

# Отрицательное дифференциальное сопротивление и другие особенности спин-зависимого электронного транспорта в двух-барьерных гибридных структурах сверхпроводник-ферромагнитный металл-нормальный металл

А. В. Зайцев<sup>1)</sup>

Институт радиотехники и электроники РАН им. В.А. Котельникова, 125009 Москва, Россия

Поступила в редакцию 28 июня 2018 г.

Спин-зависимый электронный транспорт исследован теоретически для двух-барьерных гибридных структур S-IF-F-IF-N, S-IF-N-IF-N, где S – сверхпроводник, F и N, соответственно, ферромагнитный и нормальный металл, IF – спин-активный барьер. Показано, что при сильном сверхпроводящем эффекте близости и достаточно тонких F слоях дифференциальное сопротивление таких структур может становиться отрицательным при некоторых напряжениях, а зависимость тока от напряжения может иметь N-образный вид. Характерной особенностью дифференциального сопротивления является его асимметричная зависимость от напряжения, которая наиболее ярко проявляется при сильной поляризации, по крайней мере, одного из барьеров. Исследовано теоретически влияние процессов спин-орбитального рассеяния на примесях в N-слое, расположенном между барьерами. Исследование проведено для случая диффузионного электронного транспорта.

DOI: 10.1134/S0370274X18150110

Исследование гибридных структур, содержащих сверхпроводники и ферромагнетики привлекает повышенный интерес благодаря различным интересным явлениям, таким как спин-триплетное сверхпроводящее спаривание, аномальные сверхпроводящий и магнитный эффекты близости и другие, которые изучались в большом количестве работ [1–5]. В этой работе мы изучим теоретически явления, которые ранее не исследовались или которым уделялось недостаточное внимание, реализующиеся в двух-барьерных структурах S-IF<sub>1</sub>-F-IF<sub>2</sub>-N, где S – сверхпроводник, F и N – соответственно ферромагнитный и нормальный металл, IF – спин-активный барьер. Будем предполагать, что реализуется грязный предел, т.е. частота примесного рассеяния (в энергетических единицах) во всех контактирующих материалах превосходит энергетическую щель в сверхпроводнике  $\Delta$  и обменную энергию  $h$  в ферромагнитном металле. Будем использовать уравнения для усредненных по направлению импульса квазиклассических функций Грина

$$\check{G} = \begin{pmatrix} \hat{G}^R & \hat{G}^K \\ \hat{0} & \hat{G}^A \end{pmatrix}$$

где  $\hat{G}^R$ ,  $\hat{G}^A$ , и  $\hat{G}^K$  – соответственно затухающая, опережающая и Келдышевская матричные функции

Грина. В рассматриваемом грязном пределе функция  $\check{G}$  в F-слое (в котором она зависит от координаты  $x$ , перпендикулярной плоскости барьера) удовлетворяет уравнению (см., например, [1])<sup>2)</sup>

$$iD_F \partial_x (\check{G} \partial_x \check{G}) + \left[ (\varepsilon \hat{I} + \mathbf{h} \hat{\sigma}) \hat{\tau}_3, \check{G} \right] + \frac{i}{\tau_{so}} [\hat{\sigma} \check{G} \hat{\sigma}, \check{G}] = \check{0}, \tag{1}$$

где  $[\check{A}, \check{B}] = \check{A}\check{B} - \check{B}\check{A}$ ,  $\hat{\sigma} = \sigma \otimes \tau_0$ ,  $\sigma = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ ,  $\hat{\tau}_i = \tau_i \otimes \sigma_0$ ,  $\sigma_i$ ,  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$  – матрицы Паули, соответственно, в пространстве спинов и пространстве частица-дырка, где  $\hat{I} = \sigma_0 \otimes \tau_0$ ,  $\sigma_0$  и  $\tau_0$  – соответствующие единичные матрицы,  $D_F$  – коэффициент диффузии в F-слое,  $\mathbf{h} = (0, h_y, h_z)$  – обменное поле,  $\tau_{so}$  – спин-орбитальное время релаксации, обусловленное рассеянием на примесях; постоянную Планка полагаем равной единице. Для учета рассеяния на спин-активных барьерах мы будем предполагать, что их прозрачности малы и использовать граничные условия, полученные в работах [7–10],

$$r_1 \partial_x (\check{G} \partial_x \check{G}) = \left[ \hat{\Gamma}_1 \check{G}_S \hat{\Gamma}_1^\dagger, \check{G} \right] (x = 0), \tag{2}$$

