

Комптоновское рассеяние аттосекундных рентгеновских импульсов на атоме водорода

В. А. Астапенко⁺¹⁾, Н. Н. Мороз⁺, М. И. Мутафян*

⁺Московский физико-технический институт (государственный университет), 141700 Долгопрудный, Россия

*Центриал колледж, 941 Торонто, Канада

Поступила в редакцию 31 мая 2018 г.

После переработки 28 июня 2018 г.

В работе теоретически исследуется комптоновское рассеяние аттосекундных рентгеновских импульсов на атоме водорода. Рассмотрение проводится в терминах спектрально-угловой вероятности рассеяния за все время действия импульса. Проанализирована зависимость вероятности рассеяния от несущей частоты, длительности импульса и угла рассеяния. Показано, что при определенных значениях параметров задачи вероятность процесса является нелинейной функцией длительности импульса.

DOI: 10.1134/S0370274X18150031

Развитие техники генерации ультракоротких электромагнитных импульсов (УКИ) с длительностью вплоть до аттосекундного диапазона, что соответствует атомному масштабу времени (24 ас), открыло новую область науки – аттосекундную физику [1, 2].

В рентгеновском диапазоне частот генерация УКИ, как правило, осуществляется с помощью лазеров на свободных электронах (X-ray Free Electron Laser – XFEL). Уже получены длительности XFEL импульсов порядка 1 фс и меньше [3]. В работе [4] предложен метод генерации изолированных однокциклового рентгеновских импульсов с длительностью 380 ас на средней длине волны 8.6 нм. В статье [5] разработан подход, позволяющий генерировать субцикловые XFEL импульсы с длительностью 10.7 ас.

Вышеуказанные достижения делают актуальным теоретическое рассмотрение взаимодействия аттосекундных рентгеновских импульсов с различными мишенями. В частности, значительный фундаментальный и практический интерес представляет анализ рассеяния УКИ на атомах и ионах.

Простейший случай – томсоновское рассеяние УКИ различной формы на свободном электроны – анализировался в работе [6] в нерелятивистском пределе. Было, в частности, показано, что полная вероятность рассеяния УКИ для всех несущих частот является монотонно возрастающей функцией длительности импульса.

Резонансное рассеяние фемтосекундных УКИ на атомах в плазме рассчитывалось в статье [7], а упругое рассеяние аттосекундных рентгеновских импульсов на внутренних оболочках атомов исследовалось в работе [8]. В работах [7, 8], в частности, было показано, что вероятность упругого рассеяния УКИ на атомах и ионах (за все время действия импульса) является, вообще говоря, нелинейной функцией длительности импульса даже в пределе слабого поля. Данное обстоятельство носит общий характер для всех фотопроцессов в поле УКИ. Заметим, что в случае длинных импульсов в соответствии с традиционным подходом в рамках 1-го порядка теории возмущений полная вероятность фотопроцесса линейна по длительности импульса.

Переизлучение УКИ на различных мишенях в рамках приближения мгновенного возмущения, которое предполагает, что длительность импульса много меньше всех характерных атомных времен, рассматривалось в следующих работах: на атомах водорода и гелия – в статье [9], на многоэлектронных атомах – в статье [10]. В работе [11] получены угловые распределения спектров переизлучения для произвольного количества атомов в многоатомных мишенях, а в работе [12] расчеты дополнены учетом хаотических тепловых колебаний. Показано, что учет тепловых колебаний приводит к заметным изменениям “дифракционных” максимумов, характерных для регулярных мишеней с неподвижными атомами. Однако, в приближении мгновенного возмущения связь электрона с ядром учитывается только атомным форм-фактором, что, вообще говоря, недо-

¹⁾e-mail: astval@mail.ru

статочно для корректного описания зависимости вероятности фотопроцесса от всех параметров задачи в широком диапазоне их значений, в частности, от длительности импульса.

В настоящей работе исследуется комптоновское рассеяние УКИ на атоме водорода в терминах полной вероятности процесса за все время действия импульса. В статье [13] было показано, что в случае ультракоротких импульсов понятие вероятности фотопроцесса в единицу времени, которое традиционно применяется для описания электромагнитных явлений, имеет свои границы применимости, и нужно, вообще говоря, использовать полную вероятность процесса за все время действия УКИ.

