

# Сингулярный резонанс в флуктуационно-электромагнитных явлениях при вращении наночастицы вблизи поверхности конденсированной среды

А. И. Волокитин<sup>1)</sup>

Самарский государственный технический университет, 443100 Самара, Россия

Поступила в редакцию 21 марта 2018 г.

После переработки 13 июня 2018 г.

Показано, что при вращении сферической наночастицы с радиусом  $R$  вблизи поверхности полубесконечной однородной среды в флуктуационно-электромагнитных явлениях (сила Казимира, трение Казимира, радиационная генерация тепла) может происходить сингулярный резонанс, вблизи которого флуктуационно-электромагнитные эффекты сильно возрастают даже при наличии диссипации в системе. Резонанс имеет место при расстояниях частицы до поверхности  $d < d_0 = R(3/4\varepsilon_1''(\omega_1)\varepsilon_2''(\omega_2))^{1/3}$  (где  $\varepsilon_i''(\omega_i)$  – мнимая часть диэлектрической функции частицы или среды на частоте поверхностного фоновонного или плазмонного поляритона  $\omega_i$ ), когда частота вращения  $\Omega$  совпадает с полюсами в скорости генерации фотонов при  $\Omega \approx \omega_1 + \omega_2$ . Эти полюса возникают за счет многократного рассеяния электромагнитных волн между частицей и поверхностью в условиях аномального эффекта Доплера, и они существуют даже при наличии диссипации. При  $d < d_0$  в зависимости от частоты вращения частицы сила Казимира может менять знак, т.е. притяжение частицы к поверхности сменяется на отталкивание. Полученные результаты могут иметь важное значение для разработки экспериментальных методов детектирования квантового трения.

DOI: 10.1134/S0370274X18140138

Все материальные среды окружены флуктуирующим электромагнитным полем за счет тепловых и квантовых флуктуаций плотности тока и заряда внутри них. Вблизи поверхности это флуктуирующее электромагнитное поле сильно возрастает из-за вклада безызлучательных электромагнитных волн [1]. Это усиление особенно велико, когда на поверхности имеются поверхностные моды, такие как поверхностные плазмонные поляритоны, поверхностные фоновонные поляритоны, или колебательные моды адсорбатов. Электромагнитные флуктуации являются краеугольным камнем физики Казимира, которая включает в себя силы Казимира–Лифшица–Ван-дер-Ваальса [2–6], трение Казимира [7–11] с его предельным случаем квантового трения [9, 11, 12], радиационное излучение и радиационный теплообмен в ближнем поле [13–18].

В последние годы был достигнут значительный прогресс в изучении флуктуационно-электромагнитных явлений. Это связано с развитием новых экспериментальных методов, позволивших исследовать эти явления на наномасштабах, где они намного сильнее, чем на микромасштабах.

Недавно были проведены измерения сил Казимира–Лифшица–Ван-дер-Ваальса с беспрецедентной точностью [4, 5]. Эти измерения согласуются с теорией Лифшица вплоть до очень больших расстояний, когда становятся существенными эффекты запаздывания, и когда взаимодействие определяется тепловыми, а не квантовыми флуктуациями. Флуктуационно-электромагнитные силы, обычно называемыми силами Казимира, которые в незапаздывающем пределе являются силами Ван-дер-Ваальса, доминируют в взаимодействии между наноструктурами и могут вызывать слипание в небольших устройствах, таких как микро- и нано-электромеханические системы. В результате практической значимости проблемы флуктуационно-электромагнитного взаимодействия для конструирования нано-электромеханических систем и большого прогресса в методах детектирования сил, экспериментальные и теоретические исследования флуктуационно-электромагнитных сил между нейтральными телами испытывают необычайный подъем в последние несколько лет [1, 4, 5]. Особый интерес привлечен к исследованиям флуктуационно-электромагнитных взаимодействий для неравновесных систем [1, 7–16, 18, 21–30].

<sup>1)</sup>e-mail: alevolokitin@yandex.ru

Этот интерес связан с тем, что в неравновесных системах можно влиять на флуктуационно-электромагнитные взаимодействия, что является исключительно важным для конструирования нано-электромеханических устройств. Теоретически было предсказано [13–16] и экспериментально подтверждено [19–21], что радиационный тепловой поток между двумя телами с разными температурами в области ближнего поля на много порядков больше, чем определяется классическим законом Стефана–Больцмана. Относительное движение между телами влияет на силы Казимира–Лифшица, радиационную передачу тепла и приводит к диссипации и трению Казимира [7–11], которое является одним из механизмов бесконтактного трения. Квантовое трение, которое является предельным случаем трения Казимира, определяет тот предел, до которого может быть уменьшено трение, а, следовательно, и флуктуации, так как они связаны с трением посредством флуктуационно-диссипативной теоремы. Флуктуации силы, а, следовательно, и трение важны для сверхчувствительного измерения сил. В то время как сила Казимира и радиационная передача тепла были измерены во многих экспериментах, детектирование трения Казимира с его предельным случаем квантового трения в настоящее время представляет все еще сложную проблему для экспериментаторов. На основе теории трения Казимира были объяснены результаты экспериментов по наблюдению фрикционного увлечения между квантовыми ямами и графеновыми листами, и вольт-амперная зависимость графена на поверхности полярного диэлектрика  $\text{SiO}_2$  [1, 12, 22–24]. В этих случаях трение Казимира, которое возникает при протекании тока в графеновом листе будет вызывать добавочное трение, а также индуцировать электрическое напряжение в расположенном поблизости другом графеновом листе, которые могут быть измерены. В работах [25, 26] было предложено детектировать эффект фрикционного увлечения за счет трения Казимира с помощью атомного силового микроскопа. Однако актуальное чисто механическое детектирование трения Казимира с его предельным случаем квантового трения, возникающего при относительном движении тел, требует дополнительной как теоретической, так и экспериментальной работы.