<sup>2)</sup>Мы используем обозначения, аналогичные работе ([6]), но матричная структура используемых нами функций Грина отличается от матричной структуры этой работы благодаря преобразованию с помощью унитарной матрицы  $\hat{U} = \left[ (\hat{I} + \hat{\tau}_3) + (\hat{I} - \hat{\tau}_3) \hat{\sigma}_y \right] / 2 = \hat{U}^{-1}$ . В частности, для функции  $\hat{G}^R$  это преобразование имеет вид  $\hat{U} \hat{G}^R \hat{U}$ .

<sup>1)</sup>e-mail: zaitsevalexv@gmail.com

$$r_2 \partial_x (\check{G} \partial_x \check{G}) = - \left[ \hat{\Gamma}_2 \check{G}_N \hat{\Gamma}_2^\dagger, \check{G} \right] (x = L), \quad (3)$$

где  $\hat{\Gamma}_j = a_j \hat{I} + b_j \hat{\sigma} \nu_j$ ,  $j = 1, 2$ ,  $\nu_j$  – единичный вектор в направлении обменного поля в барьере  $j$ ,  $a_j^2 + b_j^2 = 1$ ,

$$2a_j b_j = \frac{R_{bj\downarrow} - R_{bj\uparrow}}{R_{bj}}, \quad (4)$$

$r_j = \sigma_F R_{bj}$ ,  $\sigma_F$  – проводимость в F слое,  $R_{bj} = R_{bj\uparrow} + R_{bj\downarrow}$  обозначает сопротивление на единицу площади  $j$ -го барьера,  $R_{bj\uparrow}$ ,  $R_{bj\downarrow}$  – вклады в сопротивление, обусловленные электронами со спинами вверх и вниз. Далее мы рассмотрим случай тонкого F-слоя, предполагая, что его длина  $L \ll [D_F / \max(\Delta, h, 1/\tau_{so})]^{1/2}$ . Интегрируя (1) по длине F слоя и учитывая граничные условия (2), (3), получим следующее уравнение для функции Грина  $\check{G}$

$$\left[ (\varepsilon \hat{I} + \mathbf{h} \hat{\sigma}) \hat{\tau}_3 + \check{\Sigma}_{b1} + \check{\Sigma}_{b2} + \frac{i}{\tau_{so}} \hat{\sigma} \check{G} \hat{\sigma}, \check{G} \right] = \check{0}, \quad (5)$$

где

$$\check{\Sigma}_{b1} = i\epsilon_{b1} \hat{\Gamma}_1 \check{G}_S \hat{\Gamma}_1^\dagger, \quad \check{\Sigma}_{b2} = i\epsilon_{b2} \hat{\Gamma}_2 \check{G}_N \hat{\Gamma}_2^\dagger, \\ \epsilon_{bj} = \frac{D_F}{2r_j L}.$$

Рассмотрим случай, в котором направления обменного поля в F-слое и векторов  $\nu_j$  параллельны или антипараллельны. При этом условия решения уравнения (5) для  $\check{G}$  может быть представлено в виде

$$\check{G} = \check{G}_+ \hat{P}_+ + \check{G}_- \hat{P}_-, \quad (6)$$

где  $\hat{P}_\pm = \frac{1}{2} (\hat{I} \pm \hat{\sigma}_z)$ . Запаздывающая и опережающая функции Грина при этом представляются в виде

$$\hat{G}_\pm^R(\varepsilon) = G_\pm^R(\varepsilon) \hat{\tau}_3 + F_\pm^R i \hat{\tau}_2, \quad (7)$$

