Письма в ЖЭТФ, том 108, вып. 2, с. 119 – 123

К теории дисперсии плазмонов в электронно-допированных купратах

М. В. Еремин[1], *Д. С. Кочергин*

Институт физики, Казанский (Приволжский) федеральный университет, 420008 Казань, Россия

Поступила в редакцию 22 мая 2018 г.

После переработки 21 июня 2018 г.

Получено аналитическое выражение для динамической зарядовой восприимчивости электронно-допированных купратов, позволяющее полностью воспроизвести полученную в экспериментах по неупругому рассеянию рентгеновских лучей, зависимость частоты плазмонов от волнового вектора в соединении $\mathrm{Nd_{2-x}Ce_xCuO_4}$. Построен график мнимой части зарядовой восприимчивости вдоль треугольного контура зоны Бриллюэна. Отмечается, что спектральный вес плазмонной моды в области $q = 0$ ничтожно мал. Рассчитанные частоты плазмонной моды для всех волновых векторов в зоне Бриллюэна оказались вне границы области затухания, связанной с электронно-дырочными возбуждениями. Формула для зарядовой восприимчивости выведена на основе $t{-}t'{-}t''{-}J$ модели, дополненной оператором кулоновского взаимодействия и трехцентровыми членами, методом функций Грина с использованием формализма композитных операторов Хаббарда и метода проектирования Мори, которые хорошо зарекомендовали себя при анализе коллективных спиновых возбуждений. Использованный фурье-образ кулоновского взаимодействия соответствует модели монослоя с пространственно периодической структурой, помещенного в трехмерную кристаллическую решетку.

DOI: 10.1134/S0370274X18140102

Экспериментальные исследования последних лет по установлению природы высокотемпературной сверхпроводимости, главным образом, сосредоточены на выяснении спектра коллективных колебаний. Для этой цели в дополнение к методам магнитного резонанса и неупругого рассеяния нейтронов активно разрабатывается метод неупругого рассеяния рентгеновских лучей ("resonant inelastic X-ray scattering" – RIXS). В дополнение к первым двум, тестирующим восприимчивости на малых и больших волновых векторах, соответственно, метод RIXS позволяет определять дисперсию коллективных колебаний на промежуточных волновых векторах и, таким образом, в сочетании с методом рассеяния нейтронов установить дисперсию частот коллективных колебаний во всей зоне Бриллюэна. Эта информация очень важна и уже на качественном уровне позволяет судить об эффективности того или иного механизма спаривания носителей тока. Среди возможных механизмов спаривания носителей тока в купратах наиболее интенсивно обсуждаются плазмонный [1–3], суперобменный [4], фононный [5] и все с более возрастающем предпочтением на доминирующую роль в купратах спин-флуктуационный [6, 7]. Однако непрекращающиеся экспериментальные исследования ставят новые вопросы. Так, обнаруженная в 2014 г. асимметрия спектров коллективных возбуждений в электронно- и дырочно-допированных купратах [8, 9] методом RIXS, естественно, привлекла повышенное внимание. Частоты коллективных спиновых возбуждений в электронно-допированных купратах в целом оказались выше чем в дырочно-допированных, что, как отмечалось в [7], было весьма неожиданно с точки зрения спин-флуктуационного механизма спаривания, так как критическая температура в электронных значительно ниже по сравнению с дырочными. Более того, оказалось, что имеется также резкое различие в поведении коллективных зарядовых возбуждений (плазмонов). В дырочно-допированных купратах ($\mathrm{YBa_2Cu_3O_7}$) частота плазмонов при малых волновых векторах составляет примерно 0.8 эВ [10, 11] и дисперсия ее, вообще говоря, может быть описана уже в обычном приближении случайных фаз [12]. Однако, как выяснилось позже, приближение случайных фаз плохо подходит для описания высокочастотной части спиновых возбуждений, тестируемых методом неупругого рассеяния нейтронов [13]. Это обстоятельство стало особенно очевидным при анализе данных RIXS.