В настоящее время большое внимание уделяется изучению вращающихся наночастиц в контексте самых разнообразных физических, химических и биомедицинских применений. Наиболее важные из них связаны с использованием вращающихся нано-

частиц для направленного воздействия на раковые клетки [31–33]. Различные экспериментальные методы для захвата и вращения наночастиц обсуждались недавно в работах [34–36]. Вращающиеся наночастицы могут также использоваться для детектирования квантового трения. В то время как для возникновения квантового трения при равномерном поступательном движении требуется, по крайней мере, два тела (в противном случае оно невозможно из-за принципа относительности), один вращающийся в вакууме объект может испытывать трение за счет излучения электромагнитных волн [37–40]. Это явление тесно связано со сверхизлучением, впервые предсказанным Зельдовичем в [41]. Он утверждал, что вращающийся объект усиливает некоторые падающие волны и предположил, что это приведет к спонтанному излучению при рассмотрении квантовой механики [42, 43]. Сверхизлучение от вращающейся “черной дыры” и рождение ею квантовых частиц также впервые было предсказано Зельдовичем [41, 42], а затем доказано Старобинским [44, 45]. Однако это излучение по своей природе отличается от излучения Хокинга, которое обусловлено существованием горизонта событий [46]. Квантовое трение, действующее на малую сферу при вращении вблизи поверхности, изучалось в работах [47–50]. В работе [47] было показано, что квантовое трение сильно возрастает при резонансной генерации поверхностных фононных поляритонов при частоте вращения  $\Omega = \omega_1 + \omega_2$ , где  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – частоты поверхностных поляритонов для частицы и поверхности. В настоящей работе показано, что в этой системе возможен сингулярный резонанс, при котором электромагнитное поле неограниченно возрастает со временем. При резонансе стационарное вращение невозможно, так как фрикционный вращательный момент неограниченно возрастает со временем. Однако вблизи резонанса стационарное вращение возможно. При этом флуктуационно-электромагнитные эффекты сильно возрастают. При относительном скольжении двух пластин сингулярный резонанс был впервые предсказан в работах [51, 52], а затем изучался в работе [26]. Для двух вращающихся наночастиц сингулярный резонанс был впервые предсказан в работах [53, 54]. Для тела, вращающегося в вакууме, сингулярный резонанс невозможен, так для него требуется, по крайней мере, два тела. Однако сингулярный резонанс возможен при вращении тела внутри резонатора. Этот эффект впервые был предсказан Зельдовичем [41, 42], и недавно он изучался для полости с вращающимися стенками [55]. Важно отметить, что при сингулярном резонансе

флуктуационно-электромагнитные эффекты сильно возрастают при малых расстояниях между телами, когда они определяются электромагнитным полем в области ближнего поля.

Рассмотрим сферическую частицу с радиусом  $R$ , расположенную на расстоянии  $d$  от поверхности однородной среды, которая лежит в плоскости  $xy$  (см. рис. 1). Расстояние  $d$  предполагается достаточно ма-

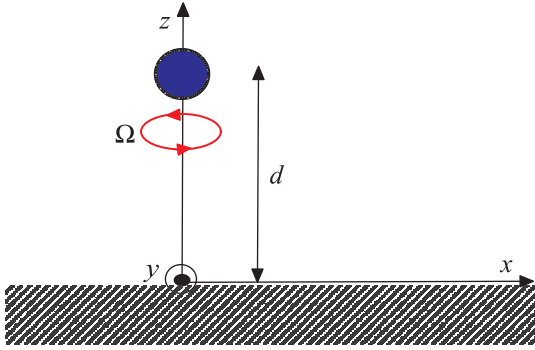


Рис. 1. (Цветной онлайн) Вращающаяся вокруг  $\hat{z}$ -оси наночастица, расположенная на расстоянии  $d$  от поверхности полубесконечной среды

лым, так что электромагнитное поле может рассматриваться в электростатическом пределе. Частица и среда имеют различные температуры  $T_1$  и  $T_2$ , и характеризуются зависящими от частоты диэлектрическими функциями  $\varepsilon_1(\omega)$  и  $\varepsilon_2(\omega)$  соответственно. Введем две системы отсчета  $K$  и  $K'$ . В  $K$  системе отсчета среда покоится, а частица вращается вокруг проходящей через нее оси с частотой  $\Omega$ .  $K'$  является системой покоя частицы. Ориентация оси вращения для частицы может быть произвольной, но в настоящей работе мы рассмотрим наиболее симметричный случай, когда ось вращения направлена вдоль оси  $\hat{z}$ , как на рис. 1. В сравнении с общим случаем, который может быть рассмотрен с помощью подхода, использованного в работе [54], в этом предельном случае вычисления намного проще, а полученные результаты качественно одинаковы.

Согласно флуктуационной электродинамике [1, 9] дипольный момент для поляризуемой частицы  $\mathbf{p} = \mathbf{p}^f + \mathbf{p}^{\text{ind}}$ , где  $\mathbf{p}^f$  – флуктуирующий дипольный момент, обусловленный квантовыми и тепловыми флуктуациями внутри частицы,  $\mathbf{p}^{\text{ind}}$  – индуцированный дипольный момент.

