

О дестабилизирующем влиянии неоднородности плазмы на неустойчивость двухплазмонного распада

Е. З. Гусаков, А. Ю. Попов¹⁾, П. В. Третинников

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, 194021 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 4 июня 2018 г.

После переработки 26 июня 2018 г.

Показано, что неоднородность плазмы снижает порог параметрической неустойчивости двухплазмонного распада и, в частности, делает возможным возбуждение плазмонов одинаковой частоты пространственно однородным полем накачки.

DOI: 10.1134/S0370274X18140023

Введение. Нелинейные волновые явления, которые имеют место при взаимодействии электромагнитных волн большой мощности с плазмой в ионосфере, космическом пространстве, в тороидальных термоядерных установках и при лазерном термоядерном синтезе, привлекают внимание исследователей в течение длительного времени. За последние 50 лет были глубоко изучены различные аспекты резонансного параметрического воздействия излучения на плазму. Были проанализированы параметрические распадные неустойчивости при резонансе накачки с собственными колебаниями в однородной изотропной и анизотропной плазме [1], определены пороги их возбуждения и показано, что они определяются диссипацией раскачиваемых волн и, как правило, невысоки. Основываясь на теоретической модели трехволнового резонансного взаимодействия, развитой в ставших классическими работах [2, 3], было показано, что пространственная неоднородность плазмы оказывает сильное стабилизирующее влияние на распадные неустойчивости. В этом случае порог неустойчивости определяется не диссипацией дочерних волн, а их конвективным выносом из узкого резонансного слоя. Отмеченное в работах [2, 3] стабилизирующее влияние неоднородности на параметрические распадные неустойчивости проявляется в гораздо меньшей степени в случае возбуждения волн, тем или иным образом запертых в плазме [4–9]. Эффект конвективного выноса энергии возбуждаемых волн из области распада в этом случае не является столь существенным, поскольку значительная ее часть возвращается назад.

Пространственная неоднородность плазмы оказывает стабилизирующее влияние и на неустойчи-

вость двухплазмонного распада [10, 11]. Кроме того, порог этой неустойчивости [12] повышен из-за малой эффективности нелинейного взаимодействия, которое и вовсе равно нулю в случае пространственно однородной накачки. При параметрическом распаде накачки, длина волны которой конечна, на дочерние волны с равными частотами матричный элемент нелинейного взаимодействия оказывается пропорциональным ее волновому числу и содержит малое отношение осцилляторной скорости электрона к скорости света.

В настоящей работе мы хотим обратить внимание читателей на нелинейный эффект взаимодействия волн, который вызван неоднородностью плазмы и отсутствует без учета последней. В ней показано, что пространственная неоднородность плазмы с характерным масштабом меньше локальной длины волны греющего излучения может оказывать сильное дестабилизирующее влияние на неустойчивость двухплазмонного распада, повышая значение коэффициентов нелинейной связи и, тем самым, снижая порог ее возбуждения. Предложенный механизм возбуждения низкорогового двухплазмонного параметрического распада может быть актуальным в тороидальных магнитных ловушках при распространении волны накачки через область транспортного барьера, который характеризуется большими градиентами профиля плотности, и при экспериментах в газовом разряде, когда локальная длина волны накачки много больше размеров плазмы. Ранее влияние неоднородности плазмы на нелинейные явления отмечалось в обзоре [13] применительно к процессу, который является обратным параметрическому распаду, а именно, к слиянию двух электростатических ленгмюровских волн, составляющих солитон. Это слияние при больших градиентах плотности может при-

¹⁾e-mail: a.popov@mail.ioffe.ru

водить к генерации дипольного электромагнитного излучения.

Полученные аналитические выражения проиллюстрированы на примере интерпретации гигантского аномального поглощения мощности волны накачки, обнаруженного на линейной установке в разряде низкого давления [14, 15] в условиях, когда линейные механизмы взаимодействия сверхвысокочастотной (СВЧ) волны с электронами отсутствовали. Это аномальное поглощение накачки оказалось невозможно объяснить без учета эффекта, рассматриваемого в настоящей работе.