Обнаруженная методом RIXS в $\mathrm{Nd_{2-x}Ce_xCuO_4}$ мода имеет необычную дисперсию [8, 9]. При ма-

[1]e-mail: meremin@kpfu.ru

лых q частоты составляют примерно 0.3 эВ и по мере увеличения волнового вектора возрастают до 1 эВ при $q_x = 0.3\pi$ и более. Эта новая мода не может быть связана со спиновыми возбуждениями (которые тоже были наблюдены) и, предположительно, была интерпретирована в качестве плазмонной. Для поддержки этой гипотезы авторы [9] провели численный расчет мнимой части зарядовой восприимчивости на кластере из 20 частиц, включив в гамильтониан t–t'–t''–J модели [9] члены, учитывающие трехцентровые корреляции. Рассчитанные ими положения максимумов у мнимой части динамической зарядовой восприимчивости на высоких частотах качественно коррелируют с результатами измерений. Однако кулоновское взаимодействие носителей тока почему-то вообще не включалось в расчет. Кулоновское взаимодействие носителей тока, но без учета трехцентровых членов, было учтено в работе [14]. Используя метод N-разложения и фурье-образ кулоновского взаимодействия с учетом пространственной периодичности решетки, полученный в работе [15], авторы [14] рассчитали спектр плазмонов при различных волновых векторах и привели ряд качественных аргументов в пользу плазмонного происхождения этой новой ветви колебаний. Однако добиться количественного согласия расчета с экспериментальными данными [8, 9] не удалось. В этой связи логично попытаться решить эту задачу с учетом как кулоновского взаимодействия, так и трехцентровых корреляций, применив для этого более мощный метод учета сильных электронных корреляций, а именно метод функций Грина в сочетании с техникой проекционных операторов Хаббарда. Это метод, хорошо зарекомендовавший себя при анализе спектра коллективных спиновых возбуждений как дырочных, так и в электронно-допированных купратах на всех волновых векторах. Важная роль трехцентровых корреляций для объяснения асимметрии критических температур и спектров коллективных спиновых возбуждений в электронных и дырочных купратах отмечалась ранее [16–19].

Гамильтониан зоны проводимости брался в виде

$$\mathcal{H} = \sum_{l,m,\sigma} t_{lm} X_l^{\sigma,0} X_m^{0,\sigma} + \frac{1}{2}\sum_{l,m} G_{lm} X_l^{0,0} X_m^{0,0} - \\ - \frac{1}{4}\sum_{l,m,\sigma,\sigma'} J_{lm} (-1)^{1-\sigma-\sigma'} X_l^{\sigma,\sigma'} X_m^{\bar{\sigma},\bar{\sigma}'} - \\ - \sum_{l\neq m,f,\sigma,\sigma'} \frac{t_{lf} t_{fm}}{U} (-1)^{1-\sigma-\sigma'} X_l^{\sigma,0} X_f^{\bar{\sigma},\bar{\sigma}'} X_m^{0,\sigma'}. \quad (1)$$

Здесь $X_j^{p,q}$ – хаббардовские операторы, J_{lm} и G_{lm} – параметры суперобменного и кулоновского взаимодействия квазичастиц соответственно, t_{lm} – затравочные интегралы перескока между узлами решетки в плоскости CuO, U – параметр кулоновского отталкивания на одном узле, описывающий энергетический интервал между верхней и нижней подзонами Хаббарда [4, 16, 20, 21].

