

Самосогласованные расчеты квадрупольных моментов первых 3^- -состояний в изотопах Sn и Pb

С. П. Камерджиев¹⁾, Д. А. Войтенков*, Э. Е. Саперштейн^{+×}, С. В. Толоконников^{+°}

⁺Национальный Исследовательский Центр “Курчатовский Институт”, 123182 Москва, Россия

*Научно-исследовательский институт конструкционных материалов на основе графита “НИИГрафит”, 111524 Москва, Россия

[×]Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, 115409 Москва, Россия

[°]Московский физико-технический институт, 141700 Долгопрудный, Россия

Поступила в редакцию 23 мая 2018 г.

После переработки 22 июня 2018 г.

Самосогласованный метод изучения ангармонических эффектов, основанный на квантовой теории многих тел, впервые применяется для расчета квадрупольных моментов первых 3^- -состояний в изотопах Sn и Pb, включая дважды магические ^{100}Sn , ^{132}Sn и ^{208}Pb . Самосогласование между средним ядерным полем и эффективным взаимодействием основано на использовании метода энергетического функционала плотности с известными параметрами функционала Фаянса. Это позволило достаточно надежно предсказать квадрупольные моменты первых 3^- -состояний в изотопах со спариванием и объяснить имеющийся эксперимент для ^{208}Pb . Показано, что новые (трехквaziчастичные) корреляции в основном состоянии объясняют немногим более половины эффекта, а остальная часть объясняется эффектом квадрупольной поляризуемости ядра.

DOI: 10.1134/S0370274X18150018

Изучение ангармонических эффектов в ядерной физике низких энергий имеет длительную и плодотворную историю [1–5]. В последнее время интерес к этим вопросам заметно увеличился в связи с успехами эксперимента и поисками эффектов смешанной симметрии в спектрах низкоэнергетических уровней [6]. Существуют также астрофизические цели в изучении низколежащих возбуждений в нестабильных ядрах, включая ядра с новыми магическими числами [7]. Одной из самых обсуждаемых задач была и остается задача о расчетах статических электромагнитных моментов первых одно-фононных 2^+ и 3^- -уровней сферических ядер, в частности, квадрупольных моментов (в дальнейшем $Q(2_1^+)$, $Q(3_1^-)$), прежде всего $Q(3_1^-)$ в дважды-магическом ^{208}Pb . Специальное отношение к $Q(3_1^-)$ в ^{208}Pb объясняется уникальными свойствами спектра низколежащих уровней в ^{208}Pb : уровень 3_1^- , $E = 2.615$ МэВ является самым коллективным и первым возбужденным состоянием в то время, как в остальных ядрах с $A > 40$, включая дважды-магическое ядро ^{132}Sn , первым возбужденным состоянием являются 2^+ -уровни. Задача расчета $Q(2_1^+)$ успешно решалась в рамках как несамосогласованных, так и самосогласованных подхо-

дов, см. ссылки в [4]. В рамках несамосогласованной квазичастично-фононной модели $Q(3_1^-)$ рассчитывались в работах [8, 9]. Для $Q(2_1^+)$ имеются экспериментальные данные не только в ^{208}Pb , где спаривание отсутствует, но и в ядрах со спариванием. Для $Q(3_1^-)$ экспериментальные данные в сферических ядрах отсутствуют [10, 11], кроме ^{208}Pb . По всем этим причинам для расчета значений $Q(3_1^-)$ необходимо использовать подход с достаточно большой предсказательной силой, в котором отсутствуют какие-либо подгонные параметры, что позволит надежно предсказать величины $Q(3_1^-)$ в ядрах со спариванием.