В  $K'$  системе отсчета дипольный момент  $\mathbf{p}'$  удовлетворяет уравнению

$$\mathbf{p}'(\omega) = \alpha(\omega)\mathbf{E}'(\omega, \mathbf{r}_0) + \mathbf{p}^{f'}(\omega), \quad (1)$$

где  $\mathbf{E}'(\omega, \mathbf{r}_0)$  – напряженность электрического поля, создаваемого флуктуирующей и индуцированной

плотностями заряда среды, соответственно, в месте нахождения частицы при  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 = (0, 0, d)$ , а электрическая поляризуемость частицы определяется уравнением

$$\alpha(\omega) = R^3 \frac{\varepsilon_1(\omega) - 1}{\varepsilon_1(\omega) + 2} \quad (2)$$

Связь между дипольными моментами частицы в  $K$  и  $K'$  системах отсчета определяются уравнениями:  $p'_z(t) = p_z(t)$  и

$$\mathbf{p}'_{\perp}(t) = \begin{pmatrix} \cos \Omega t & \sin \Omega t \\ -\sin \Omega t & \cos \Omega t \end{pmatrix} \mathbf{p}_{\perp}(t), \quad (3)$$

где  $\mathbf{p}_{\perp} = (p_x, p_y)$ , и для компонент Фурье:  $p'_z(\omega) = p_z(\omega)$ ,

$$\mathbf{p}'_{\perp}(\omega) = \hat{e}'^+ p^-(\omega^+) + \hat{e}'^- p^+(\omega^-), \quad (4)$$

где  $\omega^{\pm} = \omega \pm \Omega$ ,  $\hat{e}'^{\pm} = (\hat{x}' \pm i\hat{y}')/\sqrt{2}$ ,  $p^{\pm} = (p_x \pm ip_y)/\sqrt{2}$ . Такие же соотношения справедливы для  $\mathbf{E}'$ :  $E'_z(\omega, \mathbf{r}_0) = E_z(\omega, \mathbf{r}_0)$ ,

$$\mathbf{E}'_{\perp}(\omega, \mathbf{r}_0) = \hat{e}'^+ E^-(\omega^+) + \hat{e}'^- E^+(\omega^-), \quad (5)$$

где  $E^{\pm} = (E_x \pm iE_y)/\sqrt{2}$ ,  $\mathbf{E}(\omega, \mathbf{r}_0) = \mathbf{E}^f(\omega, \mathbf{r}_0) + \mathbf{E}^{\text{ind}}(\omega, \mathbf{r}_0)$ , где  $\mathbf{E}^f(\omega, \mathbf{r}_0)$  – флуктуирующее электрическое поле, обусловленное квантовыми и тепловыми флуктуациями внутри среды,  $\mathbf{E}^{\text{ind}}(\omega) = \mathbf{G}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0, \omega) \cdot \mathbf{p}$  – индуцированное электрическое поле в месте нахождения частицы,  $\mathbf{G}$  – электромагнитный тензор Грина. Вблизи плоской поверхности в электростатическом пределе тензор Грина сводится к  $G_{ij} = G_{ii}\delta_{ij}$  с компонентами  $G_{xx} = G_{yy} = G_{zz}/2 = R_p/(2d)^3$ , где амплитуда отражения для поверхности среды

$$R_p(\omega) = \frac{\varepsilon_2(\omega) - 1}{\varepsilon_2(\omega) + 1}. \quad (6)$$

Используя эти соотношения в (1) и принимая во внимание, что  $(\hat{e}^{\pm} \cdot \hat{e}^{\mp}) = 1$ ,  $(\hat{e}^{\pm} \cdot \hat{e}^{\pm}) = 0$  и  $(\hat{e}_z \cdot \hat{e}^{\pm}) = (\hat{e}^{\pm} \cdot \hat{e}_z) = 0$  получим

$$p_z(\omega) = \frac{p_z^f(\omega) + \alpha(\omega)E_z^f(\omega, \mathbf{r}_0)}{1 - 2\alpha(\omega)R_p(\omega)/(2d)^3}, \quad (7)$$

$$E_z(\omega, \mathbf{r}_0) = \frac{2R_p(\omega)p_z^f(\omega)/(2d)^3 + E_z^f(\omega, \mathbf{r}_0)}{1 - 2\alpha(\omega)R_p(\omega)/(2d)^3}, \quad (8)$$

$$p_x(\omega) = \frac{1}{2} \left[ \frac{p^{f'+}(\omega^+) + \alpha(\omega^+)E^{f'+}(\omega)}{D^+} + \frac{p^{f'-}(\omega^-) + \alpha(\omega^-)E^{f'-}(\omega)}{D^-} \right], \quad (9)$$

$$E_x(\omega, \mathbf{r}_0) = \frac{1}{2} \left[ \frac{R_p(\omega)p^{f'+}(\omega^+)/(2d)^3 + E^{f'+}(\omega)}{D^+} + \frac{R_p(\omega)p^{f'-}(\omega^-)/(2d)^3 + E^{f'-}(\omega)}{D^-} \right], \quad (10)$$

$$p_y(\omega) = \frac{1}{2i} \left[ \frac{p^{f'+}(\omega^+) + \alpha(\omega^+)E^{f+}(\omega)}{D^+} - \frac{p^{f'-}(\omega^-) + \alpha(\omega^-)E^{f-}(\omega)}{D^-} \right], \quad (11)$$

$$E_y(\omega, \mathbf{r}_0) = \frac{1}{2i} \left[ \frac{R_p(\omega)p^{f'+}(\omega^+)/(2d)^3 + E^{f+}(\omega)}{D^+} - \frac{R_p(\omega)p^{f'-}(\omega^-)(2d)^3 + E^{f-}(\omega)}{D^-} \right], \quad (12)$$

где  $D^\pm = 1 - \alpha(\omega^\pm)R_p(\omega)/(2d)^3$ ,  $E^{f\pm}(\omega) = E_x^f(\omega, \mathbf{r}_0) \pm iE_y^f(\omega, \mathbf{r}_0)$ ,  $p^{f\pm}(\omega^\pm) = p_x^{f'}(\omega^\pm) \pm ip_y^{f'}(\omega^\pm)$ . Спектральная плотность флуктуаций дипольного момента частицы в системе покоя определяется флуктуационно-диссипативной теоремой

$$\langle p_i^f(\omega)p_j^{f*}(\omega') \rangle = 2\pi\delta(\omega - \omega') \langle p_i^f p_j^{f*} \rangle_\omega, \quad (13)$$

где

$$\langle p_i^f p_j^{f*} \rangle_\omega = \hbar \text{Im} \alpha(\omega) \coth \left( \frac{\hbar\omega}{2k_B T_1} \right) \delta_{ij}, \quad (14)$$