Дифференциальная по углу и частоте вероятность рассеяния за все время действия ультракороткого электромагнитного импульса дается формулой [14] (в настоящей статье используем атомные единицы $e = m_e = \hbar = 1$):

$$\frac{dW}{d\Omega' d\omega'} = \frac{c}{4\pi} \int_0^\infty \frac{d\sigma(\omega, \omega', \theta)}{d\Omega' d\omega'} \frac{|E(\omega, \omega_c, \tau)|^2}{\omega} d\omega, \quad (1)$$

где $E(\omega, \omega_c, \tau)$ – фурье-образ напряженности электрического поля в импульсе, ω – текущая частота, ω_c – несущая частота импульса, τ – длительность импульса, c – скорость света, ω' – частота рассеянного излучения, θ – угол рассеяния, $d\Omega'$ – элемент телесного угла рассеяния излучения.

Спектрально-угловое сечение комптоновского рассеяния на связанном электроны водородоподобного иона, входящее в правую часть формулы (1), можно представить в виде [15]:

$$\frac{d\sigma(\omega, \omega', \theta)}{d\Omega' d\omega'} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega'} \right)_{Th} \left(\frac{\omega}{\omega'} \right) \langle |M_{fi}(\omega, \omega', \theta)|^2 \rangle, \quad (2)$$

где $\langle |M_{fi}|^2 \rangle$ – матричный элемент комптоновского рассеяния, усредненный по направлениям испускания атомного электрона. Дифференциальное по углу сечение томсоновского рассеяния монохроматического излучения на свободном электроны в нерелятивистском приближении равно:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega'} \right) = \frac{1}{c^4} \frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \left(\frac{\omega'}{\omega} \right)^2, \quad (3)$$

где ω – частота падающего излучения, ω' – частота рассеянного излучения, θ – угол рассеяния, $d\Omega'$ – элемент телесного угла рассеяния.

В дальнейшем предполагаем, что атом водорода до рассеяния находился в основном 1s-состоянии.

В высокочастотном приближении $\omega \gg I_a$ (I_a – потенциал ионизации атома) матричный элемент

$\langle |M_{fi}|^2 \rangle$ для водородоподобного иона был вычислен в работе [15]. Полученным в цитируемой статье выражением для сечения комптоновского рассеяния на атоме водорода мы воспользуемся в дальнейшем.

В качестве УКИ будем использовать так называемый скорректированный гауссовский импульс [16], напряженность электрического поля в котором имеет вид

$$E(\omega, \omega_c, \tau) = iE_0\tau \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega^2 \tau^2}{1 + \omega_c^2 \tau^2} \times \left[\exp\left(\frac{-(\omega - \omega_c)^2 \tau^2}{2}\right) - \exp\left(\frac{-(\omega + \omega_c)^2 \tau^2}{2}\right) \right], \quad (4)$$

где E_0 – амплитуда напряженности электромагнитного поля в импульсе. Выражение (4) получено путем вычисления фурье-образа от временной зависимости напряженности электрического поля в импульсе (формулы (9), (10) статьи [14]). Отличительной чертой данного импульса является тот факт, что в его спектре отсутствует постоянная составляющая.

Вероятность комптоновского рассеяния УКИ на атоме водорода ниже рассчитывается для амплитуды напряженности электрического поля в импульсе $E_0 = 10^2$ ат.ед.

Заметим, что в пределе длинных импульсов, ширина спектра которых много меньше ширины спектра сечения рассеяния, квадрат модуля фурье-образа напряженности электрического поля (4) содержит дельта-функцию: $|E(\omega, \omega_c, \tau)|^2 \rightarrow (\pi/2) E_0^2 \tau \delta(\omega - \omega_c)$, так что интеграл в правой части равенства (1) легко вычисляется, и мы приходим к стандартному выражению для вероятности фотопроцесса, линейному по длительности импульса.

