Письма в ЖЭТФ, том 108, вып. 2, с. 99 – 102

Влияние квантовых закороток на критическое значение сверхтока в грязных S-I-S контактах

В. Я. Кирпиченков[1)], Н. В. Кирпиченкова, О. И. Лозин, А. А. Пухлова

Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) им. М.И. Платова, 346428 Новочеркасск, Россия

Поступила в редакцию 15 июня 2018 г.

При температуре $T = 0$ показано, что присутствие узкозонных квантовых закороток в "грязных" (малые концентрации одинаковых немагнитных примесей в I-слое) S-I-S (S – сверхпроводник, I – изолятор) контактах приводит к значительному уменьшению критического значения сверхтока (джозефсоновского тока) по сравнению с тем его значением, которое дается известным соотношением Амбегаокара–Баратова. Проведенные оценки показывают возможность экспериментального проявления этого эффекта.

DOI: 10.1134/S0370274X18140060

Основным низкотемпературным механизмом протекания тока через грязные N-I-N (N – нормальный металл) контакты является упругое прохождение электронов вдоль квантовых резонансно-перколяционных траекторий [1], сосредоточенных вдоль маловероятных "квантовых закороток" – уединенных слабоизвилистых квазиэквидистантных цепочек из $m = 1, 2, 3, \dots$ примесей, случайно образующихся в слабо неупорядоченном I-слое и соединяющих противоположные берега контакта. В достаточно широком интервале малых концентраций примеси именно квантовые закоротки определяют величину низкотемпературного туннельного кондактанса грязного N-I-N контакта [2, 3], значение которого, среди прочего, определяет и критическое значение сверхтока в том же контакте, находящемся при $T < T_c$ в S-I-S состоянии, где T_c – температура сверхпроводящего перехода в S-берегах.

В [4] показано, что присутствие квантовых закороток в неупорядоченном S-Sm-S (Sm – слабо легированный полупроводник) контакте приводит к увеличению сверхтока по сравнению со случаем "чистого" (без примесей в Sm-слое) контакта. Здесь при $T = 0$ показано, что присутствие узкозонных квантовых закороток в грязном S-I-S контакте приводит к значительному уменьшению критического значения сверхтока контакта по сравнению с тем его значением, которое дается известным соотношением Амбегаокара–Баратова [5, 6], выражающим критическое значение сверхтока через экспериментально измеряемый кондактанс этого же контакта в нормальном состоянии (при $T > T_c$).

При $T = 0$ рассматривается модель грязного туннельного контакта в виде сэндвича S-I-S, представляющего собой два одинаковых сверхпроводника, разделенных плоским тонким слоем изолятора толщиной L и площадью S с вкрапленными в него одинаковыми притягивающими электроны немагнитными примесями. Регулярный (не возмущенный примесями) барьерный потенциал I-слоя равен $U_0 = \mathrm{const} > \mu$ (μ – электронный химпотенциал контакта), электроны в I-слое предполагаются невзаимодействующими как между собой, так и с другими квазичастицами, а их подбарьерное рассеяние на примесях – упругим. Энергия одноприменого электронного уровня $\varepsilon_0 = \mu$, радиус локализации электронного состояния на нем $\alpha^{-1} = [2m_e(U_0 - \varepsilon_0)/\hbar^2]^{-1/2}$. По объему $V_i = L \cdot S$ неупорядоченного I-слоя распределены $N_i \gg 1$ примесей макроскопически однородно с плотностью $n = N_i/V_i$ ($c = n\alpha^{-3} \ll 1$ – их безразмерная концентрация), S-берега описываются моделью БКШ. Для электронов проводимости в N-берегах (при $T > T_c$) предполагается изотропный квадратичный закон дисперсии $\varepsilon_{\mathbf{p}} = \mathbf{p}^2/2m_e$.