а спектральная плотность флуктуаций электрического поля в системе отсчета  $K$  определяется выражением

$$\langle E_i^f(\mathbf{r}_0)E_j^{f*}(\mathbf{r}_0) \rangle_\omega = \hbar \text{Im} G_{ij}(\omega) \coth \left( \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} \right) \delta_{ij}. \quad (15)$$

Используя (7)–(15) для вращающего момента, действующего на частицу вдоль оси  $\hat{z}$ , получим

$$M_z = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \langle p_x E_y^* - p_y E_x^* \rangle_\omega = \frac{\hbar}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{\text{Im} \alpha(\omega^-) \text{Im} R_p(\omega)/(2d)^3}{|1 - \alpha(\omega^-)R_p(\omega)/(2d)^3|^2} \times \left( \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} - \coth \frac{\hbar\omega^-}{2k_B T_1} \right). \quad (16)$$

Вклад во вращающий момент от квантовых флуктуаций (квантовое трение), который существует даже для  $T_1 = T_2 = 0$  К дается формулой

$$M_{zQ} = \frac{2\hbar}{\pi} \int_0^\Omega d\omega \frac{\text{Im} \alpha(\omega^-) \text{Im} R_p(\omega)(2d)^3}{|1 - \alpha(\omega^-)R_p(\omega)/(2d)^3|^2}. \quad (17)$$

Тепло, генерируемое в среде флуктуирующим электромагнитным полем, определяется формулой

$$P_2 = - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \langle \mathbf{j} \cdot \mathbf{E}^* \rangle_\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \langle i\omega \mathbf{p} \cdot \mathbf{E}^* \rangle_\omega = \frac{\hbar}{\pi(2d)^3} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \omega \left[ \frac{\text{Im} \alpha(\omega) \text{Im} R_p(\omega)}{|1 - 2\alpha(\omega)R_p(\omega)/(2d)^3|^2} \times \right.$$

$$\times \left( \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_1} - \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} \right) + \frac{\text{Im} \alpha(\omega^-) \text{Im} R_p(\omega)}{|1 - \alpha(\omega^-)R_p(\omega)/(2d)^3|^2} \times \left. \left( \coth \frac{\hbar\omega^-}{2k_B T_1} - \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} \right) \right]. \quad (18)$$

Тепло  $P_1$ , генерируемое в частице, может быть найдено из уравнения  $-M_z \Omega = P_1 + P_2$ .

Сила, действующая на частицу вдоль  $\hat{z}$ -оси, дается формулой

$$F_z = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \langle \mathbf{p} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{E}^*(z \rightarrow d) \rangle_\omega = - \frac{3\hbar}{8\pi d^7} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \left[ \frac{1}{|1 - 2\alpha(\omega)R_p(\omega)/(2d)^3|^2} \times \left( \text{Im} \alpha(\omega) \text{Re} R_p(\omega) \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_1} + \text{Re} \alpha(\omega) \text{Im} R_p(\omega) \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} \right) + \frac{1}{|1 - \alpha(\omega^-)R_p(\omega)/(2d)^3|^2} \times \left( \text{Im} \alpha(\omega^-) \text{Re} R_p(\omega) \coth \frac{\hbar\omega^-}{2k_B T_1} + \text{Re} \alpha(\omega^-) \text{Im} R_p(\omega) \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} \right) \right]. \quad (19)$$

Используя представление комплексных величин в виде  $\alpha(\omega) = |\alpha(\omega)| \exp(i\phi_1)$  и  $R_p(\omega) = |R_p(\omega)| \exp(i\phi_2)$ , для  $\Omega = 0$  скорость туннелирования фотонов через вакуумный промежуток между частицей и средой может быть записана в виде

$$t^T = \frac{4|\text{Im} R_p(\omega) \text{Im} \alpha(\omega)/(2d)^3}{|1 - R_p(\omega)\alpha(\omega)/(2d)^3|^2} = \frac{4|R_p||\alpha|(2d)^3 |\sin\phi_1 \sin\phi_2}{1 + |R_p|^2 |\alpha/(2d)^3|^2 - 2|R_p||\alpha/(2d)^3| \cos(\phi_1 + \phi_2)}. \quad (20)$$

Их (20) следует, что скорость туннелирования достигает максимального значения  $t_{\max}^T = 1$  при  $|R_p||\alpha/(2d)^3| = 1$  и  $\phi_1 = \phi_2$ . Максимальное значение для радиационной передачи тепла в области ближнего поля достигается при условии, что скорость туннелирования фотонов равна единице во всем интервале частот. Таким образом  $P \leq P_{\max}$ , где

$$P_{\max} = \frac{\pi k_B^2}{6\hbar} (T_2^2 - T_1^2). \quad (21)$$

Однако на практике скорость туннелирования фотонов может быть близка к единице (например, при