Рассчитанная по формуле (2) зависимость сечения комптоновского рассеяния на атоме водорода от частоты рассеянного излучения ω' для углов рассеяния $\theta = 180^\circ$ и 120° представлена на рис. 1 для энергии падающего фотона $\omega = 10$ кэВ. На этом же рисунке для сравнения приведен нормированный спектр УКИ с несущей частотой $\omega_c = 9.79$ кэВ и длительностью импульса $\tau = 12$ ас. Заметим, что на данных частотах период электромагнитного колебания составляет примерно 0.4 ас, так что рассматриваемый импульс являются мультицикловым.

Видно, что ширина спектра УКИ для приведенной длительности порядка ширины спектра комптоновского рассеяния. Из рисунка 1 также следует, что максимум сечения для рассеяния назад приходится на энергию рассеянного фотона $\omega_{\max} = 9.610$ кэВ. Эта величина практически совпадает с частотой излучения, рассеянного на свободном

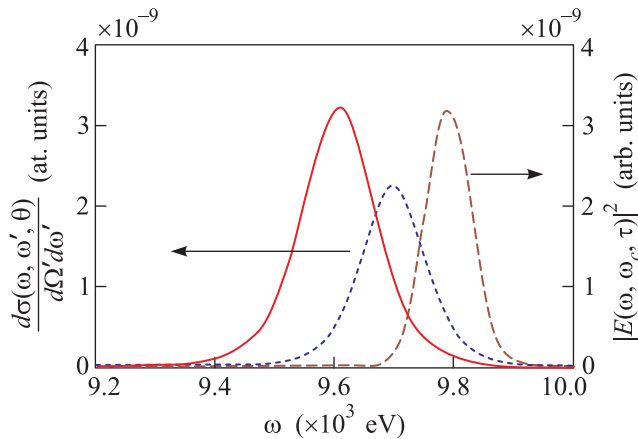


Рис. 1. (Цветной онлайн) Спектральное сечение комптоновского рассеяния на атоме водорода для $\omega = 10$ кэВ при рассеянии на угол $\theta = 180^\circ$ (сплошная кривая) и $\theta = 120^\circ$ (пунктир). Штриховая кривая – нормированный квадрат модуля фурье-образа напряженности электрического поля в УКИ с длительностью $\tau = 12$ ас на несущей частоте $\omega_c = 9.79$ кэВ

электроне (9.607 кэВ). Однако, в отличие от спектрального сечения фотона на свободном электроне, которое описывается дельта-функцией (для заданных частот), в рассматриваемом случае спектр рассеяния обладает конечной шириной $\Delta\omega_{sc} \approx p_H(\omega/c)(1 - \cos\theta) = (\theta = \pi) \cong 142$ эВ, где p_H – характерный импульс электрона атома водорода. Отсюда, в частности, следует, что ширина спектра рассеяния уменьшается с уменьшением угла рассеяния и растет с ростом частоты падающего излучения. Из рисунка 1 также видно, что с уменьшением угла θ максимум сечения смещается в высокочастотную область, а его ширина уменьшается.

Подчеркнем, что специфические особенности фотопроцессов в поле УКИ проявляются в случае, когда ширина спектра импульса больше или порядка спектральной ширины сечения фотопроцесса, как это следует из формулы (1). В пределе длинных импульсов полная вероятность $W_{sc} \propto w_{sc}\tau$, где w_{sc} – вероятность рассеяния в единицу времени, и справедливо традиционное рассмотрение в терминах вероятности в единицу времени.

Нормированная на длительность импульса вероятность комптоновского рассеяния УКИ на атоме водорода как функция частоты рассеянного излучения представлена на рис. 2 для различных длительностей импульса, несущей частоты $\omega_c = 5$ кэВ и угла рассеяния $\theta = 180^\circ$.