Нелинейная восприимчивость неоднородной плазмы. Рассмотрим параметрический распад СВЧ колебаний $\mathbf{E}_0 \sim \exp(-i\omega_0 t)$ в замагниченной плазме на две электростатические верхнегибридные (ВГ) волны, которые имеют одинаковую частоту $\omega = \omega_0/2$, но распространяются в противоположных направлениях, т.е. $\phi_1 \sim \exp(i\omega t)$ и $\phi_2 \sim \exp(-i\omega t)$. Выберем декартову систему координат (x, y, z) , в которой оси x и z направлены вдоль градиента плотности и однородного магнитного поля H соответственно. Вектор поляризации внешнего поля направлен вдоль оси y .

Плотность плазмы можно представить в виде суммы нескольких компонент $n = \bar{n}(x) + \delta n_0(t) + \delta n_1(x, t) + \delta n_2(x, t)$, где $\bar{n}(x)$ – профиль плотности в отсутствие колебаний, $\delta n_{0,1,2}$ – малые колебания плотности на частоте волны накачки и ВГ волн соответственно. Линейное по амплитуде взаимодействующих волн возмущение плотности плазмы на частоте первой ($\omega_1 = -\omega$) и второй ($\omega_2 = \omega$) ВГ волн может быть найдена из уравнения неразрывности

$$\delta n_{1,2}^l = \pm \frac{i}{\omega} \frac{\partial}{\partial x} (\bar{n} u_{1,2x}^l) \pm \frac{i}{\omega} \frac{\partial}{\partial y} (\bar{n} u_{1,2y}^l), \quad (1)$$

где $u_{1,2x,y}^l$ – компоненты осцилляторных скоростей электрона в поле первой и второй дочерних волн соответственно. Используя Фурье-преобразование при анализе уравнений движения, найдем выражения для этих скоростей в явном виде

$$\begin{aligned} u_{1,2x}^l &= \pm \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} \frac{q_x |e|}{m_e} \phi_{1,2} + \frac{i\omega_{ce}}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} \frac{q_y |e|}{m_e} \phi_{1,2}, \\ u_{1,2y}^l &= -i \frac{\omega_{ce}}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} \frac{q_x |e|}{m_e} \phi_{1,2} \pm \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} \frac{q_y |e|}{m_e} \phi_{1,2}, \end{aligned} \quad (2)$$

где ω_{ce} – электронная циклотронная частота, m_e – масса электрона. Нелинейное по амплитуде взаимодействующих волн возмущение плотности плазмы на частоте первой и второй ВГ волн может быть также найдена из уравнения неразрывности

$$\begin{aligned} \delta n_{1,2}^{nl} &= \pm \frac{i}{\omega} \frac{\partial}{\partial x} (\bar{n} u_{1,2x}^{nl} + \delta n_{2,1}^l u_{0x}^l + \delta n_0^l u_{2,1x}^l) \pm \\ &\pm \frac{i}{\omega} \frac{\partial}{\partial y} (\bar{n} u_{1,2y}^{nl} + \delta n_{2,1}^l u_{0y}^l + \delta n_0^l u_{2,1y}^l), \end{aligned} \quad (3)$$

где u_0^l – осцилляторная скорость электрона в поле волны накачки, компоненты которой имеют вид

$$\begin{aligned} u_{0x}^l &= -\frac{\omega_{ce}^2}{\omega_0^2 - \omega_{ce}^2} \frac{cE_0}{H}, \\ u_{0y}^l &= -i \frac{\omega_0 \omega_{ce}}{\omega_0^2 - \omega_{ce}^2} \frac{cE_0}{H} \end{aligned} \quad (4)$$