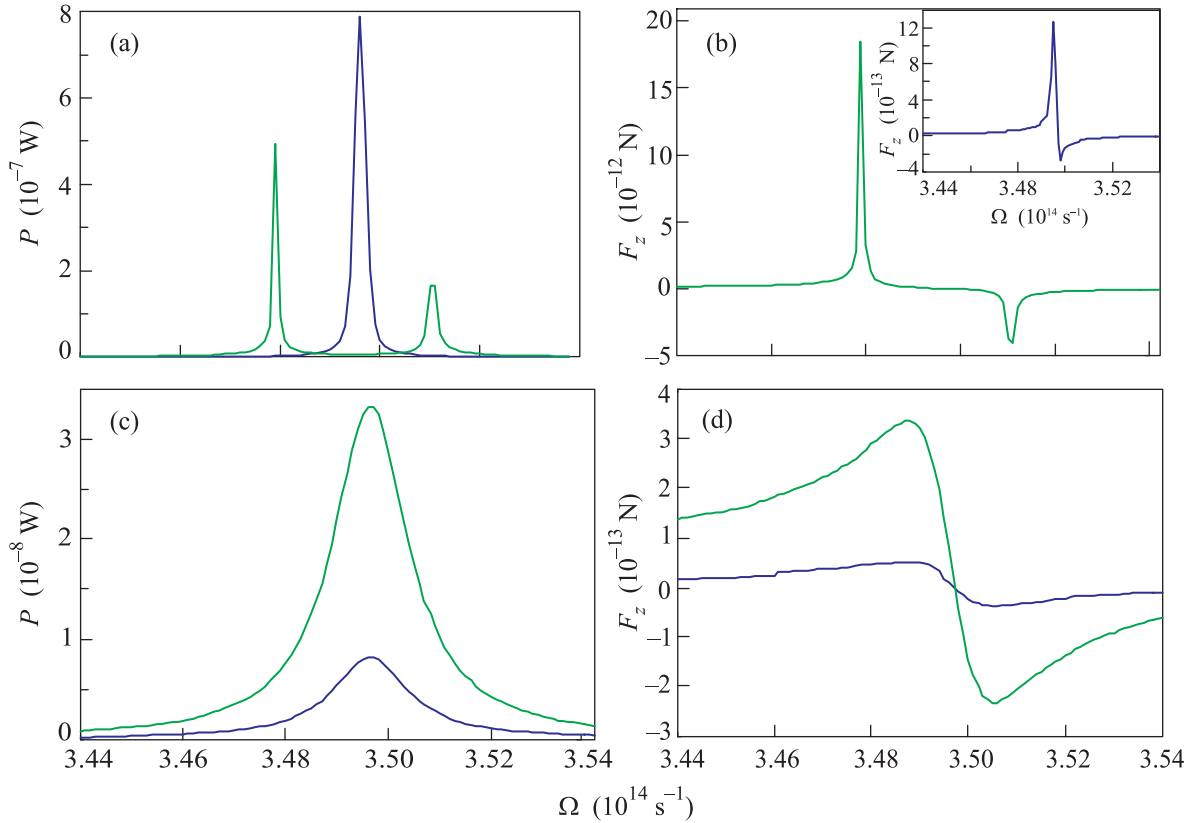


Рис. 2 (Цветной онлайн) Зависимость скорости генерации тепла на поверхности SiC среды (a) и силы взаимодействия между сферической SiC частицей с радиусом  $R$  и поверхностью SiC среды (b) от частоты вращения  $\Omega$  частицы. Линиями зеленого и синего цветов показаны результаты расчетов для  $d = 2R$  и  $d = 3.2R$  соответственно. Расчеты силы взаимодействия выполнены для  $R = 0.5$  нм. Сингулярный резонанс в системе, при котором скорость генерации тепла расходится на резонансных частотах  $\Omega^\pm$ , возникает при  $d < d_0 = 3.17R$ ; (c) и (d) – тоже самое, что и на (a) и (b), но без учета многократного рассеяния электромагнитных волн между частицей и поверхностью

резонансом тунnelирования фотонов [1, 9, 16, 17]) только в ограниченном интервале частот, поэтому радиационный поток тепла обычно значительно меньше теоретического максимума.

Радиационная передача тепла между частицей и поверхностью сильно возрастает в случае резонансного тунnelирования фотонов [1, 9, 16, 17]. Частица и поверхность диэлектрика имеют резонансы при  $\varepsilon'_1(\omega_1) = -2$  и  $\varepsilon'_2(\omega_2) = -1$  соответственно, где  $\varepsilon'_i$  – действительная часть  $\varepsilon_i$ . Для полярного диэлектрика  $\omega_i$  определяет частоту поверхностного фононного поляритона. Вблизи резонанса при  $\omega \approx \omega_i$  поляризуемость частицы и амплитуда отражения для поверхности диэлектрика могут быть записаны в виде

$$\alpha(\omega) \approx -R^3 \frac{a_1}{\omega - \omega_1 + i\Gamma_1}, \quad R_p(\omega) \approx -\frac{a_2}{\omega - \omega_2 + i\Gamma_2}, \quad (22)$$

где

$$a_i = \frac{b_i}{(d/d\omega)\varepsilon'_i(\omega)|_{\omega=\omega_i}}, \quad \Gamma_i = \frac{\varepsilon''_i(\omega_i)}{(d/d\omega)\varepsilon'_i(\omega)|_{\omega=\omega_i}}, \quad (23)$$

где  $b_1 = 3$  и  $b_2 = 2$ ,  $\varepsilon''_i$  – мнимая часть  $\varepsilon_i$ . Вблизи резонанса, который возникает при  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$ , скорость тунnelирования фотонов при  $\Gamma_i \ll a = \sqrt{a_1 a_2}$  может быть записан в виде

$$t^T \approx \frac{4a^2 \Gamma_1 \Gamma_2 (R/2d)^3}{[(\omega - \omega_+)^2 + \Gamma^2][(\omega - \omega_-)^2 + \Gamma^2]}, \quad (24)$$

где  $\omega_\pm = \omega_0 \pm a(R/2d)^{3/2}$ ,  $\Gamma = (\Gamma_1 + \Gamma_2)/2$ . Для  $a(R/2d)^{3/2} > \Gamma$  резонансная передача тепла задается уравнением

$$P_{\text{res}} \approx 3 \frac{\hbar \omega_0 \Gamma_1 \Gamma_2}{\Gamma} [n_1(\omega_0) - n_2(\omega_0)], \quad (25)$$

где  $n_i(\omega) = [\exp(\hbar\omega/k_B T_i) - 1]^{-1}$ . Для  $\hbar\omega_0 < k_B T_i$  получаем  $P_{\text{res}} \approx 3\Gamma k_B (T_2 - T_1)$  и для  $T_2 \gg T_1$

$$\frac{P_{\text{res}}}{P_{\text{max}}} \approx \frac{18}{\pi} \left( \frac{\hbar \Gamma_1 \Gamma_2}{k_B T_2 \Gamma} \right) \ll \left( \frac{\hbar \omega_0}{k_B T_2} \right) < 1. \quad (26)$$