$\hat{G}_\pm^A(\varepsilon) = -(\hat{G}_\pm^R(\varepsilon))^*$ . Для случая малой частоты спин-орбитального рассеяния  $\gamma_{so} = 1/\tau_{so} \ll \min(\epsilon_{bj}, \Delta)$  получим

$$G_\pm^R(\varepsilon) = \frac{\varepsilon_\pm^R(\varepsilon)}{\zeta_\pm^R(\varepsilon)}, \quad F_\pm^R(\varepsilon) = \frac{\Delta^R(\varepsilon)}{\zeta_\pm^R(\varepsilon)}, \quad (8)$$

где

$$\varepsilon_\pm^R(\varepsilon) = (\varepsilon + i\epsilon_{b1} G_S^R(\varepsilon) + i\epsilon_{b2} \pm h), \\ \Delta^R(\varepsilon) = i\epsilon_{b1} (a_1^2 - b_1^2) F_S^R(\varepsilon), \\ \zeta_\pm^R(\varepsilon) = \left\{ [\varepsilon_\pm^R(\varepsilon)]^2 - [\Delta^R(\varepsilon)]^2 \right\}^{1/2}.$$

Здесь  $G_S^R$ ,  $F_S^R$  – функции Грина сверхпроводника S, для которых будем использовать выражения  $G_S^R(\varepsilon) = (\varepsilon + i\gamma) / [(\varepsilon + i\gamma)^2 - \Delta^2]$ ,  $F_S^R(\varepsilon) = \Delta / [(\varepsilon + i\gamma)^2 - \Delta^2]$ , где  $\gamma$  учитывает неупругие

процессы; в численных расчетах мы будем использовать модель, в которой  $\gamma$  не зависит от энергии. Функция Грина–Келдыша определяется выражением (далее  $\mu = \pm$ ),

$$\hat{G}_\mu^K = \hat{G}_\mu^R \hat{f}_\mu - \hat{f}_\mu \hat{G}_\mu^A, \quad (9)$$

где  $\hat{f}_\mu$  – матричная функция распределения

$$\hat{f}_\mu = f_{0\mu} \hat{\tau}_0 + f_{3\mu} \hat{\tau}_3, \quad (10)$$

где ( $n, m = 0, 3$ )

$$f_{n\mu} = \frac{A_{m\mu} \Phi_{n\mu} - B_\mu \Phi_{m\mu}}{W_\mu}, \quad (11)$$

$$W_\mu = A_{0\mu} A_{3\mu} - (B_\mu)^2, \quad (12)$$

$$A_{3\mu} = [(k_1 \text{Re} G_S^R + k_2) \text{Re} G_\mu^R + k_1 \text{Im} F_S^R \text{Im} F_\mu^R], \quad (13)$$

$$A_{0\mu} = [(k_1 \text{Re} G_S^R + k_2) \text{Re} G_\mu^R - k_1 \text{Re} F_S^R \text{Re} F_\mu^R], \quad (14)$$

$$B_\mu = \mu 2 (k_1 a_1 b_1 \text{Re} G_S^R + a_2 b_2 k_2) \text{Re} G_\mu^R, \quad (15)$$

$$\Phi_{3\mu} = k_2 (f_{N3} + \mu 2 a_2 b_2 f_{N0}) \text{Re} G_\mu^R, \quad (16)$$

$$\Phi_{0\mu} = k_2 (f_{N0} + \mu 2 a_2 b_2 f_{N3}) \text{Re} G_\mu^R + q_\mu \tanh\left(\frac{\varepsilon}{2T}\right), \quad (17)$$

$$q_\mu = k_1 [\text{Re} G_S^R \text{Re} G_\mu^R - \text{Re} F_S^R \text{Re} F_\mu^R]. \quad (18)$$