Видно, что с укорочением импульса спектр рассеяния уширяется, а в пределе длинных импульсов

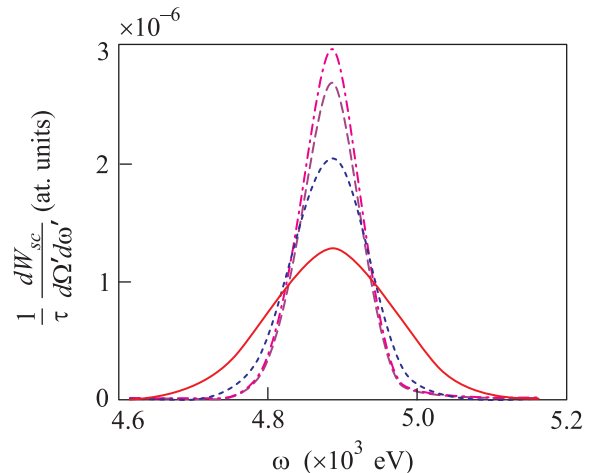


Рис. 2. (Цветной онлайн) Нормированная на длительность импульса вероятность комптоновского рассеяния на атоме водорода назад ($\theta = 180^\circ$) УКИ с несущей частотой $\omega_c = 5$ кэВ как функция частоты рассеянного излучения для различных длительностей импульса: $\tau = 6$ ас (сплошная кривая), $\tau = 12$ ас (пунктир), $\tau = 24$ ас (штриховая кривая), $\tau = 48$ ас (штрихпунктир)

($\tau > 30$ ас) нормированная вероятность перестает зависеть от длительности импульса.

Зависимость вероятности комптоновского рассеяния УКИ на атоме водорода назад как функции длительности импульса для различных значений частоты рассеянного излучения и $\omega_c = 5$ кэВ представлена на рис. 3 вблизи частоты рассеяния в максимуме сечения (рис. а) и при больших отстройках от $\omega_{\max} = 4.885$ кэВ (рис. б).

Из рисунка 3а видно, что для частот рассеяния ω' вблизи ω_{\max} зависимость вероятности процесса от длительности импульса носит монотонный характер. В частности, при $\omega' = \omega_{\max}$ функция $W_{sc}(\tau)$ возрастает с ростом τ сначала квадратично, а затем линейно. При больших отстройках ω' от ω_{\max} (рис. 3б) в зависимости $W_{sc}(\tau)$ от длительности импульса появляются максимум и минимум. Отметим, что данное обстоятельство для случая, когда спектр рассеяния описывается гауссианом, следует из аналитического выражения для вероятности фотопроцесса в поле УКИ, полученного в работе [17] при рассмотрении возбуждения неоднородно уширенного перехода. Заметим, что в данном случае все значения рассеянной частоты $\omega' < \omega_{\max}$.

Положение максимума функции $W_{sc}(\tau) - \tau_{\max}$ в нулевом приближении может быть оценено по формуле $\tau_{\max} \approx \frac{c}{\omega p_H (1 - \cos(\theta))}$, что дает для величин параметров рис. 3 значение $\tau_{\max} \sim 8$ ас. На самом деле ве-

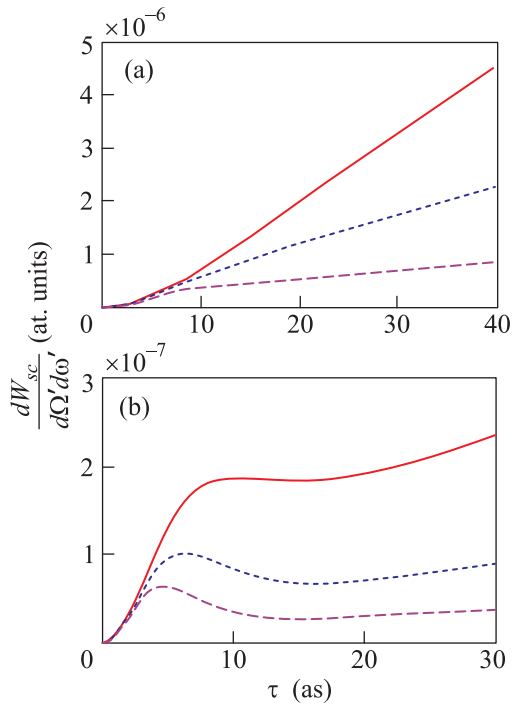


Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимость вероятности комптоновского рассеяния УКИ на атоме водорода назад ($\theta = \pi$) как функция длительности импульса для несущей частоты, равной 5 кэВ, и различных значений частоты рассеянного излучения: (а) – $\omega' = 4.89$ кэВ (сплошная кривая), $\omega' = 4.84$ кэВ (пунктир), $\omega' = 4.81$ кэВ (штриховая кривая); (б) – $\omega' = 4.787$ кэВ (сплошная кривая), $\omega' = 4.76$ кэВ (пунктир), $\omega' = 4.733$ кэВ (штриховая кривая)