Последовательный метод изучения ангармонических эффектов в магических ядрах, основанный на факте существования параметра малости (см. [1]) для величины g_s^2 , где g_s – обезразмеренная амплитуда рождения низкоэнергетического фона в состоянии s , был развит в работах [12, 13]. Обычно это называют g^2 -приближением, но при этом подчеркивается и реализуется необходимость учета *всех* g^2 членов. Последнее осуществляется учетом эффектов так называемого фононного тэдпола (“*tadpole*”), которые необходимо учитывать в поправках к среднему полю. Например, для магических ядер эта поправка к массовому оператору имеет вид, представленный на рис. 1, где второе слагаемое есть фононный тэдпол,

¹⁾e-mail: kamerdzhiev_sp@nrcki.ru

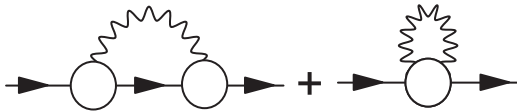


Рис. 1. g^2 поправки к массовому оператору в магических ядрах. Кружки с одной волнистой линией в первом слагаемом – амплитуды рождения фонона g . Второе слагаемое – фоновый тэдпол (“*tadpole*”)

который аналитически представляет собой свертку D-функции фонона с величиной $\delta_L g_L$, где $\delta_L g_L$ есть вариация амплитуды рождения фонона с моментом L в поле другого фонона (подробнее см. [4, 13]). Величина $\delta_L g_L$ удовлетворяет интегральному уравнению с двумя свободными членами, содержащими g^2 , которое учитывает все g^2 -члены. При этом величина g_s описывается в рамках обычного (квазичастичного) метода хаотических фаз (Q)RPA, точнее, теории конечных Ферми-систем (ТКФС) [14]. Другой важный ингредиент подхода – ядерная поляризуемость, обусловленная межнуклонным взаимодействием, – также рассматривается в рамках ТКФС. Таким образом, рассматриваемый нами подход представляет собой естественное развитие ТКФС, которое обобщает этот подход на учет самосогласования между самосогласованным полем ядра и эффективным взаимодействием и позволяет рассматривать ангармонические эффекты без введения новых параметров.

В настоящей работе мы рассчитаем $Q(3_1^-)$ в изотопах Sn и Pb, включая дважды-магические ^{100}Sn , ^{132}Sn и ^{208}Pb , в рамках самосогласованного подхода, в котором самосогласование между средним ядерным полем и эффективным взаимодействием основано на использовании метода энергетического функционала плотности (ЭФП) Фаянса [15, 16], который можно рассматривать как вариант ЭФП самосогласованной ТКФС, с известными параметрами функционала DF3-a [17]. Такой функционал предназначен для расчетов в ядрах со спариванием. Главное его отличие от функционала Скирма – дробно-линейная зависимость от ядерной плотности и использование эффективной массы нуклона $m^* = m$ (подробнее см. обзор [18]). Самосогласованные расчеты $Q(3_1^-)$ выполняются впервые.

Ранее в рамках похожего метода рассчитывались $Q(2_1^+)$ [4] и вероятности $E1$ и $E2$ переходов между однофононными состояниями в ^{132}Sn и ^{208}Pb [5]. Было получено, что наблюдаемые величины для $Q(2_1^+)$ и вероятностей $E1$ и $E2$ переходов объясняются двумя эффектами: поляризуемостью ядра, которая описывалась в рамках самосогласованной ТКФС [13], и так называемыми трехквазичастичными корреля-

циями в основном состоянии (КОС). На языке диаграм Фейнмана эти КОС описываются так называемыми графиками, идущими назад (“*backward going graphs*”), но, в отличие от хорошо известных КОС RPA, они мало изучены и дают большой вклад [4]. Как оказалось, для $Q(2_1^+)$ указанные два эффекта складываются, но для вероятностей $E1$ -переходов они сильно компенсируют друг друга [5], в обоих случаях достаточно хорошо описывая имеющиеся экспериментальные данные.

Для ядер со спариванием, для которых в полумагических ядрах существует такой же параметр малости [19], следует рассматривать 8 графиков, содержащих интегралы от трех функций Грина $G, G^h, F^{(1)}, F^{(2)}$ [14], если пренебречь эффективными полями $d^{(1)}$ и $d^{(2)}$, описывающими изменение спаривательной щели во внешнем поле (они дают малый вклад [4, 20]). Окончательное выражение для матричного элемента M_{LL} , который связан с квадрупольным моментом возбужденного состояния L соотношением $Q_L = \sqrt{\frac{16\pi}{5}} M_{LL}$, соответствует “треугольным” диаграммам и слагаемым с $\delta_L F$ и $\delta_L F^\xi$, часть из которых представлена на рис. 2. Слагаемые с $\delta_L F$ и $\delta_L F^\xi$ рассчитывались в [4] для задачи $Q(2_1^+)$. Они оказались малыми. Поэтому мы их в данной работе не учитываем. Тогда формула для M_{LL} имеет вид:

