет представлено в отдельной работе.

Для сравнения приведем результаты моделирования в случае нейтральной вращающейся жидкости с параметром Россби $\beta = 10$ и покажем существенные различия со случаем магнитогиродинамической турбулентности. На рисунке 4b видно, что зональные течения образуются на времени одного оборота вихря $T \sim T_0$. Белые и черные области на рисунке 4b локализованы по долготе на протяжении всего времени T – зональные течения устойчивы на протяжении всего эксперимента, в отличие от случая магнитогиродинамической турбулентности. Мелкие когерентные структуры в затухающей двумерной турбулентности затухают быстрее (в уравнении (4) вязкостная компонента $D_V \sim k^2$), поэтому зональные скорости в узких зональных потоках затухают сильнее, чем в широких. На рисунке 4b соответствующие узкие белые области со временем темнеют, а узкие черные области светлеют.

Приведем для полноты физической картины результаты моделирования спектров магнитогиродинамической турбулентности на β -плоскости в контексте сравнения двумерной магнитогиродинамической турбулентности и турбулентности в нейтральной жидкости на β -плоскости.

Сравним спектры кинетической энергии для случая нейтральной жидкости и полной энергии для случая магнитогиродинамической турбулентности при параметре Россби $\beta = 10$. На рисунке 5 изображены спектры на временах, соответствующих $T = 56 \simeq 2T_0$, на которых энергия уже перераспределилась из начального состояния по всей части спектра. Время T много меньше времени диссипации системы $T \ll T_{dis}$.

На рисунка 5a сплошной линией показана зависимость спектра кинетической энергии E^V от волнового числа k в нейтральном случае для $\beta = 10$, пунктирной линией – зависимость спектра полной энергии $E^V + E^M$ от волнового числа k в случае магнитогиродинамической турбулентности для $\beta = 10$. На рисунке 5b сплошной линией показана зависимость спектра кинетической энергии E^V от волнового числа k , пунктирной линией – зависимость спектра магнитной энергии E^M от волнового числа k . Зависимости приведены в случае магнитогиродинамической турбулентности для $\beta = 10$.

Из графика на рис. 5a видно, что область всех волновых чисел представляет собой две области: область малых волновых чисел, в которой спектры энергии растут с увеличением k , и область больших волновых чисел, в которой спектры энергии падают с ростом k . В области малых волновых чисел кинетическая энергия в нейтральном случае больше полной энергии в случае магнитогиродинамической турбулентности. Максимум спектра кинетической энергии в нейтральном случае наблюдается в точке $k = 4.5$, что согласуется с теоретической оценкой масштаба Райнса $k_\beta = 4.7$. Энергия скапливается на границе между волновой динамикой и турбулентной, обратный каскад энергии останавливается на масштабе Райнса (9), и образуются зональные течения. Максимум спектра полной энергии в случае магнитогиродинамической турбулентности наблюдается в точке $k = 6.5$ и связан с образованием в системе магнитных островов.

В области больших волновых чисел полная энергия в случае магнитогиродинамической турбулентности падает медленнее, чем кинетическая энергия в турбулентности нейтральной жидкости так же, как это имеет место в случае отсутствия вращения [16].

Сравним далее спектры кинетической и магнитной энергии для случая магнитогиродинамической турбулентности при параметре Россби $\beta = 10$. На

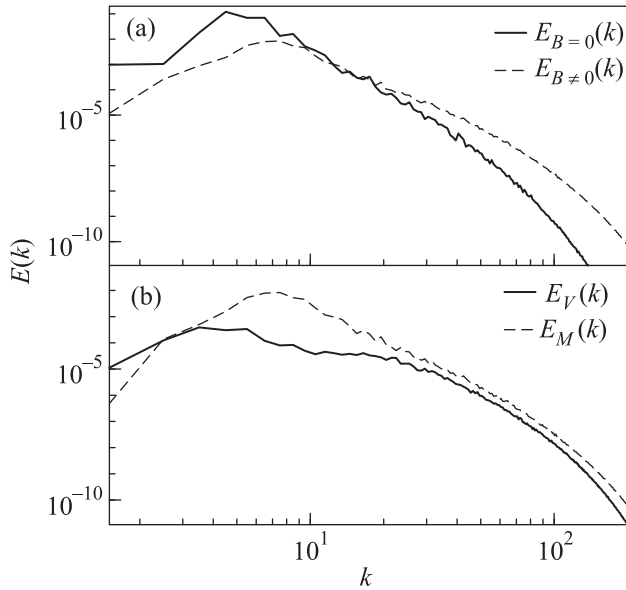


Рис. 5. (а) – Энергетические спектры полной энергии в случае магнитогидродинамической турбулентности и кинетической энергии в случае нейтральной жидкости на β -плоскости ($\beta = 10$). (б) – Энергетические спектры кинетической и магнитной энергии в случае магнитогидродинамической турбулентности на β -плоскости ($\beta = 10$). $T \simeq 2T_0$