Критическое значение джозефсоновского тока через уединенную m-примесную квантовую закоротку с "шагом" u (безразмерное расстояние между соседними примесями в квантовой закоротке [1]) при температуре T представим в виде, аналогичном [7]

$$i_c^{(m)}(T,u) = = \frac{4e}{\hbar} T \sum_{\omega_n} \sum_{\mathbf{p},\mathbf{q}} \left|T^{(m)}_{\mathbf{p},\mathbf{q}}(u)\right|^2 F^+(\xi_{\mathbf{p}},\omega_n) F(\xi_{\mathbf{q}},-\omega_n), \quad (1)$$

[1)]e-mail: wkirpich@rambler.ru

где:

$$F^{+}(\xi_{\mathbf{p}},\omega_n)=\frac{\Delta}{\omega_n^2+\Delta^2+\xi_{\mathbf{p}}^2},\qquad F(\xi_{\mathbf{q}},-\omega_n)=\frac{\Delta}{\omega_n^2+\Delta^2+\xi_{\mathbf{q}}^2} \tag{2}$$

– аномальные температурные функции Грина в S-берегах, $\Delta=\Delta(T)$ – сверхпроводящая щель, $\xi_{\mathbf{p}}= =\varepsilon_{\mathbf{p}}-\mu$, $\omega_n=(2n+1)\pi T$, $T^{(m)}_{\mathbf{p},\mathbf{q}}(u)$ – матричные элементы туннельного гамильтониана

$$\hat{H}_T^{(m)}(u)=\sum_{\mathbf{p},\mathbf{q},\sigma}T^{(m)}_{\mathbf{p},\mathbf{q}}(u)\hat{a}^{+}_{\mathbf{p},\sigma}\hat{b}_{\mathbf{q},\sigma}+\text{h. c.},$$

описывающего “перепутывание” электронных состояний в различных берегах контакта посредством туннелирования через рассматриваемую квантовую закоротку, $\hat{a}_{\mathbf{p},\sigma}$, $\hat{b}_{\mathbf{q},\sigma}$ – операторы уничтожения электронов в левом и правом берегах контакта, σ – проекция спина.

Переходя в (1) к пределу $T\to 0$ и от суммирования по импульсам $\mathbf{p},\mathbf{q}$ к интегрированию по $\xi_{\mathbf{p}}$, $\xi_{\mathbf{q}}$, получаем:

$$i_c^{(m)}(T=0,u)=\frac{4e}{\hbar}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\omega}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\nu(\xi_{\mathbf{p}})\nu(\xi_{\mathbf{q}})\times \times\left|T^{(m)}(\xi_{\mathbf{p}},\xi_{\mathbf{q}};u)\right|^2F^{+}(\xi_{\mathbf{p}},\omega)F(\xi_{\mathbf{q}},-\omega)d\xi_{\mathbf{p}}d\xi_{\mathbf{q}}, \tag{3}$$

где $\nu(\xi_{\mathbf{p}})$, $\nu(\xi_{\mathbf{q}})$ – одночастичные плотности электронных состояний в берегах контакта,

$$\left|T^{(m)}(\xi_{\mathbf{p}},\xi_{\mathbf{q}};u)\right|^2=\left|T_0^{(m)}\right|^2\cdot\begin{cases}1, & |\xi_{\mathbf{p}}|,|\xi_{\mathbf{q}}|\leqslant\gamma_m(u)\\ 0, & |\xi_{\mathbf{p}}|,|\xi_{\mathbf{q}}|>\gamma_m(u)\end{cases} \tag{4}$$

– усредненный по направлениям векторов $\mathbf{p}$, $\mathbf{q}$ квадрат матричного элемента $\left|T^{(m)}_{\mathbf{p},\mathbf{q}}(u)\right|^2$,

$$\gamma_m(u)=4\,(U_0-\varepsilon_0)\,u^{-1}e^{-u} \tag{5}$$

– энергетическая ширина туннельного резонанса, ассоциированного с квантовой закороткой.