$$M_{LL} = \sum_{123} (-1)^{L+1} \begin{pmatrix} I & L & L \\ 0 & L & -L \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} I & L & L \\ j_3 & j_2 & j_1 \end{matrix} \right\} \times \\ \times \langle 1 \| V \| 2 \rangle \langle 3 \| g_L \| 1 \rangle \langle 2 \| g_L \| 3 \rangle \sum_{i=1}^8 A_{123}^{(i)\text{pair}}, \quad (1)$$

где

$$\sum_{i=1}^8 A_{123}^{(i)\text{pair}} = \\ = \left(\frac{1}{(\omega_L + E_{13})(\omega_L + E_{23})} + \frac{1}{(\omega_L - E_{13})(\omega_L - E_{23})} \right) \times \\ \times \left[u_1^2 u_2^2 v_3^2 - v_1^2 v_2^2 u_3^2 + \frac{\Delta_1 \Delta_2}{4E_1 E_2} (u_3^2 - v_3^2) + \right. \\ \left. + \frac{\Delta_1 \Delta_3}{4E_1 E_3} (u_2^2 - v_2^2) + \frac{\Delta_2 \Delta_3}{4E_2 E_3} (u_1^2 - v_1^2) \right] + \\ + \frac{1}{E_{12}} \left[\frac{2E_{23}(u_1^2 u_3^2 v_2^2 - v_1^2 v_3^2 u_2^2)}{E_{23}^2 - \omega_L^2} + \frac{2E_{13}(u_2^2 u_3^2 v_1^2 - v_2^2 v_3^2 u_1^2)}{E_{13}^2 - \omega_L^2} \right. \\ \left. - \left(\frac{\Delta_1 \Delta_2}{2E_1 E_2} (u_3^2 - v_3^2) + \frac{\Delta_1 \Delta_3}{2E_1 E_3} (u_2^2 - v_2^2) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\Delta_2 \Delta_3}{2E_2 E_3} (u_1^2 - v_1^2) \right) \left(\frac{E_{13}}{E_{13}^2 - \omega_L^2} + \frac{E_{23}}{E_{23}^2 - \omega_L^2} \right) \right]. \quad (2)$$

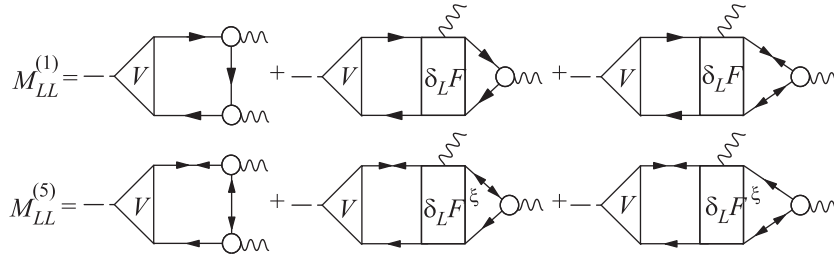


Рис. 2. Матричные элементы $M_{LL}^{(1)}$ и $M_{LL}^{(5)}$ ядер со спариванием

Здесь $E_{12} = E_1 + E_2$, $E_1 = \sqrt{(\varepsilon_1 - \mu)^2 + \Delta_1^2}$ и нижние индексы $1 \equiv (n_1, l_1, j_1)$ (сферические ядра) – наборы одночастичных квантовых чисел. V – эффективное поле, которое определяет (в нашем случае, квадрупольную) поляризуемость ядра и подчиняется уравнению ТКФС [14] $V = e_q V^0 + FAV$, $e_q^p = 1$, $e_q^n = 0$. g_L – амплитуда рождения фонона с моментом L и энергией ω_s , которая подчиняется соответствующему однородному уравнению в ТКФС. Вторая половина формулы (2) с множителем $\frac{1}{E_{12}}$ дает трехквaziчастичные КОС.