и $u_{1,2}^{nl}$ – осцилляторная скорость электрона на частоте первой (второй) ВГ волны в поле волны накачки и второй (первой) ВГ волны. Используя Фурье-преобразование уравнений движения, найдем $u_{1,2}^{nl}$ в явном виде

$$\begin{aligned} u_{1x}^{nl} &= -(q_x u_{0x}^{l*} + q_y u_{0y}^{l*}) \frac{\omega u_{2x}^l + i\omega_{ce} u_{2y}^l}{\omega^2 - \omega_{ce}^2}, \\ u_{2x}^{nl} &= (q_x u_{0x}^l + q_y u_{0y}^l) \frac{\omega u_{1x}^l - i\omega_{ce} u_{1y}^l}{\omega^2 - \omega_{ce}^2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Комбинируя выражения (2)–(5) и не пренебрегая членами, пропорциональными пространственной производной невозмущенной плотности плазмы, найдем нелинейную плотность заряда на частоте первой и второй ВГ волн $\rho_1 = -|e| \delta n_1^{nl} = \chi_{12}^{nl} \phi_2 / (4\pi)$ и $\rho_2 = -|e| \delta n_2^{nl} = \chi_{21}^{nl} \phi_1 / (4\pi)$. В итоге выражение для нелинейной восприимчивости неоднородной плазмы $\chi^{nl}(\mp\omega, \mathbf{q}) = \chi_{12,21}^{nl}$ имеет вид

$$\begin{aligned} \chi^{nl}(\omega, \mathbf{q}) &= \frac{\omega_{pe}^2(0) \omega_{ce}^2}{(\omega^2 - \omega_{ce}^2)(\omega_0^2 - \omega_{ce}^2)} \times \\ &\times \left(\frac{i}{2} (q_x^2 - 3q_y^2) + \frac{\omega_{ce}}{\omega} q_x q_y \right) \frac{cE_0}{\omega L_n H}, \end{aligned} \quad (6)$$

где ω_{pe} – электронная плазменная частота и $L_n = (\partial(\bar{n}(x)/\bar{n}(0))/\partial x)^{-1}$ – характерный масштаб неоднородности плотности плазмы $\bar{n}(x)$. При выводе нелинейной восприимчивости (6) мы учли члены, пропорциональные первой пространственной производной от фоновой концентрации $\bar{n}(x)$, но пренебрегли членами, пропорциональными второй производной, учитывая малый параметр $q_x L_n \gg 1$ ВКБ приближения. Необходимо отметить, что нелинейная восприимчивость обладает следующим свойством симметрии $\chi^{nl}(-\omega, \mathbf{q}) = \chi^{nl}(\omega, \mathbf{q})^*$.

При стремлении параметра $L_n \rightarrow \infty$, т.е. при переходе к пределу однородной плазмы, нелинейная восприимчивость стремится к нулю, что соответствует результатам, полученным в монографии [1], где было показано, что в этом случае пространственно однородное переменное электрическое поле накачки не имеет возможности распастись на два электростатических ВГ колебания, поскольку между ними

отсутствует нелинейная связь. Таким образом, мы впервые продемонстрировали, что при учете неоднородности плазмы имеет место нелинейная связь между указанными волнами, что означает возможность возбуждения параметрической двухплазмонной неустойчивости колебаний накачки. В следующем разделе мы приведем пример экспериментального проявления предсказанного эффекта.

Интерпретация наблюдений аномального поглощения СВЧ мощности с помощью предложенной модели параметрического распада. На установке “Гранит” (Институт физики им. Б.И. Степанова НАН республики Беларусь, Минск) было проведено экспериментальное моделирование низкочастотной неустойчивости двухплазмонного резонансного распада [9], протекающего в вытянутом вдоль магнитного поля плазменном филаменте, создаваемом с помощью ВЧ разряда [14, 15]. По волноводу к плазме подводились импульсы СВЧ мощности (до 250 Вт) на частоте 2.35 ГГц. Частота СВЧ излучения существенно превышала значения частот электронного циклотронного и ВГ резонансов. Исследования показали сильное аномальное поглощение СВЧ мощности в плазме, приводящее к появлению интенсивного свечения из узкого кольца, локализованного на 0.5–0.8 см радиуса плазменного филамента, в случае, когда параметры эксперимента (плотность и магнитное поле) отвечали наличию в объеме разряда ВГ резонанса для частоты, равной половине частоты волны накачки. Кроме того, наблюдаемые явления носили ярко выраженный пороговый характер. Все эти обстоятельства указывали на возбуждение двухплазмонного параметрического распада волны накачки.