Здесь  $k_j = G_{bj} / (G_{b1} + G_{b2})$ ,  $G_{bj} = 1/R_{bj}$ ,  $f_{Nj} = \frac{1}{2} \left[ \tanh\left(\frac{\varepsilon + eV}{2T}\right) + (-1)^j \tanh\left(\frac{\varepsilon - eV}{2T}\right) \right]$ . Используя граничное условие (3) при вычислении тока, который определяется интегралом  $\sigma_F \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon T r \hat{\tau}_3 (\hat{G}^R \partial_x \hat{G}^K + \hat{G}^K \partial_x \hat{G}^A)$ , получим

$$I = G_{b2} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \sum_{\mu=\pm} (f_{N3} - f_{3\mu} - 2\mu a_2 b_2 f_{0\mu}) \text{Re} G_\mu^R. \quad (19)$$

Численные вычисления зависимостей тока и дифференциального кондактанса  $G = dI/dV$  от напряжения представлены на рис. 1–6. Характерной особенностью зависимости дифференциального кондактанса от напряжения является его несимметричная зависимость от  $V$  и от направления обменного поля  $h$  в F-слое, наличие интервалов  $V$ , в которых дифференциальный кондактанс  $G$  (и дифференциальное сопротивление) становится отрицательным (рис. 1–3, 6). Асимметрия кондактанса проявляется наиболее ярко, если поляризация хотя бы одного из барьеров не мала: величина  $|R_{bj\uparrow} - R_{bj\downarrow}|$  порядка  $(R_{bj\uparrow} + R_{bj\downarrow})$ . При реализации отрицательного дифференциального кондактанса зависимость тока от напряжения имеет N-образный вид (рис. 7). Отрицательный диф-

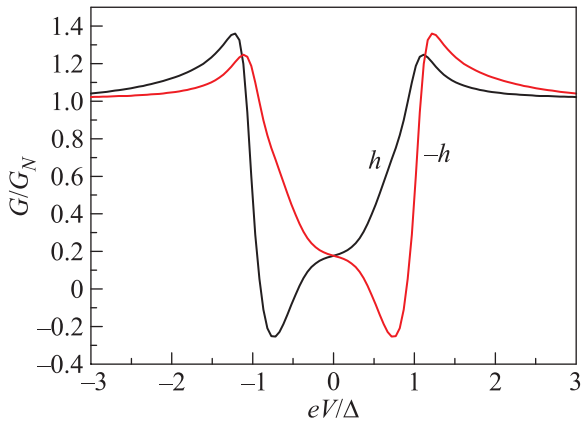


Рис. 1. (Цветной онлайн) Зависимости дифференциального кондактанса от напряжения для структуры S-IF<sub>1</sub>-F-IF<sub>2</sub>-N при параллельной ориентации обменных полей в барьерах с одинаковым сопротивлением при  $\epsilon_{b1} = \epsilon_{b2} = \Delta$  и низкой температуре  $T = 0.1T_c$  для барьеров с параметрами  $2a_1b_1 = 0.472$ ,  $2a_2b_2 = 0.96$ ; эти зависимости соответствуют двум ориентациям обменного поля  $h = 2\Delta$  в F слое, параметр  $\gamma = 0.02\Delta$