Чтобы пояснить смысл трехквaziчастичных КОС, рассмотрим предел $\Delta_1 = 0$, т.е. магические ядра. Тогда из восьми слагаемых в выражении (2) остаются два, которые соответствуют двум “треугольникам”, один – это первый треугольник на рис. 2, другой – с обратным направлением стрелок

$$A_{123}^1 + A_{123}^2 = b_{123} \times \left(\frac{1}{(\varepsilon_{31} - \omega_s)(\varepsilon_{32} - \omega_s)} + \frac{1}{(\varepsilon_{31} + \omega_s)(\varepsilon_{32} + \omega_s)} \right) + \frac{2}{\varepsilon_{12}} \left[b_{231} \frac{\varepsilon_{13}}{\varepsilon_{13}^2 - \omega_s^2} + b_{132} \frac{\varepsilon_{13}}{\varepsilon_{13}^2 - \omega_s^2} \right], \quad (3)$$

где $b_{123} = [(1 - n_1)(1 - n_2)n_3 - n_1 n_2(1 - n_3)]$, $\varepsilon_{12} = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$, ε_1 и n_1 – одночастичные энергии и числа заполнения уровня с индексом 1.

Часть этого выражения, которая содержит круглые скобки, получается в результате взятия следующих четырех интегралов, которые мы запишем в символическом виде:

$$\int [G_1^p G_2^p G_3^h + G_1^h G_2^h G_3^p](\omega_s) d\varepsilon + \int [G_1^p G_2^p G_3^h + G_1^h G_2^h G_3^p](-\omega_s) d\varepsilon, \quad (4)$$

где G^p и G^h – частичная и дырочная составляющие одночастичной функции Грина

$$G_1(\varepsilon) \equiv G_1^p + G_1^h = \frac{1 - n_1}{\varepsilon - \varepsilon_1 + i\gamma} + \frac{n_1}{\varepsilon - \varepsilon_1 - i\gamma}. \quad (5)$$

Эта часть выражения (3), как видно из (4), характерна тем, что обе частицы 1, 2 в вершине V_{12} находятся либо выше, либо ниже поверхности Ферми. Для сравнения с обычным методом хаотических фаз (RPA): в формализме метода функций Грина соответствующие интегралы, которые входят в уравнение для вершины V в ТКФС, имеют вид $\int [G_1^p G_2^h + G_1^h G_2^p] d\varepsilon$, т.е. частица и дырка для магических ядер всегда находятся по разные стороны от поверхности Ферми. Указанная часть выражения (3) совпадает с пределом $\Delta_1 = 0$ для одинаковых фононов $\lambda_1 = \lambda_2$ в формуле (9) работы [3]. Остальная часть выражения (3) с квадратной скобкой получается взятием оставшихся восьми интегралов вида (4), в которые G_1 и G_2 из произведений трех функций Грина всегда входят в виде $G_1^p G_2^h$ или $G_1^h G_2^p$, т.е. частицы 1 и 2 находятся по разные стороны от поверхности Ферми. Эта часть соответствует графикам “идущим назад”, или КОС, она отсутствует в указанном пределе формулы (9) [3]. Для динамического случая (переданная энергия $\omega \neq 0$) первая часть в (3) не зависит от энергии, тогда как вторая часть зависит от ω . Как мы увидим, для ^{208}Pb эта часть составляет 55%, т.е., в отличие от обычных двухквaziчастичных КОС RPA, их вклад весьма значителен.

Результаты самосогласованных расчетов характеристик первых 3^- фононов в изотопах Sn и Pb приведены в табл. 1 и 2. Эти расчеты выполнялись в той же схеме (самосогласованная ТКФС с параметрами функционала DF3-а), что и в работе [20] для 2_1^+ -фононов, и, по-видимому, впервые в таком подходе для такого большого количества ядер. Как видно, получено достаточно разумное описание энергий первых 3^- -фононов и, что особенно важно для нашей задачи расчета характеристик пропорциональных g^2 , хорошее описание приведенных вероятностей $B(E3)$.