Формула (4) отражает тот факт, что подавляющий вклад в гибридизацию (через квантовую закоротку) электронных состояний в различных берегах контакта вносит область энергий внутри туннельного резонанса, ассоциированного с этой закороткой, т.е. в квадрате: $-\gamma_m(u)\leqslant\xi_{\mathbf{p}},\ \xi_{\mathbf{q}}\leqslant\gamma_m(u)$ на плоскости $(\xi_{\mathbf{p}},\xi_{\mathbf{q}})$, внутри которого параметр гибридизации $\left|T^{(m)}(\xi_{\mathbf{p}},\xi_{\mathbf{q}};u)\right|^2$ практически не зависит от энергий $\xi_{\mathbf{p}}$, $\xi_{\mathbf{q}}$, а вне – экспоненциально мал по сравнению с его значениями внутри. Параметр $\left|T_0^{(m)}\right|^2$ выражается ниже через линейный кондактанс квантовой закоротки при $T>T_c$.

Представляя нормальный ток через квантовую закоротку в N-I-N состоянии контакта ($T>T_c$), в виде, аналогичном [8]:

$$i_m(V,T,u)=\frac{4e}{\pi\hbar}\sum_{\mathbf{p},\mathbf{q}}\left|T^{(m)}_{\mathbf{p},\mathbf{q}}(u)\right|^2\times \times\int_{-\infty}^{\infty}\operatorname{Im}G^R(\xi,\mathbf{p})\operatorname{Im}G^R(\xi+eV,\mathbf{q})\times \times\left[n_F(\xi,T)-n_F(\xi+eV,T)\right]d\xi, \tag{6}$$

где $\operatorname{Im}G^R(\xi,\mathbf{p})=-\pi\delta(\xi-\xi_{\mathbf{p}})$, $\operatorname{Im}G^R(\xi+eV,\mathbf{q})= =-\pi\delta(\xi+eV-\xi_{\mathbf{q}})$ – мнимые части запаздывающих функций Грина в N-берегах, $n_F(\xi,T)=[e^{\xi/T}+1]^{-1}$ – фермиевская функция распределения, V – напряжение на контакте, получаем из (6) при учете (4) формулу связи между параметром $\left|T_0^{(m)}\right|^2$ и линейным ($eV\ll\gamma_m(u)$) кондактансом квантовой закоротки в виде, удобном для дальнейшего анализа:

$$\frac{4\pi e^2}{\hbar}\nu^2(0)\left|T_0^{(m)}\right|^2\operatorname{th}\left[\frac{\gamma_m(u)}{2T}\right]=g_m(T,u), \tag{7}$$

где [2]

$$g_m(T,u)=g_m(T=0)\operatorname{th}\left[\frac{\gamma_m(u)}{2T}\right] \tag{8}$$

– линейный кондактанс квантовой закоротки при $T>T_c$,

$$g_m(T=0)=\frac{(U_0-\varepsilon_0)\varepsilon_0}{2\pi^4U_0^2}\left(\frac{e^2}{2\pi\hbar}\right). \tag{9}$$

Учитывая (4) и (7), получаем из (3) следующее представление для критического значения сверхтока квантовой закоротки при $T=0$:

$$i_c^{(m)}(T=0,u)=\left[\frac{\pi\Delta_0}{2e}g_m(T^*,u)\right]\varphi_m(u,\Delta_0,T^*),\quad T^*>T_c, \tag{10}$$

где $T_c<T^*\ll\mu$, $U_0-\mu$ – температура, при которой производится экспериментальное измерение линейного туннельного кондактанса контакта, $\Delta_0= =\Delta(T=0)$, выражение в квадратных скобках в (10) можно интерпретировать как правую часть соотношения Амбегаокара–Баратова для некоего “виртуального” контакта – грязного S-I-S контакта, в котором сверхток течет лишь через рассматриваемую квантовую закоротку,

$$\varphi_m(u,\Delta_0,T^*)=\frac{4}{\pi^2}\operatorname{arctg}^2\left[\frac{\gamma_m(u)}{\sqrt{2}\Delta_0}\right]\operatorname{cth}\left[\frac{\gamma_m(u)}{2T^*}\right] \tag{11}$$

– множитель, учитывающий отклонение соотношения (10) от соотношения Амбегаокара–Баратова для виртуального контакта.