Для  $a(R/d)^{3/2} < \Gamma$

$$P_{\text{res}} \approx 4 \frac{\hbar \omega_0 a^2 \Gamma_1 \Gamma_2}{\Gamma^3} \left( \frac{R}{2d} \right)^3 [n_2(\omega_0) - n_1(\omega_0)] < \\ < 4 \frac{\hbar \omega_0 \Gamma_1 \Gamma_2}{\Gamma} [n_2(\omega_0) - n_1(\omega_0)]. \quad (27)$$

Резонанс другого типа возможен для вращающейся частицы в условиях аномального эффекта Доплера, когда  $\omega - \Omega < 0$  [53, 54]. В этом случае вместо туннелирования фотонов имеет место генерация фотонов в частице и среде. С учетом того, что в этом случае  $\alpha(\omega - \Omega) = \alpha^*(\Omega - \omega) = |\alpha(\omega - \Omega)| \exp(-i\phi_1)$ , скорость эмиссии фотонов может быть записана в виде

$$t^E = - \frac{4 \text{Im} \alpha(\omega - \Omega) \text{Im} R_p(\omega) / (2d)^3}{|1 - \alpha(\omega - \Omega) R_p(\omega) / (2d)^3|^2} = \\ \frac{4 |R_p(\omega)| |\alpha(\omega - \Omega) / (2d)^3| |\sin \phi_1 \sin \phi_2}{1 + |R_p(\omega)|^2 |\alpha(\omega - \Omega) / (2d)^3|^2 - 2 |R_p(\omega)| |\alpha(\omega - \Omega) / (2d)^3| \cos(\phi_1 - \phi_2)}, \quad (28)$$

которая расходится ( $t_{\text{max}}^E = \infty$ ) при  $|R_p(\omega)| |\alpha(\omega - \Omega) / (2d)^3| = 1$  и  $\phi_1 = \phi_2$ . В этом случае стационарное вращение невозможно, так как наличие расходимости связано с электромагнитной нестабильностью, когда электромагнитное поле неограниченно возрастает со временем за счет превращения механической энергии в электромагнитную энергию даже при наличии диссипации в системе [56]. Однако вблизи сингулярного резонанса стационарное движение возможно. При этом электромагнитное поле и флуктуационно-электромагнитные эффекты будут сильно возрастать. Произведение  $|R_p(\omega)| |\alpha(\omega - \Omega) / (2d)^3|$  достигает максимума при  $\omega = \omega_2$  и  $\Omega = \omega_1 + \omega_2$ , когда  $|R_p(\omega_2)| = 2/\varepsilon_2''(\omega_2)$  и  $|\alpha(\omega_1)| = 3R^3/\varepsilon_1''(\omega_1)$ . Поэтому условие возникновения сингулярного резонанса имеет вид

$$\frac{|\alpha(\omega_1) R_p(\omega_2)|}{(2d)^3} = \frac{3}{4\varepsilon_1''(\omega_1)\varepsilon_2''(\omega_2)} \left( \frac{R}{d} \right)^3 = 1. \quad (29)$$

Откуда следует, что сингулярный резонанс возникает при  $d < d_0$ , где

$$d_0 = R \left( \frac{3}{4\varepsilon_1''(\omega_1)\varepsilon_2''(\omega_2)} \right)^{1/3}. \quad (30)$$

Так как дипольное приближение справедливо при  $R/d \ll 1$ , то для возникновения сингулярного резонанса необходимо условие  $\varepsilon_1''(\omega_1)\varepsilon_2''(\omega_2) \ll 1$ . Например, оптические свойства карбида кремния (SiC) могут быть описаны с использованием осцилляторной модели [57]

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty \left( 1 + \frac{\omega_L^2 - \omega_T^2}{\omega_T^2 - \omega^2 - i\Gamma\omega} \right), \quad (31)$$

с  $\varepsilon_\infty = 6.7$ ,  $\omega_L = 1.8 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$ ,  $\omega_T = 1.49 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$ , и  $\Gamma = 8.9 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$ . Частоты поверхностных фононных поляритонов для частицы и полубесконечной среды определяются уравнениями  $\varepsilon'(\omega_1) = -2$  и  $\varepsilon'(\omega_2) = -1$ . Откуда, с учетом (31), получаем  $\omega_1 = 1.73 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$  и  $\omega_2 = 1.76 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$ . Мнимая часть диэлектрической функции  $\varepsilon''(\omega_1) = 0.171$  и  $\varepsilon''(\omega_2) = 0.137$ . Откуда для частицы и среды из карбида кремния критическое расстояние  $d_0 = 3.17R$ .

При  $\omega \approx \omega_2$  амплитуда отражения для поверхности определяется уравнением (22), а при  $\omega - \Omega \approx -\omega_1$  поляризуемость частицы может быть записана в виде

$$\alpha(\omega - \Omega) = \alpha^*(\Omega - \omega) \approx -R^3 \frac{a_1}{\Omega - \omega_2 - \omega - i\Gamma_2}. \quad (32)$$

Таким образом при  $\omega \approx \omega_2$  и  $\omega - \Omega \approx -\omega_1$  скорость генерации возбуждений при  $0 < \omega < \Omega$  может быть записана в виде

$$t^E \approx \frac{4\Gamma_1\Gamma_2 a_1 a_2 (R/2d)^3}{(\Gamma_1 + \Gamma_2)^2 (\omega - \omega_c)^2 + \left[ \Gamma_1\Gamma_2 \left( \frac{\Omega - \Omega_0}{\Gamma_1 + \Gamma_2} \right)^2 - (\omega - \omega_c)^2 + \frac{(\Omega - \Omega_0)(\Gamma_2 - \Gamma_1)(\omega - \omega_c)}{\Gamma_1 + \Gamma_2} + \Gamma_1\Gamma_2 - a_1 a_2 (R/2d)^3 \right]^2}, \quad (33)$$