Расчеты величин $Q(3_1^-)$ выполнялись по формулам (1), (2) для $I = 2, L = 3$ с самосогласованными одночастичными волновыми функциями, полученными с функционалом Фаянса DF3-а. Вели-

Таблица 1. Энергии ω_3 (МэВ) и вероятности $B(E3) \uparrow (e^2b^3)$ возбуждения состояний 3_1^- в четных изотопах Sn. Экспериментальные данные взяты из [21]

A	ω_3	ω_3^{exp}	$B(E3)$	$B(E3)^{\text{exp}}$
100	5.621	–	0.109	–
102	3.959	–	0.0565	–
104	3.643	–	0.0760	–
106	3.457	–	0.0901	–
108	3.350	–	0.0959	–
110	3.282	[2.459]	0.0996	–
112	3.221	2.355	0.102	0.087(12)
114	3.157	2.275	0.106	0.100(12)
116	3.100	2.266	0.106	0.127(17)
118	3.072	2.325	0.106	0.115(10)
120	3.069	2.401	0.112	0.115(15)
122	3.112	2.493	0.107	0.092(10)
124	3.208	2.614	0.103	0.073(10)
126	3.346	–	0.0973	–
128	3.547	–	0.0870	–
130	3.822	–	0.0784	–
132	4.572	[4.351]	0.129	–

Таблица 2. Энергии ω_3 (МэВ) и вероятности $B(E3) \uparrow (e^2b^3)$ возбуждения состояний 3_1^- в четных изотопах Pb. Экспериментальные данные взяты из [21]

A	ω_3	ω_3^{exp}	$B(E3)$	$B(E3)^{\text{exp}}$
190	2.058	–	0.583	–
192	2.160	–	0.557	–
194	2.272	–	0.565	–
196	2.389	–	0.562	–
198	2.506	–	0.566	–
200	2.620	–	0.583	–
202	2.704	–	0.612	–
204	2.785	2.618	0.629	0.66(4)
206	2.839	2.648	0.653	0.65(4)
208	2.710	2.615	0.723	0.611 (9)
210	2.587	1.871	0.140	0.40(10)
212	1.788	–	0.697	–

чины V и g , описывающие, соответственно, квадрупольную поляризуемость ядра и амплитуду рождения 3_1^- -фонона, рассчитывались в координатном представлении с теми же самыми параметрами DF3-a (подробнее см. в [5, 4]). Чтобы обеспечить надежный учет одночастичного континуума, использовался ящик с радиусом $R = 16fm$. Поскольку сумма в выражении (2) не когерентна, результаты проверялись на чувствительность к границе верхнего суммирования. Было найдено, что, как и в [4], $E_{\text{max}} = 100$ МэВ обеспечивает точность в 1%. В отличие от [5] для описания фононов в (2)

использовалось точное значение g , т.е. приближение Бора–Моттельсона в нашей работе не использовалось.

Результаты расчетов величин $Q(3_1^-)$ приведены в табл. 3 и на рис. 3, 4. В колонке Q_{tot} приведены

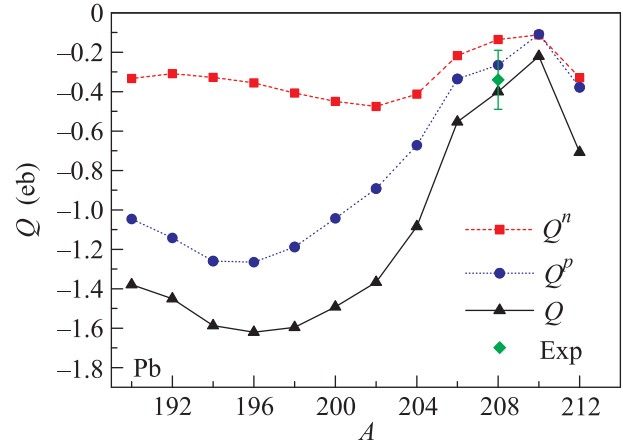


Рис. 3. (Цветной онлайн) Квадрупольные моменты первых 3^- состояний в четных изотопах Pb