Учитывая, что $T_c < T^* \sim \Delta_0$ нетрудно убедиться, что функция $0 \leqslant \varphi_m(u, \Delta_0, T^*) < 1$ при всех физически возможных значениях своих аргументов. На рисунке 1 приведен график зависимости (11) при

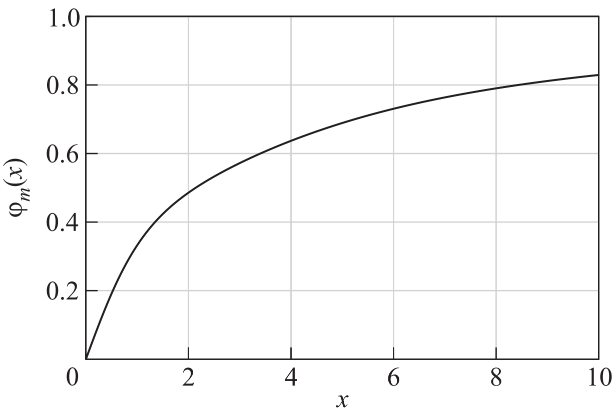

Рис. 1. Зависимость $\varphi_m(x)$, где $x = \gamma_m(u)/\Delta_0$ – безразмерная ширина туннельного резонанса, ассоциированного с квантовой закороткой

$T^* = \Delta_0 = 1.76T_c$, как функции аргумента $x = \gamma_m(u)/\Delta_0$. Эта функция является универсальной функцией аргумента x – одинаковой для всех квантовых закороток с различными значениями m и u.

Для "широкозонных" квантовых закороток ($x = \gamma_m(u)/\Delta_0 \gg 1$) $\varphi_m(x) \to 1$ и формула (10) переходит в соотношение Амбегаокара–Баратова для виртуального контакта, а для "узкозонных" ($x \ll 1$) $\varphi_m(x) \ll 1$ – соотношение Амбегаокара–Баратова сильно нарушается в сторону уменьшения критического значения сверхтока квантовой закоротки.

Суммируя (10) по всем уединенным – "параллельно включенным", случайным квантовым закороткам с различными значениями m и u, получаем следующее представление для усредненного по случайным конфигурациям примесей в I-слое критического значения сверхтока грязного S-I-S контакта:

$$J_c(T = 0) = \left[\frac{\pi\Delta_0}{2e} G(T^*)\right] \Phi(\Delta_0, T^*, c, \mathcal{L}), \quad \mathcal{L} = \alpha L, \quad T^* > T_c, \tag{12}$$

где $G(T^*)$ – экспериментально измеряемый туннельный кондактанс грязного контакта при $T = T^* > T_c$, выражение в квадратной скобке в (12) – правая часть соотношения Амбегаокара–Баратова,

$$\Phi(\Delta_0, T^*, c, \mathcal{L}) = \frac{g_0 + Sp\,\langle \hat{g} \cdot \hat{\varphi}\rangle}{g_0 + Sp\,\langle \hat{g}\rangle}, \tag{13}$$

где [3] $g_0 = G_0(T^*)/S$, $G_0(T^*)$ – туннельный кондактанс чистого контакта:

$$G_0(T^*) = G_0(0)\left[1 + \mathcal{L}^{\mathbf{2}}\left(\frac{T^*}{U_0 - \mu}\right)^2\right], \tag{14}$$

$$G_0(0) = S\alpha^2 \frac{8(U_0 - \mu)\mu}{\pi U_0^2 \mathcal{L}} e^{-2\mathcal{L}} \left(\frac{e^2}{2\pi\hbar}\right),$$

$$\mathrm{Sp}\langle \hat{g}\rangle = \sum_m \int\limits_{\mathcal{L}/m}^{\infty} p_m(u, c)\, g_m(T^*, u) du, \tag{15}$$

$$\mathrm{Sp}\langle \hat{g} \cdot \hat{\varphi}\rangle = \sum_m \int\limits_{\mathcal{L}/m}^{\infty} p_m(u, c) g_m(T^*, u) \varphi_m(u, \Delta_0, T^*) du, \tag{16}$$

$p_m(u, c) = \alpha^2 c^m e^{-cm\pi u^3}[u^2\theta^2(m, u)]^{m-1}$ – вероятность (на единицу площади контакта) образования уединенной m-примесной квантовой закоротки с шагом u, $\theta(m, u) \ll 1$ – угол, характеризующий извилистость квантовой закоротки.