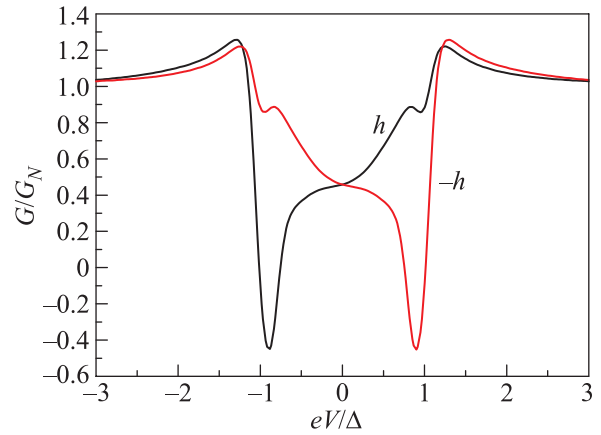


Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимости дифференциального кондактанса от напряжения для структуры S-IF<sub>1</sub>-F-IF<sub>2</sub>-N при параллельной ориентации обменных полей в барьерах с одинаковым сопротивлением при  $\epsilon_{b1} = \epsilon_{b2} = \Delta$  и низкой температуре  $T = 0.1T_c$  для одинаковых барьеров с параметрами  $2a_2b_2 = 2a_1b_1 = 0.785$ ; эти зависимости соответствуют двум ориентациям обменного поля  $h = 2\Delta$  в F слое, параметр  $\gamma = 0.1\Delta$

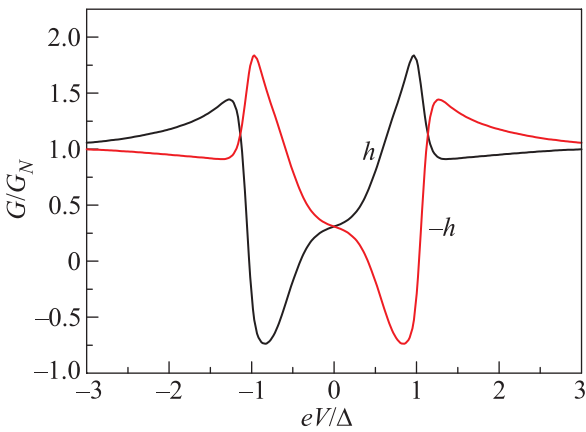


Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимости дифференциального кондактанса от напряжения для структуры S-IF<sub>1</sub>-F-IF<sub>2</sub>-N при антипараллельной ориентации обменных полей в барьерах с одинаковым сопротивлением при  $\epsilon_{b1} = \epsilon_{b2} = \Delta$  и низкой температуре  $T = 0.1T_c$  для барьеров с параметрами  $2a_1b_1 = -0.472$ ,  $2a_2b_2 = 0.96$ ; эти зависимости соответствуют двум ориентациям обменного поля  $h = 2\Delta$  в F слое, параметр  $\gamma = 0.02\Delta$

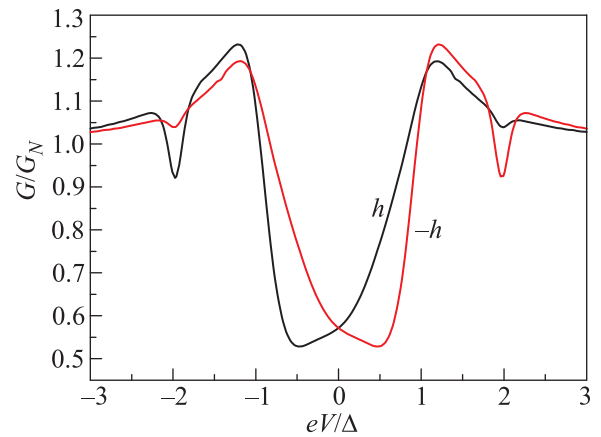


Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимости дифференциального кондактанса от напряжения для структуры S-IF<sub>1</sub>-F-IF<sub>2</sub>-N при параллельной ориентации обменных полей в барьерах с одинаковым сопротивлением при  $\epsilon_{b1} = \epsilon_{b2} = \Delta$  при низкой температуре  $T = 0.1T_c$  для одинаковых барьеров с параметрами  $2a_2b_2 = 2a_1b_1 = 0.785$ ; эти зависимости соответствуют двум ориентациям обменного  $h = 2\Delta$  поля в F слое, параметр  $\gamma = 0.2\Delta$

ференциальный кондактанс проявляется при низкой температуре в случае сильного сверхпроводящего эффекта близости, не малой (по сравнению с  $\Delta$ ) величине обменного поля в ферромагнитной прослойке и не малой поляризации хотя бы одного из барьеров. Необходимо также, чтобы величина  $\gamma$ , определяющая обратное время жизни квазичастиц в сверхпроводнике S, не была слишком большой, поскольку в этом случае отрицательный дифференци-