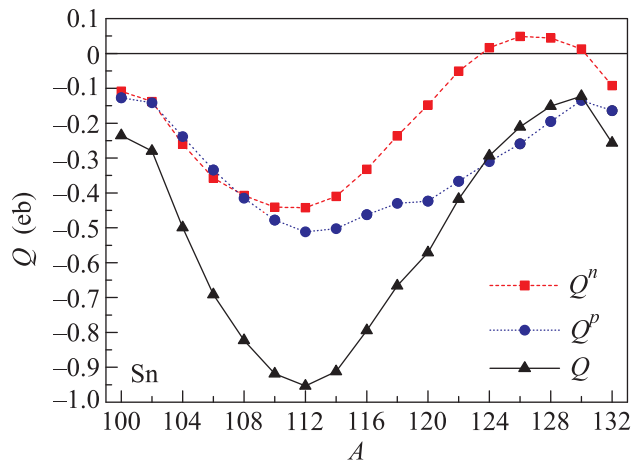


Рис. 4. (Цветной онлайн) Квадрупольные моменты первых 3^- состояний в четных изотопах Sn

окончательные результаты. Колонка, обозначенная как $Q(\text{КОС} = 0)$ дает результаты без новых, т.е. трехквартичных корреляций в основном состоянии. Разность $[Q_{\text{tot}} - Q(\text{КОС} = 0)]$ дает вклад эффектов КОС, которые, как можно видеть, составляют 50–60% от Q_{tot} . В правой колонке ($V = e_q V^0$, $\text{КОС} = 0$) даны результаты без учета КОС и поляризуемости ядра, определяемой эффективным взаимодействием между нуклонами. Эти величины в среднем более чем на порядок меньше, чем Q_{tot} . Поэтому определяющий вклад в величину $Q(\text{КОС} = 0)$ дает эффект квадрупольной поляризуемости ядра, который

Таблица 3. Квадрупольные моменты $Q(eb)$ первых 3^- состояний в изотопах Sn и Pb. Колонки 2 и 3 дают Q_n и Q_p – вклад нейтронной и протонной составляющей в треугольную диаграмму. В колонке 4 представлены окончательные результаты Q_{tot} , колонка 5 – результаты без новых КОС, колонка 6 – без новых КОС и поляризуемости ядра

1	2	3	4	5	6
Ядро	Q^n	Q^p	Q_{tot}	Q (КОС = 0)	Q (КОС = 0, $V = e_q V^0$)
^{100}Sn	-0.11	-0.13	-0.24	-0.09	-0.022
^{102}Sn	-0.14	-0.14	-0.28	-0.12	-0.015
^{104}Sn	-0.26	-0.24	-0.50	-0.22	-0.019
^{106}Sn	-0.36	-0.33	-0.69	-0.30	-0.022
^{108}Sn	-0.41	-0.42	-0.82	-0.36	-0.024
^{110}Sn	-0.44	-0.48	-0.92	-0.39	-0.023
^{112}Sn	-0.44	-0.51	-0.95	-0.40	-0.024
^{114}Sn	-0.41	-0.50	-0.91	-0.37	-0.024
^{116}Sn	-0.33	-0.46	-0.79	-0.32	-0.024
^{118}Sn	-0.24	-0.43	-0.67	-0.25	-0.024
^{120}Sn	-0.15	-0.42	-0.57	-0.21	-0.025
^{122}Sn	-0.05	-0.37	-0.42	-0.15	-0.024
^{124}Sn	0.02	-0.31	-0.29	-0.10	-0.023
^{126}Sn	0.05	-0.26	-0.21	-0.07	-0.022
^{128}Sn	0.04	-0.20	-0.15	-0.05	-0.021
^{130}Sn	0.01	-0.14	-0.12	-0.04	-0.020
^{132}Sn	-0.09	-0.16	-0.26	-0.12	-0.042
^{190}Pb	-0.33	-1.05	-1.38	-0.47	-0.043
^{192}Pb	-0.31	-1.14	-1.45	-0.49	-0.043
^{194}Pb	-0.33	-1.26	-1.59	-0.53	-0.045
^{196}Pb	-0.36	-1.27	-1.62	-0.56	-0.047
^{198}Pb	-0.41	-1.19	-1.60	-0.56	-0.050
^{200}Pb	-0.45	-1.04	-1.49	-0.55	-0.054
^{202}Pb	-0.47	-0.89	-1.37	-0.53	-0.061
^{204}Pb	-0.41	-0.67	-1.08	-0.44	-0.067
^{206}Pb	-0.22	-0.34	-0.55	-0.24	-0.074
^{208}Pb	-0.13	-0.27	-0.40	-0.18	-0.074
^{210}Pb	-0.11	-0.11	-0.22	-0.10	-0.016
^{212}Pb	-0.33	-0.38	-0.71	-0.29	-0.052