Для расчета динамической зарядовой восприимчивости, как и при расчете динамической спиновой восприимчивости и последующего анализа спектра коллективных спиновых колебаний в [18], составлялась цепочка зацепляющихся уравнений для пяти функций Грина $\langle\langle X_{\mathbf{q}}^{0,0} | X_{-\mathbf{q}}^{0,0}\rangle\rangle$, $\sum_{\mathbf{k},\sigma}(h_{\mathbf{k+q}} - h_{\mathbf{k}})\langle\langle X_{\mathbf{k+q}}^{0,\sigma} X_{\mathbf{k}}^{\sigma,0} | X_{-\mathbf{q}}^{0,0}\rangle\rangle$, $\langle\langle X_{\mathbf{k+q}}^{0,\sigma} X_{\mathbf{k}}^{\sigma,0} | X_{-\mathbf{q}}^{0,0}\rangle\rangle$, $\langle\langle X_{\mathbf{k}}^{\sigma,0} X_{\mathbf{k+q}}^{0,\sigma} | X_{-\mathbf{q}}^{0,0}\rangle\rangle$, и $\sum_{\mathbf{k},\sigma}(\varepsilon_{\mathbf{k+q}} - \varepsilon_{\mathbf{k}})\langle\langle X_{\mathbf{k+q}}^{0,\sigma} X_{\mathbf{k}}^{\sigma,0} | X_{-\mathbf{q}}^{0,0}\rangle\rangle$. Во второй функции Грина введено обозначение

$$h_{\mathbf{k}} = t_{\mathbf{k}} - \frac{1-\delta_0}{2} T_{\mathbf{k}}, \quad (2)$$

$$t_{\mathbf{k}} = \sum_m t_{lm} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_{lm}}, \quad (3)$$

$$T_{\mathbf{k}} = \sum_{f,m\neq l} \frac{t_{lf} t_{fm}}{U} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_{lf} - i\mathbf{k}\mathbf{R}_{fm}}, \quad (4)$$

где δ_0 – среднее значение концентрации носителей тока в расчете на одну элементарную ячейку.

Линеаризация уравнений движения проводилась методом проектирования (Мори) в сочетании с приближением случайных фаз, как это делалось при выводе формулы для динамической спиновой восприимчивости дырочно- и электронно-допированных купратов [18, 22, 23]. В итоге получено следующее выражение для динамической зарядовой восприимчивости:

$$\chi_{ch}(\omega, \mathbf{q}) = \frac{\chi_q \zeta_h - \chi_h \zeta_q}{(1-\lambda_q)\,\zeta_h - \left(\frac{\omega+\omega_q}{2} - \lambda_h\right)\zeta_q}. \quad (5)$$

Функции $\chi_q, \chi_h, \zeta_q, \zeta_h, \lambda_q, \lambda_h, \omega_q$ определяются формулами:

$$\chi_q = \frac{1}{N}\sum_{\mathbf{k}} \chi_{kq},\ \chi_h = \frac{1}{N}\sum_{\mathbf{k}} (h_{\mathbf{k+q}} - h_{\mathbf{k}})\,\chi_{kq}, \quad (6)$$

$$\zeta_q = \frac{1}{N}\sum_{\mathbf{k}} \zeta_{kq},\ \zeta_h = \frac{1}{N}\sum_{\mathbf{k}} (h_{\mathbf{k+q}} - h_{\mathbf{k}})\,\zeta_{kq}, \quad (7)$$

$$\lambda_q = \frac{1}{N}\sum_{\mathbf{k}} \lambda_{kq},\ \lambda_h = \frac{1}{N}\sum_{\mathbf{k}} (h_{\mathbf{k+q}} - h_{\mathbf{k}})\,\lambda_{kq}, \quad (8)$$

$$\omega_q = \frac{1}{N}\sum_{\mathbf{k}} T_{\mathbf{k},\mathbf{k+q}} \left(n_{\mathbf{k+q}}^h - n_{\mathbf{k}}^h\right), \quad (9)$$

$$T_{\mathbf{k},\mathbf{k}+\mathbf{q}} = \sum_{f,m\neq l} \frac{t_{lf}t_{fm}}{U} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_{lf}-i(\mathbf{k}+\mathbf{q})\mathbf{R}_{fm}}, \qquad (10)$$