где  $\Omega_0 = \omega_1 + \omega_2$ ,

$$\omega_c = \frac{\Gamma_1(\Omega - \omega_2) + \Gamma_2\omega_1}{\Gamma_1 + \Gamma_2}. \quad (34)$$

При  $d < d_0$  скорость генерации возбуждений расходитя при  $\omega = \omega_c$  и  $\Omega = \Omega^\pm$ , где

$$\Omega^\pm = \Omega_0 \pm (\Gamma_1 + \Gamma_2) \sqrt{\frac{3}{4\varepsilon_1(\omega_1)\varepsilon_2(\omega_2)} \left(\frac{R}{d}\right)^3 - 1}. \quad (35)$$

Вблизи резонанса, когда

$$\frac{\Gamma_1\Gamma_2}{(\Gamma_1 + \Gamma_2)^2} \left| \left(\frac{\Omega - \Omega_0}{\Gamma_1 + \Gamma_2}\right)^2 + 1 - \frac{3}{4\varepsilon_1(\omega_1)\varepsilon_2(\omega_2)} \left(\frac{R}{d}\right)^3 \right| \ll 1, \quad (36)$$

используя (33) в (18), для квантовой генерации тепла получим

$$P_{1Q} \approx \frac{2\hbar\omega_c}{\Gamma_1 + \Gamma_2} \frac{a_1 a_2 (R/2d)^3}{\left| \left(\frac{\Omega - \Omega_0}{\Gamma_1 + \Gamma_2}\right)^2 + 1 - \frac{3}{4\varepsilon_1(\omega_1)\varepsilon_2(\omega_2)} \left(\frac{R}{d}\right)^3 \right|}. \quad (37)$$

При  $d > d_0$  квантовая генерация тепла достигает максимума при  $\Omega = \Omega_0$ , когда при  $d \rightarrow d_0$  она расходитя как

$$P_{1Q} \propto \frac{d_0}{|d - d_0|}. \quad (38)$$

Рисунок 2 показывает зависимость скорости генерации тепла на поверхности среды (а) и силы взаимодействия между частицей и поверхностью (б) от частоты вращения частицы для  $d = 2R < d_0$  (зеленые линии) и  $d = 3.2R > d_0$  (синие линии). В согласии с вышеприведенным теоретическим анализом эти зависимости имеют два острых резонанса при  $d < d_0$ . При  $d > d_0$  имеется один резонанс, который расходитя при  $d \rightarrow d_0$ . Для статических частиц при  $T_2 = 300$  К и  $T_1 = 0$  К из (25) следует, что при резонансном туннелировании фотонов вклад в радиационный теплообмен  $P_{\text{res}} \approx 10^{-9}$  Вт. В отличии от статического случая, для вращающихся частиц скорость генерация тепловой энергии расходитя при резонансе при  $d < d_0$  и  $\Omega = \Omega^\pm$ . При резонансе стационарное вращение частицы невозможно, т.к. сила трения неограниченно возрастает со временем. Однако вблизи резонанса возможно стационарное вращение, при котором скорость генерации тепла за счет преобразования механической энергии в тепловую может значительно превышать статическое значение. При  $d < d_0$  в зависимости от частоты сила взаимодействия меняет знак (см. рис. 2б), т.е. притяжение частицы к поверхности сменяется на отталкивание. Таким образом, возможна настройка силы взаимодействия путем изменения частота вращения частицы.

**Заклучение.** Флуктуационная электродинамика использовалась для расчета генерации тепла, силы взаимодействия и фрикционного вращательного момента при вращении наночастицы вблизи поверхности конденсированной среды с учетом многократного рассеяния электромагнитных волн между частицей и поверхностью. В отличии от статического случая, все эти величины расходятя в резонансных условиях даже при наличии диссипации в частице и среде. Происхождение этих особенностей связано с расходимостью скорости генерации возбуждений при многократном рассеянии электромагнитных волн между частицей и поверхностью в условиях аномального эффекта Доплера. Показано, что вблизи сингулярного резонанса квантовое трение может быть на много порядков больше, чем при обычном (несингулярном) резонансе, рассмотренном в работе [47]. Полученные результаты могут использоваться при разработке экспериментальных методов регистрации квантового трения и найти широкое применение в нанотехнологиях. В частности, они могут использоваться для настройки сил взаимодействия и генерации тепла путем изменения частоты вращения. Эти процессы могут быть использованы для локального нагрева поверхности и при конструировании наноэлектромеханических систем. При использовании вращающейся наночастицы диаметр площади нагрева поверхности ( $\sim d$ ) может быть значительно меньше диаметра лазерного пучка. Для практического применения предсказанных эффектов необходим поиск или создание материалов с низкой частотой плазменных или фононных поляритонов и малой величиной мнимой части диэлектрической функции на этой частоте. Полярный диэлектрик  $\text{SiO}_2$ , также как и  $\text{SiC}$ , имеет поверхностные фононные поляритоны в инфракрасном диапазоне, а полупроводник  $\text{InSb}$  имеет частоты поверхностных плазменных-фононных поляритонов в ТГц диапазоне [57]. Однако для этих материалов  $\varepsilon'' > 1$  на резонансных частотах, поэтому для них сингулярный резонанс не может возникать. Перспективными материалами для наблюдения сингулярного резонанса являются метаматериалы, которые могут имеют очень низкую частоту плазменных поляритонов в ГГц области [58].

1. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, *Electromagnetic Fluctuations at the Nanoscale. Theory and Applications*, Springer, Heidelberg (2017).
2. H. B. G. Casimir, Proc. K. Ned. Akad. Wet. **51**, 793 (1948).
3. E. M. Lifshitz, ЖЭТФ **29**, 94 (1955) [Sov. Phys. JETP **2**, 73 (1956)].