Для качественного описания этого явления (без учета реальной геометрии эксперимента) мы рассмотрим одномерную модель плазмы и будем считать, что неоднородность плотности направлена вдоль оси x . Поскольку вакуумная длина волны накачки ($\lambda = 12.8$ см) много больше размеров плазменного филамента, пренебрежем ее пространственной структурой и рассмотрим распад переменного электрического поля на два ВГ плазмона, потенциалы которых описываются системой интегральных уравнений

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{r}' (D_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \phi_1(\mathbf{r}') + \chi_{12}^{nl}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \phi_2(\mathbf{r}')) = 0,$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{r}' (D_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \phi_2(\mathbf{r}') + \chi_{21}^{nl}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \phi_1(\mathbf{r}')) = 0. \tag{7}$$

Ядро первого интегрального оператора $D_{1,2}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = D(\omega_{1,2}, \mathbf{r} - \mathbf{r}', (x + x')/2)$ связано с локальной продольной диэлектрической проницаемостью плазмы $D(\omega_{1,2}, q_{\perp}, x) = q_{\perp}^2 + \chi_e(\omega_{1,2}, q_{\perp}, x)$, где

$$\chi_e = \frac{2\omega_{pe}^2}{v_{te}^2} \left(1 - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\omega_i + i\nu_{ea}}{\omega_i + i\nu_{ea} - n\omega_{ce}} A_n \left(\frac{q_{\perp}^2 \rho_e^2}{2} \right) \right)$$

– это линейная восприимчивость столкновительной магнитоактивной плазмы [16], $v_{te}(x)$ – тепловая скорость электронов, ν_{ea} – частота электрон-атомных столкновений, $q_{\perp}^2 = q_x^2 + q_y^2$, $\rho_e(x) = v_{te}(x)/\omega_{ce}$ – ларморовский радиус электронов, $A_n(\lambda) = I_n(\lambda) \exp(-\lambda)$, I_n – модифицированная функция Бесселя. Ядро второго интегрального оператора $\chi_{ij}^{nl}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \chi_{ij}^{nl}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', (x + x')/2)$, $i, j = 1, 2$ определяется нелинейной восприимчивостью сильнеоднородной плазмы (6). При такой записи продольной диэлектрической проницаемости плазмы мы полагаем продольное волновое число q_z равным нулю, что соответствует минимальным конвективным потерям энергии дочерних ВГ волн вдоль магнитного поля. Поскольку длина ВГ волн много меньше параметра неоднородности $q_{\perp} L_n \gg 1$, то будем искать растущее во времени с инкрементом γ решение системы уравнений (7) в рамках геометрико-оптического приближения. В итоге получим дисперсионное уравнение для взаимодействующих волн

$$D(\omega + i\gamma, \mathbf{q}, x) D(-\omega + i\gamma, \mathbf{q}, x) = \chi^{nl}(\omega + i\gamma, \mathbf{q}) \chi^{nl}(-\omega + i\gamma, \mathbf{q}). \tag{8}$$