альный кондактанс не реализуется (рис. 4, 5). Однако его несимметричная зависимость от  $V$  и от направления  $h$  сохраняются и в этом случае. Интересно, что при изменении направления  $h$  может происходить исчезновение отрицательного дифференциального кондактанса. (рис. 3, 4). Подчеркнем, что отрицательный дифференциальный кондактанс и его

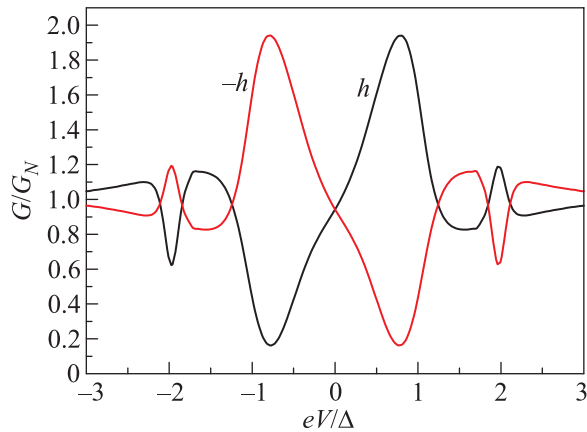


Рис. 5. (Цветной онлайн) Зависимости дифференциального кондактанса от напряжения для структуры S-IF<sub>1</sub>-F-IF<sub>2</sub>-N при антипараллельной ориентации обменных полей в барьерах с одинаковым сопротивлением при  $\epsilon_{b1} = \epsilon_{b2} = \Delta$  и низкой температуре  $T = 0.1T_c$  для барьеров с параметрами  $2a_2b_2 = -2a_1b_1 = 0.785$ ; эти зависимости соответствуют двум ориентациям обменного поля  $h = 2\Delta$  в F слое, параметр  $\gamma = 0.2\Delta$

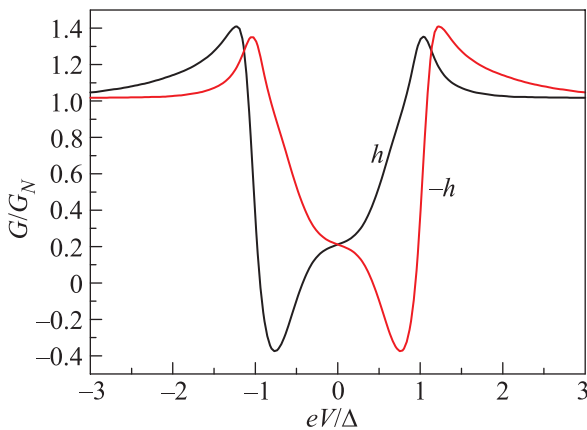


Рис. 6. (Цветной онлайн) Зависимости дифференциального кондактанса от напряжения для структуры S-I-F-IF-N для случая барьеров с одинаковым сопротивлением при  $\epsilon_{b1} = \epsilon_{b2} = \Delta$  и низкой температуре  $T = 0.1T_c$  для барьера IF с параметрами  $2ab = 0.96$ ; эти зависимости соответствуют двум ориентациям обменного поля  $h = 2\Delta$  в F слое, параметр  $\gamma = 0.02\Delta$

асимметричная зависимость от напряжения (при выполнении перечисленных выше условий) реализуются и в случае, в котором спин-активным является только один из барьеров.