в которых, для краткости записи, введены обозначения:

$$\chi_{kq} = \frac{n^h_{\mathbf{k}} - n^h_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}}{\omega + \varepsilon_{\mathbf{k}} - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}}, \qquad (11)$$

$$\zeta_{kq} = \frac{1}{\omega + \varepsilon_{\mathbf{k}} - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}}, \qquad (12)$$

$$\lambda_{kq} = \eta_{kq} + \varphi_{kq}, \qquad (13)$$

$$\eta_{kq} = \frac{M'_{\mathbf{k},\mathbf{q}}n^h_{\mathbf{k}} - M'_{\mathbf{k}+\mathbf{q},\mathbf{q}}n^h_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}}{\omega + \varepsilon_{\mathbf{k}} - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}}, \qquad (14)$$

$$M'_{\mathbf{k},\mathbf{q}} = \frac{1}{2}t'_{\mathbf{k}} - G_{\mathbf{q}} + \frac{1}{4}J'_{\mathbf{q}} - \frac{1-\delta_0}{2}T''_{\mathbf{k}}, \qquad (15)$$

$$t'_{\mathbf{k}} = \sum_m t_{lm}(1 - F^t_{lm})e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_{lm}}, \qquad (16)$$

$$J'_{\mathbf{q}} = \sum_m J_{lm}(1 - F^J_{lm})e^{-i\mathbf{q}\mathbf{R}_{lm}}, \qquad (17)$$

$$G_{\mathbf{q}} = \sum_m G_{lm}e^{-i\mathbf{q}\mathbf{R}_{lm}}, \qquad (18)$$

$$T''_{\mathbf{k}} = \sum_{f,m\neq l} \frac{t_{lf}t_{fm}}{U}(1 - F^t_{lm})e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_{lf}-i\mathbf{k}\mathbf{R}_{fm}}, \qquad (19)$$

$$\varphi_{kq} = \frac{1+\delta_0}{4}T'_{\mathbf{k},\mathbf{k}+\mathbf{q}}\frac{n^h_{\mathbf{k}} - n^h_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}}{\omega + \varepsilon_{\mathbf{k}} - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}}, \qquad (20)$$

$$T'_{\mathbf{k},\mathbf{k}+\mathbf{q}} = \sum_{f,m\neq l} \frac{t_{lf}t_{fm}}{U}(1 - F^t_{lf})e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_{lf}-i(\mathbf{k}+\mathbf{q})\mathbf{R}_{fm}}. \qquad (21)$$

Через $n^h_{\mathbf{k}}$ обозначены числа заполнения в дырочном представлении; $n^h_{\mathbf{k}} = Pf^h_{\mathbf{k}}$, $P = (1+\delta_0)/2$, $f^h_{\mathbf{k}} = 1/(1 + e^{-\varepsilon_{\mathbf{k}}/k_{\mathrm{B}}T})$.

Энергия квазичастиц, как это принято при описании экспериментов по фотоэмиссии с угловым разрешением (фотоэлектронная спектроскопия с угловым разрешением "*angle-resolved photoemission spectroscopy*" – ARPES), записываются в виде:

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = -\mu + 2t(\cos k_x a + \cos k_y a) + \\ + 4t'\cos k_x a \cos k_y a + 2t''(\cos 2k_x a + \cos 2k_y a). \qquad (22)$$

Эффективные параметры перескока квазичастиц, "одетых зарядовыми и спиновыми корреляциями", выражаются через затравочные параметры перескока электронов между первыми (t_1), вторыми (t_2) и третьими соседями (t_3) следующим образом:

$$t = t_1\left(P + \frac{1+2F^t_1}{4P}K_1\right) + \\ + \left(J_1\frac{1+2F^J_1}{4P} + 3\frac{t_1^2}{U}\right)\langle X_0^{0,\sigma}X_1^{\sigma,0}\rangle, \qquad (23)$$