графике рис. 5b видно, что магнитная энергия значительно превышает кинетическую. При равных начальных значениях кинетической и магнитной энергий в начале эксперимента происходит процесс адаптации системы к начальным условиям: кинетическая энергия перетекает в магнитную и отношение энергий устанавливается на значении $E^M/E^V \simeq 1.5$ так же, как это имеет место в случае отсутствия вращения [17]. Максимум спектра кинетической энергии в случае магнитогидродинамической турбулентности наблюдается в точке $k = 3.5$, что согласуется с теоретической оценкой масштаба $k_\beta^M = 3.7$, полученной нами выше (12). Как следствие, область волновых векторов зональных течений для затухающей магнитогидродинамической турбулентности меньше, чем для нейтральной. Наши расчеты подтверждают, что предложенный масштаб определяет нижнюю границу инерционного интервала турбулентности, на которой останавливается обратный каскад энергии. Детальное исследование процессов в инерционном интервале в двумерной магнитогидродинамической турбулентности на β -плоскости будет представлено в отдельной работе.

IV. Заключение. В данной работе исследованы физические процессы двумерной магнитогидродинамической турбулентности на β -плоскости и по-

казано существенное отличие динамических процессов в магнитогидродинамических течениях по сравнению с течениями нейтральной жидкости на β -плоскости. Предложен характерный масштаб, определяющий область волновых векторов, в которых образуются магнитогидродинамические зональные течения.

Показано образование зональных течений в затухающей магнитогидродинамической турбулентности на β -плоскости при различных параметрах Россби β . Несмотря на сильную анизотропию, зональные течения нестационарны. Возникающие в системе магнитные изотропные острова влияют на динамику течений. Обратный каскад энергии магнитогидродинамической турбулентности на β -плоскости останавливается на предложенном масштабе.

Авторы признательны рецензенту за полезные замечания. Работа выполнена при поддержке Фонда развития теоретической физики и математики “Базис” и программы Президиума РАН 28 “Космос: Исследования фундаментальных взаимодействий и их взаимосвязи”.

1. С. Д. Данилов, Д. Гурарий, УФН **170** **9**, 921 (2000).
2. Р. З. Сагдеев, В. Д. Шапиро, В. И. Шевченко, Письма в АЖ **7**(8), 505 (1981).
3. В. И. Петвиашвили, Письма в АЖ **9** **4**, 253 (1983).
4. М. В. Незлин, УФН **150** **1**, 3 (1986).
5. A. R. Vasavada and A. P. Showman, Rep. Prog. Phys. **68**, 1935 (2005).
6. E. Hameiri and H. A. Hoities, Phys. Plasmas **1** **12**, 3807 (1994).
7. В. И. Ильгисонис, В. П. Пастухов, Физика Плазмы **22**(3), 228 (1996).
8. P. H. Diamond, S.-I. Itoh, K. Itoh, and T. S. Hahm, Plasma Phys. Control. Fusion **47**, 35 (2005).
9. P. A. Davidson, *Turbulence in rotating, stratified and electrically conducting fluids*, Cambridge University Press (2013).
10. Д. А. Климачков, А. С. Петросян, ЖЭТФ **152**(10), 705 (2017).
11. S. M. Tobias, P. H. Diamond, and D. W. Hughes, Astrophys. J. **667**, 113 (2007).
12. T. V. Zaqarashvili, M. Carbonell, R. Oliver, and J. L. Ballester, Astrophys. J. **709**(2), 749 (2010).
13. G. K. Vallis and M. E. Maltrud, J. Phys. Ocean. **23**, 1346 (1993).
14. Ф. В. Должанский, *Основы геофизической гидродинамики*, Физматлит, М. (2011).
15. P. B. Rhines, J. Fluid Mech. **69**, 417 (1975).
16. D. Biskamp and E. Schwarz, Phys. Plasmas **8** **7**, 3282 (2001).
17. D. Biskamp and H. Welter, Phys. Fluids **2**, 1787 (1990).