Рассмотрим теперь случай, в котором частота спин-орбитального рассеяния на примесях  $\gamma_{so}$  не мала по сравнению с  $(\epsilon_{b1} + \epsilon_{b2})$ . Ограничимся в этой статье анализом свойств структуры S-IF<sub>1</sub>-N-IF<sub>2</sub>-N. Предполагая опять, что толщина слоя

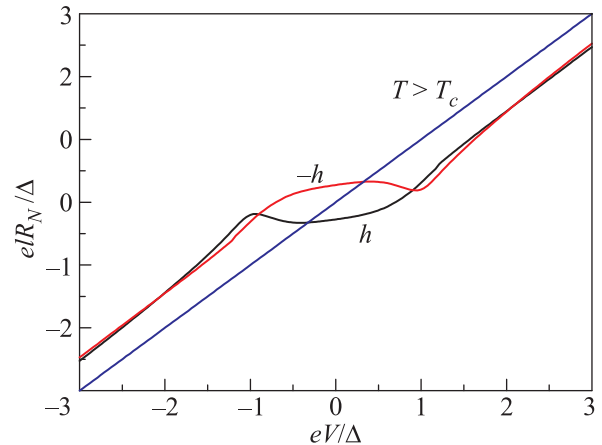


Рис. 7. (Цветной онлайн) Зависимости тока от напряжения для структуры S-I-F-IF-N для случая барьеров с одинаковым сопротивлением при  $\epsilon_{b1} = \epsilon_{b2} = \Delta$  и низкой температуре  $T = 0.1T_c$  для барьера IF с параметрами  $2ab = 0.96$ ; эти зависимости соответствуют двум ориентациям обменного поля  $h = 2\Delta$  в F слое, параметр  $\gamma = 0.02\Delta$

N, расположенного между барьерами мала,  $L \ll \ll [D/\max(\Delta, \gamma_{so})]^{1/2}$ . можем использовать результаты, полученные ранее для случая  $h = 0$ , из которых находим для функций распределения следующие выражения

$$(f_{3+} + f_{3-}) = \frac{[(A_0 + \Upsilon_{so}) - 2a_2b_2B] 2k_2 \text{Re}G^R f_{3N}}{[(A_0 + 2\Upsilon_{so}) A_3 - B^2]}, \quad (20)$$

$$(f_{0+} - f_{0-}) = \frac{(A_0 + \Upsilon_{so}) (2a_2b_2A_3 - B) 2k_2 \text{Re}G^R f_{3N}}{[(A_0 + \Upsilon_{so}) A_3 - B^2]}, \quad (21)$$

где

$$\Upsilon_{so} = \frac{2\gamma_{so}}{(\epsilon_{b1} + \epsilon_{b2})} \left[ (\text{Re}G^R)^2 - (\text{Re}, F^R)^2 \right]$$

а функции  $G^R$ ,  $F^R$ ,  $A_0$ ,  $A_3$  определяются соответствующими выражениями, приведенными выше, при  $h = 0$ ,  $B = 2(k_1a_1b_1 \text{Re}G_S^R + a_2b_2k_2) \text{Re}G^R$ . Ток в рассматриваемой структуре определяется формулами (19), (20), (21). Результаты численного вычисления дифференциального кондактанса  $G$  для параллельной и антипараллельной ориентации обменных полей в барьерах  $IF_j$  на основании этих формул при различной величине параметра  $\gamma_{so}/(\epsilon_{b1} + \epsilon_{b2})$  показаны на рис. 8. Эти зависимости нормализованы на соответствующую величину кондактанса структуры при  $T > T_c$ ,  $G_N$ . Форма представленных зависимостей, которые симметричны относительно полярности напряжения, существенно зависят от взаимной ориентации обменных полей в барьерах в случае когда амплитуды  $a_j$  и  $b_j$  сравнимы. Из рисунка 8 видно,