$$t' = t_2\left(P + \frac{1+2F^t_2}{4P}K_2\right) + \\ + 2\frac{t_1^2}{U}\left(\frac{2+F^t_1}{2}K_1 - \frac{1-\delta_0}{2}\left(P + \frac{1+2F^t_2}{4P}K_2\right)\right), \qquad (24)$$

$$t'' = t_3\left(P + \frac{1+2F^t_3}{4P}K_3\right) + \\ + \frac{t_1^2}{U}\left(\frac{2+F^t_1}{2}K_1 - \frac{1-\delta_0}{2}\left(P + \frac{1+2F^t_3}{4P}K_3\right)\right). \qquad (25)$$

Через $K_1 = 4\langle S^z_0 S^z_1\rangle$, как и в [18], обозначены спин-спиновые корреляционные функции, которые оцениваются самосогласованно через динамическую спиновую восприимчивость.

Из условия эквивалентности электронного и дырочного представлений получаются уравнения согласования на параметры проектирования F^t_{ij}:

$$\varepsilon_{ij} = Ph_{ij}(1 - F^t_{ij}). \qquad (26)$$

В частности, из (23) и (26) получается следующее соотношение:

$$F^t_1 = \frac{-K_1 - J_1\left(1 + 2F^J_1 + 3P\right)t_1^{-1}\langle X_0^{0,\sigma}X_1^{\sigma,0}\rangle}{4P^2 + 2K_1}. \qquad (27)$$

Корреляционные функции $\langle X_0^{0,\sigma}X_1^{\sigma,0}\rangle$ рассчитываются самосогласованно через числа заполнения квазичастиц.

В работах [24, 25] соблюдение электронно-дырочной симметрии при описании перехода металл–диэлектрик в модели Хаббарда получается путем симметризации уравнений движения в электронном и дырочном представлениях. Уравнение (26) имеет аналогичный смысл.

Результаты численного расчета приведены на рис. 1, 2. Эффективные интегралы перескока, как и в [26], приняты равными (в эВ): $t = -0.230$, $t' = 0.055$, $t'' = -0.035$. Эти значения, как уже отмечалось в [26], хорошо соответствуют фотоэмиссионным (ARPES) данным о контуре Ферми в $\mathrm{Nd_{2-x}Ce_xCuO_4}$ [27]. Небольшое отличие от значений параметров зоны проводимости для соединения $\mathrm{Pr_{0.88}LaCe_{0.12}CuO_{4-x}}$, использованных для расчета коллективных спиновых возбуждений в работе [18], можно связать с различием основных электронных конфигураций неодима и празеодима. Принятые нами значения $J_1 = 0.11$ эВ, $F^J_1 = 0.7$ близки к тем, что использовались при описании спектра коллективных спиновых возбуждений $\mathrm{Pr_{0.88}LaCe_{0.12}CuO_{4-x}}$.

Фурье-образ кулоновского взаимодействия квазичастиц в плоскости CuO брался в виде [15]

$$G_{\mathbf{q}} = \frac{2\pi de^2}{\varepsilon_\perp ab\sqrt{A^2-1}}, \qquad (28)$$