Как видно из (13)–(16), при учете неравенства $0 \leqslant \varphi_m(u, \Delta_0, T^*) < 1$, множитель $\Phi(\Delta_0, T^*, c, \mathcal{L})$, учитывающий отклонение соотношения (12) от соотношения Амбегаокара–Баратова удовлетворяет неравенству:

$$0 \leqslant \Phi(\Delta_0, T^*, c, \mathcal{L}) < 1,$$

т.е. критическое значение сверхтока $J_c(T = 0)$ грязного S-I-S контакта оказывается всегда меньше, чем то его значение, которое дается соотношением Амбегаокара–Баратова, получающимся из (12) при $\Phi = 1$. Если же вклад узкозонных квантовых закороток в (13) является главным, то $\Phi \ll 1$ – соотношение Амбегаокара–Баратова сильно нарушается. Лишь в чистом контакте ($c = 0$) $\Phi(\Delta_0, T^*, c = 0, \mathcal{L}) = 1$.

Численные оценки $\Phi(\Delta_0, T^*, c, \mathcal{L})$, проведенные для характерных значений $U_0 = 10$ эВ, $\mu = 5$ эВ, $\Delta_0 = 10^{-3}$ эВ, $T^* = \Delta_0$, показывают, что при $\mathcal{L} = \alpha L = 10$, узкозонными оказываются лишь наиболее вероятные однопримесные ($m = 1$) квантовые закоротки, и величина $\Phi \ll 1$ в интервале концентраций примеси $10^{-6} < c < 10^{-4}$. При $\mathcal{L} = 20$ узкозонными являются уже первые две ($m = 1, 2$) наиболее вероятные квантовые закоротки, и $\Phi \ll 1$ в интервале концентраций $10^{-10} < c < 10^{-5}$. Приведенные оценки показывают возможность экспериментального проявления рассмотренного эффекта.

Принципиальная схема эксперимента может выглядеть так. В достаточно толстом ($\mathcal{L} \geqslant 10$) грязном S-I-S контакте достаточно большой площади ($S \gg \alpha^{-2}c^{-1}\exp(c\pi\mathcal{L}^3)$), необходимой для подавления мезоскопических флуктуаций туннельного кондактанса [3], проводятся независисмые измерения: 1) величины сверхпроводящей щели $\Delta_0 = \Delta(T \to 0)$; 2) туннельного кондактанса $G(T^*)$ при $T^* = \Delta_0$ и напряжении $V \ll \Delta_0/e$; 3) критического значения сверхтока контакта $J_c(T \to 0)$. Из соотношения (12) по этим данным вычисляется величина Φ. Значение $\Phi < 1$ могло бы интерпретироваться в рамках изложенных представлений, а значение $\Phi \ll 1$ могло бы свидетельствовать о решающем вкладе узкозонных квантовых закороток в величину критического сверхтока грязного S-I-S контакта.

1. И. М. Лифшиц, В. Я. Кирпиченков, ЖЭТФ **77**, 989 (1979).
2. В. Я. Кирпиченков, Н. В. Кирпиченкова, О. И. Лозин, А. А. Постников, Письма в ЖЭТФ **104**, 530 (2016).
3. В. Я. Кирпиченков, Н. В. Кирпиченкова, О. И. Лозин, А. А. Пухлова, Письма в ЖЭТФ **105**, 577 (2017).
4. Л. Г. Асламазов, М. В. Фистуль, ЖЭТФ **83**, 1170 (1982).
5. V. Ambegaokar and A. Baratoff, Phys. Rev. Lett. **10**, 486 (1963).
6. V. Ambegaokar and A. Baratoff, Phys. Rev. Lett. **11**, 104 (1963).
7. И. О. Кулик, И. К. Янсон, *Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах*, Наука, М. (1970).
8. Л. С. Левитов, А. В. Шитов, *Функции Грина. Задачи с решениями*, Физматлит, М. (2002).