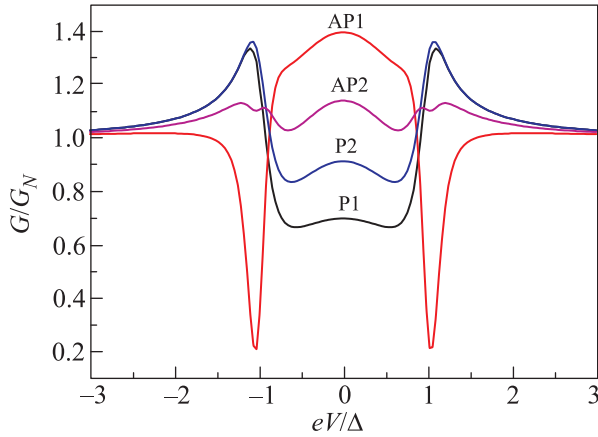


Рис. 8. (Цветной онлайн) Зависимости дифференциального кондактанса от напряжения для структуры S-IF<sub>1</sub>-N-IF<sub>2</sub>-N при различной частоте спин-орбитального рассеяния в N-прослойке  $\gamma_{so}/\Delta = 0.1, 1$  при параллельной и антипараллельной ориентации обменных полей в барьерах с одинаковым сопротивлением при  $\epsilon_{b1} = \epsilon_{b2} = \Delta$  и низкой температуре  $T = 0.1T_c$  для барьеров с параметрами  $2a_2b_2 = 0.785 = \pm 2a_1b_1$ ; параметр  $\gamma = 0.02\Delta$

что с увеличением частоты спин-орбитального рассеяния на примесях различие между кондактансами структуры, соответствующими этим двум ориентациям, уменьшается.

Уравнения (5) позволяют рассмотреть случай произвольного соотношения между частотой  $\gamma_{so}$  и характерными энергиями  $\epsilon_{bj}$ ,  $\hbar$  и для структуры S-IF<sub>1</sub>-F-IF<sub>2</sub>-N. При этом формулы оказываются гораздо более громоздкими, чем приведенные выше, и результаты с учетом спин-орбитального рассеяния на примесях в F-слое будут приведены в отдельной работе. Здесь ограничимся лишь коротким замечанием. Спин-орбитальное рассеяние на примесях в F-слое, обуславливающее релаксацию спина квазичастиц, при больших частотах такого рассеяния при-

водит к ослаблению асимметрии дифференциального кондактанса такой структуры и исчезновению возможности реализации отрицательного дифференциального кондактанса.

Таким образом, в данной работе теоретически предсказана возможность реализации отрицательного дифференциального кондактанса (и сопротивления) в двух-барьерных структурах S-IF<sub>1</sub>-F-IF<sub>2</sub>-N и S-I-F-IF-N при сильном сверхпроводящем эффекте близости в коротких слоях F. При сильном затухании квазичастиц в сверхпроводнике (величина  $\gamma$  порядка  $\Delta$ ), отрицательный дифференциальный кондактанс не реализуется, однако асимметрия его зависимости от напряжения может быть большой, если поляризация хотя бы одного из барьеров не мала: величина  $|R_{bj\uparrow} - R_{bj\downarrow}|$  порядка  $(R_{bj\uparrow} + R_{bj\downarrow})$ .

Автор благодарен Г.А. Овсянникову и К.И. Константиану за полезные обсуждения.

1. F. S. Bergeret, A. F. Volkov, and K. B. Efetov, *Rev. Mod. Phys.* **77**, 1321 (2005).
2. A. I. Buzdin, *Rev. Mod. Phys.* **77**, 77, 935 (2005).
3. A. A. Golubov, M. Yu. Kupriyanov, and E. Il'ichov, *Rev. Mod. Phys.* **76**, 411 (2004).
4. F. S. Bergeret, M. Silaev, P. Virtanen, and T. T. Heikkilä, *cond-mat/1706.08245*.
5. M. Eschrig, *Rep. Progr. Phys.* **78** (10), 104501 (2015).
6. J. A. X. Alexander, T. P. Orlando, D. Rainer, and P. M. Tedrow, *Phys. Rev. B* **31**, 5811 (1985).
7. F. S. Bergeret, A. Verso, and A. F. Volkov, *Phys. Rev. B* **86**, 060506 (2012); *Phys. Rev. B* **86**, 214516 (2012).
8. P. Machon, M. Eschrig, and W. Belzig, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 047002 (2013)
9. P. Machon, M. Eschrig, and W. Belzig, *New J. Phys.* **16**, 073002 (2014)
10. M. Eschrig, A. Cottet, W. Belzig, and J. Linder, *New J. Phys.* **17**, 083037 (2015).