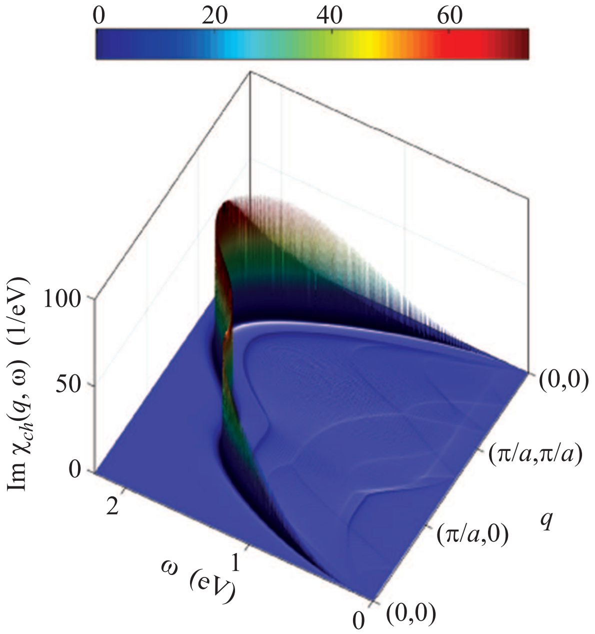

Рис. 1. (Цветной онлайн) Рассчитанная по формуле (5) мнимая часть зарядовой восприимчивости, зависящая от волнового вектора и частоты. Параметр затухания Γ полагался равным 0.004 эВ. Значения волнового вектора $\mathbf{q}$ меняются по треугольному контуру $(0,0)-(\pi/a,0)-(\pi/a,\pi/a)-(0,0)$ в зоне Бриллюэна

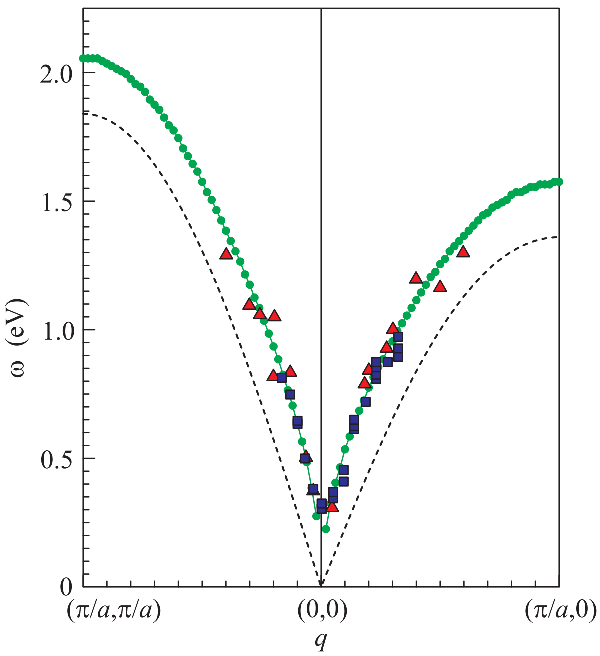

Рис. 2. (Цветной онлайн) Дисперсия плазмонной моды в $Nd_{2-x}Ce_xCuO_4$. Цветные символы – экспериментальные данные, полученные методами неупругово рассеяния рентгеновских лучей (RIXS); символы синего цвета соответствуют данным работы [8], красного – [9], круглые зеленые символы – результаты нашего расчета (положения максимумов мнимой части зарядовой восприимчивости (5)). Пунктиром изображена верхняя граница области электронно-дырочных возбуждений, определяемая условием $\omega+\varepsilon_{\mathbf{k}}-\varepsilon_{\mathbf{k+q}}=0$

$$A=\left(2\frac{\varepsilon_{\parallel}}{\varepsilon_{\perp}}\frac{\sin^2{(q_xa/2)}}{(a/d)^2}+2\frac{\varepsilon_{\parallel}}{\varepsilon_{\perp}}\frac{\sin^2{(q_yb/2)}}{(b/d)^2}+1\right), \tag{29}$$