Найдем решение этого трансцендентного уравнения $q_x = q_x(x)$ численно. В качестве примера на рис. 1 приведены дисперсионные кривые одной из дочерних ВГ волн $q_x \rho_e$, полученные при $q_y \rho_e(0) = 1.93$ и $q_y \rho_e(0) = 1.89$ для типичных условий экспериментов на линейной установке “Гранит” ($a = 1.1$ см, $H = 390$ Гс, $\bar{n}(0) = 2.2 \times 10^{10} \text{ см}^{-3}$, $T_e(0) = 0.8$ эВ, $\nu_{ea} = 4 \times 10^6 \text{ с}^{-1}$, параболический профиль плотности и температуры $[\bar{n}, T_e] = [\bar{n}(0), T_e(0)] (1 - x^2/a^2)^2$, мощность накачки $P_0 = 100$ Вт). Можно видеть, что ВГ волны локализованы не во всем объеме плазмы, а в узком слое в окрестности локального максимума функции $\chi^{nl}(\omega + i\gamma) \chi^{nl}(-\omega + i\gamma) \sim a^2/L_n^2$ (толстая сплошная линия), стоящей в правой (нелинейной) части полного дисперсионного уравнения взаимодействующих ВГ волн (8). Такая область локализации ВГ волн хорошо согласуется с областью интенсивного свечения, наблюдаемого в эксперименте [14, 15]. Отметим, что несмотря на учет сильной диссипации плазменных волн из-за электрон-

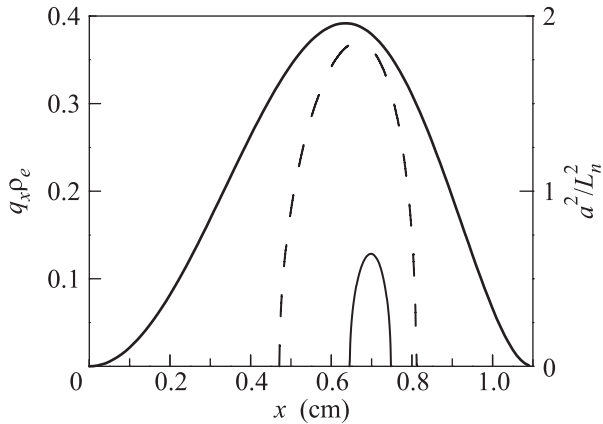


Рис. 1. Ось абсцисс и левая ось ординат – дисперсионные кривые одной из дочерних ВГ волн $q_x \rho_e$, полученные при $q_y \rho_e(0) = 1.93$ и $q_y \rho_e(0) = 1.89$ для фундаментальной (сплошная линия, $\gamma = 6.0 \times 10^6 \text{ с}^{-1}$) и четвертой гармоники (пунктирная линия, $\gamma = 5.45 \times 10^6 \text{ с}^{-1}$), соответственно. Ось абсцисс и правая ось ординат – функция a^2/L_n^2 (толстая сплошная линия)

атомных столкновений, в присутствии волны накачки дисперсионное уравнение (8) имеет вещественные корни. Схожая ситуация наблюдалась ранее [17] при анализе двухплазмонного распада в пренебрежении пространственной дисперсией ленгмюровских волн и влиянием неоднородности плазмы на нелинейную восприимчивость.

Далее, мы выполним (так же численно) процедуру квантования найденных ранее решений. В результате можно показать, что дисперсионная кривая, приведенная на рис. 1 сплошной линией, соответствует фундаментальной моде, которая реализуется при $q_y \rho_e(0) = 1.93$ и экспоненциально нарастает при стоваттной мощности накачки ($P_0 = 100 \text{ Вт}$) с инкрементом $\gamma = 6 \times 10^6 \text{ с}^{-1}$, в то время как дисперсионная кривая, изображенная пунктирной линией, соответствует моде $n = 4$ ($q_y \rho_e(0) = 1.89$), растущей с инкрементом $\gamma = 5.45 \times 10^6 \text{ с}^{-1}$. Минимальный порог возбуждения неустойчивости параметрического распада на два верхнегибридных плазмона по мощности оказывается равен 16 Вт. При этом возникает незатухающее решение, отвечающее области прозрачности, изображенной на рис. 1. Значение порога возбуждения оказывается в хорошем согласии со значением порога, измеренного в экспериментах на установке “Гранит” (см. [14, 15]).