составляет примерно 40–50 % от Q_{tot} . Таким образом величина $Q(3_1^-)$ в наших расчетах определяется двумя эффектами – эффектом КОС и поляризуемости ядра, которые имеют одинаковые знаки. Как говорилось выше, для случая $E1$ -переходов в дважды-магических ядрах ^{132}Sn ^{208}Pb [5] эти эффекты сильно компенсируют друг друга. Для ^{208}Pb , для которого имеется единственное экспериментальное значение $Q(3_1^-) = -0.35 \pm 0.15eb$, мы получили величину $Q(3_1^-) = -0.40eb$, в которой вклад КОС составляет $[-0.40 - (-0.18)] = -0.22eb$ (55%), а вклад поляризуемости $[-0.18 - (-0.074)] = -0.17eb$ (43%). Почти все значения протонной и нейтронных составляющих отрицательны, кроме $^{124,126,128}\text{Sn}$, т.е. в конце оболоч-

ки $N = 82$, где протонная и нейтронная составляющие имеют противоположные знаки и частично компенсируют друг друга, обеспечивая уменьшение величины Q_{tot} . При этом рассчитанные величины $Q(3_1^-)$ в полу-магических ядрах превышают $Q(3_1^-)$ в магическом ядре ^{208}Pb в 2–3 раза для изотопов Pb (кроме ^{210}Pb , ^{206}Pb) и в 3–4 раза для изотопов Sn (кроме ^{102}Sn). Это примерно соответствует качественным предположениям о величинах $Q(3_1^-)$ в [1] (с. 501), хотя для изученных полу-магических ядер различия на порядок нет. Указанные (в скобках) исключения могут быть связаны со спецификой характеристик 3_1^- уровней в ядрах “дважды-маг ± 2 нуклона” и требуют дальнейшего изучения.

В заключение, в работе рассчитаны величины $Q(3_1^-)$ в изотопах Sn и Pb. Они предсказаны во всех ядрах, кроме ^{208}Pb , для которого получено согласие с экспериментом в пределах экспериментальных ошибок. Использован самосогласованный подход, основанный на методе энергетического функционала плотности с известными и апробированными параметрами DF3-а. Аналогичный подход был ранее использован для величин $Q(2_1^+)$ в тех же ядрах [4], при этом было получено согласие с большинством имеющихся экспериментальных данных. Все это позволяет надеяться, что полученные результаты для $Q(3_1^-)$ являются достаточно надежными. Как и в работах [4, 5], величина изучаемых характеристик определяется двумя составляющими – новыми, т.е. трехквартичными КОС, которые фактически определяются эффектами гэдпола, и ядерной поляризуемостью. По сравнению с $Q(2_1^+)$ все рассчитанные значения $Q(3_1^-)$ отрицательны и по модулю в несколько раз больше, чем $Q(2_1^+)$ в тех же ядрах, что объясняется значительно большей коллективностью 3_1^- -фононов. Как и для $Q(2_1^+)$, поведение функции $Q(A)$ нерегулярно – максимальное значение квадрупольного момента появляется в середине нейтронной оболочки, особенно для Sn. Предсказанные результаты для полумагических ядер в целом подтверждают качественные предположения в [1] о величинах $Q(3_1^-)$. Можно думать, что подобное поведение может быть и в других изотопических цепочках, по крайней мере, в полу-магических ядрах. Представляется весьма интересным экспериментальная проверка полученных результатов, тем более что в них сильно проявляется новый эффект – трехквартичные КОС.