где a,b – постоянные решетки в плоскости CuO, d – период трансляции плоскостей вдоль оси z, $\varepsilon_{\parallel},\varepsilon_{\perp}$ – диэлектрические проницаемости в плоскости CuO и вдоль оси z. Постоянные решетки кристалла $Nd_{2-x}Ce_xCuO_4$ по рентгеноструктурным данным [28] примерно равны $a=b=4$ Å, $c=12$ Å. В пределах элементарной ячейки проходят две плоскости. Расстояние между плоскостями CuO равно $d=c/2$. Плоскости CuO сдвинуты относительно друг друга на вектор трансляции (1/2, 1/2, 1/2). Как и работе [14], для простоты, мы пренебрегаем эффектом этого сдвига и в качестве межслойного расстояния принимаем значение $d=1.5a$ и так же, как и в работе [14], считаем, что $\varepsilon_{\parallel}/\varepsilon_{\perp}=2$. Значение $\varepsilon_{\perp}d=24$ Å подбиралось так, чтобы рассчитанные значения частот наиболее близко соответствовали экспериментальным значениям, определенным в работах [8, 9]. Формулы (28)–(29) получаются из фурье-образа кулоновского взаимодействия между носителями тока в трехмерной решетке путем интегрирования по волновому вектору q_z, т.е. это фурье-образ кулоновского взаимодействия носителей тока в плоскости CuO, помещенной в трехмерную кристаллическую решетку с параметром трансляции d вдоль оси z.

Параметр трехцентровых корреляций между вторыми и третьими соседями t_1^2/U полагался равным $J_1/4$, как это вытекает при выводе гамильтониана (1) на основе модели Хаббарда [16, 19]. Значения корреляционных функций $K_1=4\langle S_0^zS_1^z\rangle$ и $\langle X_0^{0,\sigma}X_1^{\sigma,0}\rangle$ равны -0.22 и -0.12 соответственно. Значение параметра проектирования F_1^t, рассчитанного по формуле (27), равно 0.05. Индекс допирования ($\delta_0=0.3$) брался так, чтобы рассчитанная форма ферми-контура соответствовала экспериментально наблюдаемому методами фотоэлектронной эмиссии с угловым разрешением (ARPES).

Интересно отметить, что рассчитанная нами плазмонная мода (рис. 2) при всех волновых векторах вдоль треугольного контура зоны Бриллюэна располагается выше границы области электронодырочных возбуждений. Как видно из рис. 1, при малых частотах мнимая часть восприимчивости (или иными словами спектральный вес) данной моды очень мала.

Итак, в настоящей работе рассчитана зависимость частоты коллективных колебаний плазмонов в плоскостях CuO. При этом наряду с кулоновским взаимодействием учтены как обменное взаимодействие, так и трехцентовые корреляции. Результаты расчета согласуются с экспериментальными данными [8, 9]. Важным звеном, обеспечивающим этот успех, является принятая модель монослоя, помещенного в кристаллическую решетку, для записи фурье-образа кулоновского взаимодействия носителей тока. В случае дырочно-допированных купратов эта модель не подходит. В дырочнх купратах носители тока распределены по позициям кислорода, а не по позициям меди. Волновые функции $2p$-электронов кислорода имеют большее пространственное распределение по сравнению с волновыми функциями $3d$-электронов меди и, как следствие этого, для расчета дисперсии плазмонов в дырочно-допированных купратах больше подходит фурье-образ кулоновского взаимодействия с дискретного строения решетки во всех трех направлениях [12, 15, 29]. В электронно-допированных купратах зависимость щели существенно (на 30 %) отличается от вида $\cos k_x a - \cos k_y a$, которая автоматически получается при решении уравнения БКШ (Бардин–Купер–Шриффер) в предположении о доминировании короткодействующих механизмов спаривания (например, суперобменного). Исходя их этого, логично предположить, что суперобменный, фононный, кулоновский (плазмонный) и спин-флуктуационный механизмы по разному конкурируют (интерферируют) на различных участках контура Ферми. Без аналитической формулы для динамической зарядовой восприимчивости в этой сложной проблеме, скорее всего, не разобраться и такая формула в данной работе получена.

Авторы благодарны М.А. Малахову за помощь при отладке программы численного расчета и полезные замечания. Работа выполнена при поддержке субсидии, выделенной К(П)ФУ для выполнения государственного задания в сфере научной деятельности, проект 3.6722.2017/8.9.