личина τ_{\max} также существенно зависит от частоты рассеянного излучения: она увеличивается при приближении ω' к ω_{\max} , но при этом форма максимума сглаживается, так что, как это видно из рис. 3б, при $\omega' = 4.787$ кэВ максимум вырождается в плечо. Для $\tau > 20$ ас зависимость $W_{sc}(\tau)$ имеет линейный характер в соответствии с традиционным подходом.

Рисунок 4 демонстрирует зависимость функции $W_{sc}(\tau)$ от угла рассеяния для заданных частот ω_c и ω' . Видно, что с уменьшением угла рассеяния максимум функции $W_{sc}(\tau)$ становится более проявленным. Это связано с уменьшением спектральной ширины сечения комптоновского рассеяния с уменьшением угла θ . Поэтому, как отмечалось выше, для меньших углов рассеяния специфика комптоновского рассеяния УКИ (в данном случае наличие максимума функции $W_{sc}(\tau)$) выражена более ярко.

Аналогичные зависимости представлены на рис. 5 для несущей частоты УКИ $\omega_c = 10$ кэВ. В этом случае максимумы проявлены не так отчетливо, как для $\omega_c = 5$ кэВ, а область нелинейности функции $W_{sc}(\tau)$ приходится на тот же временной диапазон $\tau \sim 10$ ас.

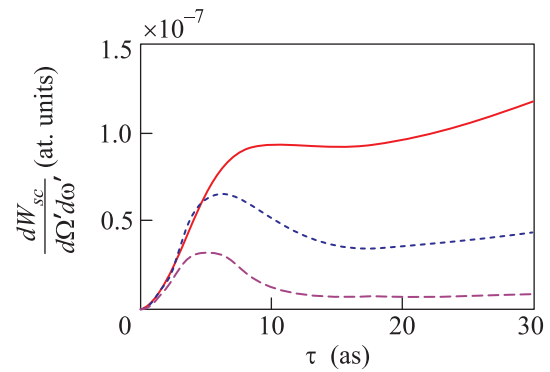


Рис. 4. (Цветной онлайн) Вероятность комптоновского рассеяния УКИ на атоме водорода как функция длительности импульса для несущей частоты, равной 5 кэВ, частоты рассеянного излучения – 4.79 кэВ и различных углов рассеяния: $\theta = 180^\circ$ (сплошная кривая), $\theta = 120^\circ$ (пунктир), $\theta = 90^\circ$ (штриховая кривая), для большей наглядности сплошная кривая умножена на фактор 0.5

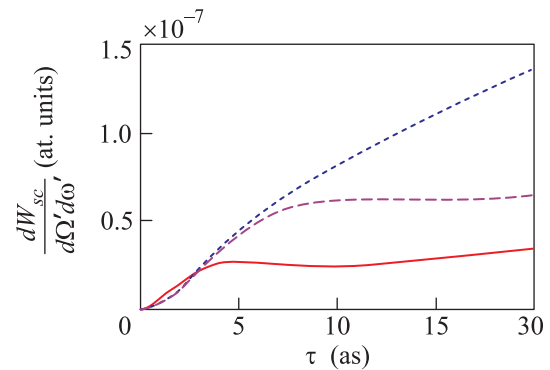


Рис. 5. (Цветной онлайн) Вероятность комптоновского рассеяния УКИ на атоме водорода как функция длительности импульса для несущей частоты, равной 10 кэВ, частоты рассеянного излучения – 9.79 кэВ и различных углов рассеяния: $\theta = 180^\circ$ (сплошная кривая), $\theta = 120^\circ$ (пунктир), $\theta = 60^\circ$ (штриховая кривая)

Вычисления показывают, что результаты работы практически не изменяются при замене скорректированного гауссовского импульса (4) на импульс, векторный потенциал в котором представляет собой обычный гауссовский импульс.