4. *Casimir Physics*, ed. by D.A.R. Dalvit, P. Milonni, D. Roberts, and F. da Rose, Springer, Berlin (2011).
5. G. L. Klimchitskaya, U. Mohideen, and V. M. Mostepanenko, *Rev. Mod. Phys.* **81**, 1827 (2009).
6. G. Bimonte, T. Emig, M. Kardar, and M. Krüger, *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.* **8**, 119 (2017).
7. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, *J. Phys.: Condens. Matter* **11**, 345 (1999).
8. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, *Phys. Rev. B* **78**, 155437 (2008).
9. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, *Rev. Mod. Phys.* **79**, 1291 (2007).
10. Г. В. Дедков, А. А. Кясов, *УФН* **187**, 599 (2017).
11. J. B. Pendry, *J. Phys.: Condens. Matter* **9**, 10301 (1997).
12. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 094502 (2011).
13. D. Polder and M. Van Hove, *Phys. Rev. B* **4**, 3303 (1971).
14. J. B. Pendry, *J. Phys.: Condens. Matter* **11**, 6621 (1999).
15. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, *Phys. Rev. B* **63**, 205404 (2001).
16. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, *Phys. Rev. B* **69**, 045417 (2004).
17. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, *JETP Lett.* **78**, 457 (2003).
18. K. Joulain, J.-P. Mulet, F. Marquier, R. Carminati, and J.-J. Greffet, *Surf. Sci. Rep.* **57**, 59 (2005).
19. S. Shen, A. Narayanaswamy, and G. Chen, *Nano Lett.* **9**, 2909 (2009).
20. E. Rousseau, A. Siria, G. Jourdan, S. Volz, F. Comin, J. Chevrier, and J.-J. Greffet, *Nat. Photonics*, **3**, 514 (2009).
21. B. Song, A. Fiorino, E. Meyhofer, and P. Reddy, *AIP Adv.* **5**, 053503 (2015).
22. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, *EPL* **103**, 24002 (2013).
23. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, *J. Phys.: Condens. Matter* **83**, 859 (2001).
24. A. I. Volokitin, *Zeitschrift für Naturforschung A* **72**, 171(2017).
25. A. I. Volokitin, *JETP Lett.* **104**, 504 (2016).
26. A. I. Volokitin, *Phys. Rev. B* **94**, 235450 (2016).
27. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, *Phys. Rev. B* **83**, 241407(R)(2011).
28. B. Shapiro, *Phys. Rev. B* **96**, 075407 (2017).
29. D. S. Dean, B.-S. Lu, A. C. Maggs, and R. Podgornik, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 240602 (2016).
30. A. I. Volokitin and B. N. J. Persson, *Phys. Rev. B* **77**, 033413 (2008).
31. R. Toy, P. M. Piers, K. B. Ghaghada, and E. Karathananis, *Nanomedicine* **9**, 121 (2014).
32. A. J. Cole, V. C. Yang, and A. E. David, *Trends in biotechnology* **29**, 323 (2011).
33. E. Zhang, M. F. Kircher, M. Koch, L. Eliasson, S. N. Goldberg, and E. Renstrom, *ACS nano* **8**, 3192 (2014).
34. K. Wang, E. Schonbrum, P. Steinvurzel, and K. B. Crozier, *Nat. Commun.* **2**, 469 (2011).
35. O. M. Maragò, P. H. Jones, P. G. Gucciardi, G. Volpe, and A. C. Ferrari, *Nature Nanotech.* **8**, 807 (2013).
36. A. Kotlana and R. Gordon, *Nano Lett.* **14**, 853 (2014).
37. A. Manjavacas and F. J. Garcia de Abajo, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 113601 (2010).
38. A. Manjavacas and F. J. Garcia de Abajo, *Phys. Rev. A* **82**, 063827 (2010).
39. M. F. Maghrebi, R. L. Jaffe, and M. Kardar, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 230403 (2012).
40. M. F. Maghrebi, R. L. Jaffe, and M. Kardar, *Phys. Rev. A* **90**, 012515 (2014).
41. Ya. B. Zel'dovich, *Pis'ma ZhETF* **14**, 270 (1970) [*JETP Lett.* **14**, 180 (1970)].
42. Ya. B. Zeldovich, *ZhETF* **62**, 2076 (1972) [*JETP* **35**, 1085 (1972)].
43. Ya. B. Zeldovich, L. V. Rozhansky, and A. A. Starobinsky, *Radiophys. Quantum Electron.* **29**, 761 (1986).
44. A. A. Starobinsky, *ZhETF* **64**, 48 (1973) [*JETP* **37**, 28 (1973)].
45. A. A. Starobinsky and S. M. Churilov, *ZhETF* **65**, 3 (1973) [*JETP* **38**, 1 (1974)].
46. S. W. Hawking, *Commun. Math. Phys.* **43**, 199 (1975).
47. R. Zhao, A. Manjavacas, F. J. García de Abajo, and J. B. Pendry, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 123604 (2012).
48. G. V. Dedkov and A. A. Kyasov, *EPL* **99**, 64002 (2012).
49. A. Manjavacas, F. J. Rodríguez-Fortuño, F. J. García de Abajo, and A. V. Zayats, *Phys. Rev. Lett.* **118**, 133605 (2017).
50. G. V. Dedkov and A. A. Kyasov, *Tech. Phys.* **62**, 1266 (2017).
51. Y. Guo and Z. Jacob, *J. Opt.* **16**, 114023 (2014).
52. Y. Guo and Z. Jacob, *Opt. Express.* **22**, 21 (2014).
53. A. I. Volokitin and E. V. Dubas, *JETP Lett.* **105**, 733 (2017).
54. A. I. Volokitin, *Phys. Rev. A* **96**, 012520 (2017).
55. S. Lannebere and M. G. Silveirinha, *Phys. Rev. A* **94**, 033810 (2016).
56. M. G. Silveirinha, *New J. Phys.* **16**, 063011 (2014).
57. E. D. Palik, *Handbook of Optical Constants of Solids*, Academic, San Diego (1985).
58. J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins, and W. J. Steward, *J. Phys.: Condens. Matter* **10**, 4785 (1998).