---

1. В. Л. Гинзбург, Д. А. Киржниц, *Проблема высокотемпературной сверхпроводимости*, Наука, М. (1977).
2. A. J. Leggett, Proc. Natl. Acad. Sci. USA. **96**, 8365 (1999).
3. A. J. Leggett, Phys. Rev. Lett. **83**, 392 (1999).
4. P. W. Anderson, Science **235**, 1196 (1987).
5. K. A. Muller, *Handbook of High-Temperature Superconductivity. Theory and experiment*, Springer-Verlag, N.Y. (2007).
6. D. J. Scalapino, Rev. Mod. Phys. **84**, 1383 (2012).
7. N. M. Plakida, Physica C: Superconductivity and its Applications **531**, 39 (2016).
8. W. S. Lee, J. J. Lee, E. A. Nowadnick et al. (Collaboration), Nature Phys. **10**, 883 (2014).
9. K. Ishii, M. Fujita, T. Sasaki et al. (Collaboration), Nature Commun. **5**, 3714 (2014).
10. N. Nucker, U. Eckern, J. Fink, and P. Muller, Phys. Rev. B **44**, 7155 (1991).
11. N. Nucker, H. Romberg, S. Nakai, B. Scheerer, J. Fink, Y. F. Yan, and Z. X. Zhao, Phys. Rev. B **39**, 12379 (1989).
12. P. Longe and S. M. Bose, Phys. Rev. B **47**, 11611 (1993).
13. D. Reznik, J.-P. Ismer, I. Eremin, T. Wolf, M. Arai, Y. Endoh, T. Masui, and S. Tajima, Phys. Rev. B **78**, 132503 (2008).
14. A. Greco, H. Yamase, and M. Bejas, Phys. Rev. B **94**, 075139 (2016).
15. F. Becca, M. Tarquini, M. Grilli, and C. Di Castro, Phys. Rev. B **54**, 12443 (1996).
16. В. В. Вальков, Т. А. Валькова, Д. М. Дзебисашвили, С. Г. Овчинников, Письма в ЖЭТФ **75**, 450 (2002) [JETP Lett. **75**, 378 (2002)].
17. М. М. Коршунов, С. Г. Овчинников, Ф. В. Шерман, Письма в ЖЭТФ **80**, 45 (2004) [JETP Lett. **80**, 39 (2004)].
18. М. В. Еремин, М. А. Малахов, Письма в ЖЭТФ **104**, 13 (2016) [JETP Lett. **104**, 15 (2016)].
19. М. В. Еремин, Письма в ЖЭТФ **105**, 322 (2017) [JETP Lett. **105**, 710 (2017)].
20. Ю. А. Изюмов, Успехи физических наук **167**, 465 (1997).
21. N. M. Plakida, *Temperature Cuprate Superconductors. Experiment, Theory, and Applications*, Springer, Berlin, Heidelberg, N.Y., Hong Kong, London, Milan, Paris, Tokyo (2011).
22. M. V. Eremin, I. M. Shigapov, and I. M. Eremin, Eur. Phys. J. B **85**, 131 (2012).
23. M. V. Eremin, I. M. Shigapov, and Ho Thi Duyen Thuy, J. Phys.: Condens. Matter **25**, 345701 (2013).
24. V. Yu. Irkhin and A. V. Zarubin, Eur. Phys. J. B **38**, 563 (2004).
25. В. Ю. Ирхин, А. В. Зарубин, ЖЭТФ **143**, 971 (2013).
26. R. S. Markiewicz, S. Sahrakorpi, M. Lindroos, Hsin Lin, and A. Bansil, Phys. Rev. B **72**, 054519 (2005).
27. N. P. Armitage, D. H. Lu, C. Kim, A. Damascelli, K. M. Shen, and F. Ronning, Phys. Rev. Lett. **87**, 147003 (2001).
28. Y. Tokura, H.Takagi, and S. Uchida, Nature **337**, 345 (1989).
29. М. В. Еремин, М. А. Малахов, Известия РАН, сер. физическая **78**, 1183 (2014).