Описанные нелинейности в зависимостях вероятности комптоновского рассеяния от длительности импульса имеют схожие черты с аналогичными зависимостями для других фото процессов и мишеней, полученными в том числе в работах [7, 8]. Это объясняется тем, что, как уже говорилось, в пределе длинных импульсов применим традиционный подход к описанию взаимодействия электромагнитного излучения с веществом, и вероятность процесса ли-

нейно зависит от длительности импульса (в рамках применимости первого порядка теории возмущений). В противоположном пределе коротких импульсов из выражения (1) следует, что зависимость вероятности процесса от τ определяется значением $|E(\tau)|^2$ и пропорциональна τ^2 . Таким образом, имеются две асимптотики при стремлении длительности импульса к нулю и бесконечности, общие для всех фотопроцессов и мишеней. В промежуточной области значений τ вид функции $W(\tau)$ определяется отстройкой частоты рассеянной волны от несущей частоты.

В данной работе рассчитана спектрально-угловая вероятность комптоновского рассеяния аттосекундного УКИ скорректированной гауссовой формы на атоме водорода за все время действия импульса рентгеновского излучения. Показано, что зависимость вероятности комптоновского рассеяния от длительности УКИ носит, вообще говоря, немонотонный характер и при достаточно больших отстройках частоты рассеяния от частоты в максимуме сечения рассеяния функция $W_{sc}(\tau)$ имеет максимум и минимум. Для рассмотренных в статье несущих частот УКИ указанные экстремумы приходятся на длительность импульса порядка 10 ас. При уменьшении угла рассеяния максимум функции $W_{sc}(\tau)$ становится более выраженным, а его положение смещается в область меньших длительностей импульса.

Авторы выражают благодарность профессору В.С. Лисице за плодотворные дискуссии.

Работа выполнена в рамках Государственного задания Министерства науки и образования РФ (задание # 3.9890.2017/8.9).

1. F. Krausz and M. Ivanov, *Rev. Mod. Phys.* **81**, 163 (2009).
2. M. F. Ciappina, J. A. Pérez-Hernández, A. S. Landsman et al. (Collaboration), *Rep. Prog. Phys.* **80**(5), 054401 (2017).
3. M. Dunne, <https://www.rdmag.com/article/2017/10/ultrafast-x-ray-science-groundbreaking-laser-takes-discovery-new-extremes> (2017).
4. T. Tanaka, *Phys. Rev. Lett.* **114**, 044801 (2015).
5. Y. Kida, R. Kinjo, and T. Tanaka, *Appl. Phys. Lett.* **109**, 151107 (2016).
6. V. A. Astapenko and S. V. Sakhno, *IRAMP* **5**, 83 (2015).
7. F. B. Rosmej, V. A. Astapenko, V. S. Lisitsa, and N. N. Moroz, *Phys. Lett. A* **381**, 3576 (2017).
8. F. B. Rosmej, V. A. Astapenko, and V. S. Lisitsa, *J. Phys. B* **50**, 235601 (2017).
9. В. И. Матвеев, *ЖЭТФ* **124**, 1023 (2003).
10. Д. Н. Макаров, В. И. Матвеев, *ЖЭТФ* **152**, 227 (2017).
11. В. И. Матвеев, Д. У. Матрасулов, *Письма в ЖЭТФ* **96**(10), 700 (2012).
12. Д. Н. Макаров, В. И. Матвеев, *Письма в ЖЭТФ* **101**, 677 (2015).
13. V. A. Astapenko, *Phys. Lett. A* **374**, 1585 (2010).
14. В. А. Астапенко, *ЖЭТФ* **139**, 228 (2011).
15. P. Eisenberg and P. M. Platzman, *Phys. Rev. A* **2**, 415 (1970).
16. Q. Lin, J. Zheng, and W. Becker, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 253902 (2006).
17. В. А. Астапенко, С. Ю. Свита, *Изв. ВУЗов. Физика* **57**, 46 (2014).