Таким образом мы показали, что при учете эффекта нелинейной связи накачки с собственными электростатическими колебаниями, вызванного неоднородностью плазмы (см. выражение (6)), возможно возбуждение абсолютной неустойчивости двухплазмонного распада. Найденное значение ее

инкремента позволяет описать динамику установления свечения плазмы при подаче импульса накачки. Область локализации ВГ волн (см. рис. 1) хорошо согласуется с областью интенсивного свечения в эксперименте. Если мы пренебрежем эффектом усиления нелинейной связи и ограничимся учетом матричного элемента, полученного в работе [12] и пропорционального волновому числу накачки, то получим значение порога на два порядка больше, т.е. исключаящее возможность возбуждения двухплазмонной неустойчивости в эксперименте [14, 15].

Закключение. В данной работе показано, что в неоднородной плазме, градиент плотности которой имеет характерный масштаб меньше локальной длины волны греющего излучения, облегчается параметрическое возбуждение коротковолновых электростатических волн, имеющих одинаковую частоту. Предсказанный эффект позволяет объяснить эффект сильного аномального поглощения в плазме мощности волны накачки, которое было экспериментально обнаружено в разряде низкого давления на линейной установке “Гранит” в условиях, когда линейные механизмы взаимодействия СВЧ волны с электронами отсутствовали. Детальное сравнение с экспериментальными зависимостями при учете реальной геометрии установки будет проведено в дальнейших работах.

Работа выполнена в рамках государственного задания Физико-технического института им. А.Ф. Иоффе РАН.

1. В. П. Силин, *Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму*, Наука, М. (1973).
2. M. N. Rosenbluth, *Phys. Rev. Lett.* **29**, 565 (1972).
3. A. D. Piliya, *Sov. Phys. JETP* **37**, 629 (1973).
4. Е. З. Гусаков, В. И. Федоров, *Физика плазмы* **5**, 827 (1979).
5. E. Z. Gusakov and A. Yu. Popov, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 115003 (2010).
6. E. Z. Gusakov and A. Yu. Popov, *Europhys. Lett.* **99**, 15001 (2012).
7. A. Yu. Popov and E. Z. Gusakov, *Plasma Phys. Control. Fusion* **57**, 025022 (2015).
8. A. Yu. Popov and E. Z. Gusakov, *Europhys. Lett.* **116**, 45002 (2016).
9. A. Yu. Popov and E. Z. Gusakov, *JETP Lett.* **105**, 78 (2017).
10. C. S. Liu and M. N. Rosenbluth, *Phys. Fluids* **19**, 967 (1976).
11. Е. З. Гусаков, А. Д. Пилия, В. И. Федоров, *Физика плазмы* **3** 1328 (1977).
12. E. A. Jackson, *Phys. Rev.* **153**, 255 (1967).

13. В. И. Петвиашвили, В. В. Янъков, в сб. *Вопросы теории плазмы*, Энергоатомиздат, М. (1985), вып. 14, с. 27.
14. A. B. Altukhov, V. I. Arkhipenko, A. D. Gurchenko, E. Z. Gusakov, A. Yu. Popov, L. V. Simonchik, E. V. Sysoeva, and M. S. Usachonak, Proceedings of 44-th EPS Conference on Plasma Physics ECA **41F**, P5.415 (2017).
15. L. V. Simonchik, A. B. Altukhov, V. I. Arkhipenko, A. D. Gurchenko, E. Z. Gusakov, A. Yu. Popov, and M. S. Usachonak, EPJ Web of Conferences **149**, 03013 (2017).
16. В. Л. Гинзбург, А. А. Рухадзе, *Волны в магнитоактивной плазме*, 2-е изд., Наука, М. (1975).
17. В. П. Силин, А. Н. Стародуб, *ЖЭТФ* **66**, 176 (1974).