Работа поддержана грантами РФФ # 16-12-10155 (вторая половина работы – табл. 3, рис. 3, 4) и 16-12-10161 (первая половина работы, табл. 1, 2). Частичная поддержка также осуществлялась грантом РФФИ 16-02-00228-а. Расчеты выполнены частично на Вычислительном Комплексе Национального Исследовательского Центра “Курчатовский Институт”. ЭЭС был также поддержан Проектом “Российское образование мирового класса” Научного Исследовательского Ядерного Университета Московского Инженерно-Физического Института, согласно контракту Министерства образования и науки Российской Федерации #02. А03.21.0005.

1. О. Бор, Б. Моттelson, *Структура атомного ядра*, Мир, М. (1977), т. 2.
2. P. Ring and J. Speth, Nucl. Phys. A **235**, 315 (1974).
3. V. Yu. Ponomarev, Ch. Stoyanov, N. Tsoneva, and M. Grinberg, Nucl. Phys. A **635**, 470 (1998).
4. D. Voitenkov, S. Kamerdzhev, S. Krewald, E. E. Saperstein, and S. V. Tolokonnikov, Phys. Rev. C **85**, 054319 (2012).
5. С. П. Камерджи́ев, Д. Ф. Войтенков, Э. Е. Саперштейн, С. В. Толоконников, М. И. Шитов, Письма в ЖЭТФ **106**, 132 (2017).
6. N. Lo. Iudice, V. Yu. Ponomarev, Ch. Stoyanov, A. V. Sushkov, and V. V. Voronov, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **39**, 043101 (2012).
7. T. Otsuka, T. Suzuki, M. Honma, Y. Utsuno, N. Tsunoda, K. Tsukiyama, and M. Hjorth-Jensen, Phys. Rev. Lett. **104**, 012501 (2010).
8. А. И. Вдовин, Ч. Стоянов, Изв. Акад. Наук. СССР, Сер. Физ. **38**, 2598 (1974) [Bull. Akad. Sci. USSR, Phys. Ser. **38**, 2598 (1974)].
9. А. И. Вдовин, Ч. Стоянов, Изв. Акад. Наук. СССР, Сер. Физ. **38**, 2604 (1974) [Bull. Akad. Sci. USSR, Phys. Ser. **38**, 2604 (1974)].
10. <http://www.nndc.bnl.gov/ensdf/>.
11. N. J. Stone, Atomic Data and Nuclear Data Tables **90** 75 (2005).
12. В. А. Ходель, ЯФ **24**, 704 (1976) [Sov. J. Nucl. Phys. **24**, 367 (1976)].
13. V. A. Khodel and E. E. Saperstein, Phys. Rep. **92**, 183, 1982.
14. А. Б. Мигдал, *Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер*, Наука, М. (1965) [A. B. Migdal, *Theory of finite fermi-systems and applications to atomic nuclei*, Wiley, N.Y. (1967)].
15. А. В. Смирнов, С. В. Толоконников, С. А. Фаянс, ЯФ **48**, 1661 (1988) [Sov. J. Nucl. Phys. **48**, 995 (1988)].
16. S. A. Fayans, S. V. Tolokonnikov, E. L. Trykov, and D. Zawischa, Nucl. Phys. A **676**, 49 (2000).
17. С. В. Толоконников, Э. Е. Саперштейн, ЯФ **73**, 1731 (2010) [Phys. Atom. Nucl. **73**, 1684 (2010)].
18. Э. Е. Саперштейн, С. В. Толоконников, ЯФ **79**, 703 (2016) [Phys. Atom. Nucl. **79**, 703 (2016)].
19. А. В. Авдеенков, С. П. Камерджи́ев, ЯФ **62**, 563 (1999) [Phys. Atom. Nucl. **62**, 563 (1999)].
20. S. V. Tolokonnikov, S. Kamerdzhev, D. Voytenkov, S. Krewald, and E. E. Saperstein, Phys. Rev. C **84**, 064324 (2011).
21. R. H. Spear, Atomic Data and Nuclear Data Tables **42**, 55 (1989).