

Рамановское рассеяние света на плазменных колебаниях в квантовых кольцах

Р. З. Витлина⁺¹⁾, Л. И. Магарилл^{+*1)}, А. В. Чаплик^{+*1)}

⁺ Институт физики полупроводников, 630090 Новосибирск, Россия

^{*} Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 25 июля 1998 г.

Изучается резонансное рамановское рассеяние света в квантовых кольцах с достаточно большим количеством электронов в зоне проводимости. В рамках приближения самосогласованного поля найдено сечение рассеяния, сопровождающееся возбуждением в кольце одномерного плазмона.

DOI: 10.1134/S0370274X18170034

Неупругое рассеяние света низкоразмерными системами широко используется для изучения коллективных электронных возбуждений. В работах группы Пинзака [1–3] таким способом исследовались законы дисперсии двумерных плазмонов в квантовых ямах и в многослойных сверхрешетках. То же самое для ансамбля квантовых проволок изучалось в [4–7]. В упомянутых системах плазмон характеризуется двумерным или одномерным импульсом, и спектр его непрерывен. Особая ситуация возникает для квантовых колец, где роль продольного импульса в проволоке переходит к орбитальному квантовому числу $l = \pm 1, \pm 2, \dots$, спектр плазмона становится дискретным, а наложение магнитного поля приводит к возникновению эффектов типа Ааронова–Бома.

Предлагаемая работа посвящена теоретическому исследованию рамановского рассеяния света на магнетоплазмонах в квантовых кольцах. Нас интересует резонансное неупругое рассеяние света в квантовом кольце с большим числом электронов в зоне проводимости.

Для дифференциального сечения рассеяния (на одно квантовое кольцо) можно написать следующее выражение [8–10]:

$$\frac{d^2\sigma}{d\omega d\Omega} = -\frac{\omega_2 n_\omega + 1}{\omega_1 \pi} \text{Im}(G), \quad (1)$$

где функция G дается выражением:

$$G = \int_0^\infty dt e^{i\omega t} \langle -i \langle [N^+(t), \mathcal{N}(0)] \rangle \rangle. \quad (2)$$

Здесь $n_\omega = (\exp(\omega/T) - 1)^{-1}$ – функция Бозе, $\omega_{1,2}$ – частоты падающего и рассеянного света, соответственно, $\omega = \omega_1 - \omega_2$, $\mathcal{N} = \sum_{\beta'\mu';\beta\mu} \Gamma_{\beta'\mu';\beta\mu} c_{\beta'\mu'}^+ c_{\beta\mu}$ –

оператор эффективной “плотности”, $c_{\beta\mu}^+, c_{\beta\mu}$ – операторы рождения (уничтожения) электрона в одночастичном состоянии $(\beta\mu)$ в зоне проводимости (β – набор орбитальных квантовых чисел, $\mu = \pm 1$ – спиновой индекс), $\Gamma_{\beta'\mu';\beta\mu}$ – матричный элемент рассеяния; здесь и далее $\hbar = 1$. Предполагается, что полный гамильтониан системы учитывает кулоновское взаимодействие электронов в зоне проводимости. Далее мы будем рассматривать случай резонансного рассеяния с участием спин-отщепленной ветви валентной зоны. В этом случае $\Gamma_{\beta'\mu';\beta\mu}$ имеет вид [11]:

$$\Gamma_{\beta'\mu';\beta\mu} = \frac{e^2 P^2}{3c^2} \sum_{\gamma} \frac{C_{\beta',\gamma}^*(\mathbf{q}_1) C_{\beta,\gamma}(\mathbf{q}_2)}{\varepsilon_{\gamma}^v - \varepsilon_{\beta'}^c + \omega_1 - E_g} \left((\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2^*) \delta_{\mu'\mu} + i(\mathbf{a}\boldsymbol{\sigma})_{\mu'\mu} \right), \quad (3)$$

где E_g – эффективная ширина запрещенной зоны, $\mathbf{q}_{1,2}$ – проекции волновых векторов падающего (рассеянного) света на плоскость квантового кольца, $\mathbf{e}_{1,2}$ – вектора поляризации, $\mathbf{a} = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2^*]$, $\boldsymbol{\sigma}$ – вектор матриц Паули, P – кейновский параметр, $\varepsilon_{\beta}^c, \varepsilon_{\gamma}^v$ – одночастичные энергии электрона в зоне проводимости и в валентной зоне, не зависящие от спинов (спин-орбитальным взаимодействием в зоне проводимости и зеемановским расщеплением пренебрегаем). Для функции $C_{\beta,\gamma}(\mathbf{q})$ мы имеем

$$C_{\beta,\gamma}(\mathbf{q}) = \int \psi_{\gamma}^{v*}(\mathbf{r}) \psi_{\beta}^c(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}} d\mathbf{r}. \quad (4)$$

В (4) $\psi^{c,v}(\mathbf{r})$ – одночастичные огибающие волновых функций электрона в зоне проводимости и в валентной зоне. В дальнейшем мы будем изучать случай

¹⁾ e-mail: ritta@isp.nsc.ru; levmm@isp.nsc.ru; chaplik@isp.nsc.ru

поляризованной ($\mathbf{e}_1 \parallel \mathbf{e}_2$) геометрии рассеяния света. При этом $\Gamma_{\beta'\mu';\beta\mu} = \tilde{\Gamma}_{\beta'\beta} \delta_{\mu'\mu}$.

Для учета кулоновского взаимодействия в рамках приближения самосогласованного поля, следуя [8], представим функцию G , определенную в (2), в виде:

$$G = 2 \sum_{\beta'\beta} g_{\beta'\beta} \tilde{\Gamma}_{\beta'\beta}, \quad (5)$$

где $g_{\beta'\beta}$ удовлетворяет уравнению:

$$g_{\beta'\beta} - 2\Pi_{\beta\beta'} \sum_{\alpha'\alpha} V_{\beta'\beta;\alpha'\alpha} g_{\alpha'\alpha} = \Gamma_{\beta'\beta} \Pi_{\beta\beta'}. \quad (6)$$

Здесь

$$\Pi_{\beta\beta'} = \frac{f(\varepsilon_\beta^c) - f(\varepsilon_{\beta'}^c)}{\varepsilon_\beta^c - \varepsilon_{\beta'}^c + \omega + i\delta} \quad (\delta = +0), \quad (7)$$

$f(\varepsilon) = (\exp((\varepsilon - \zeta)/T) + 1)^{-1}$ – фермиевская функция распределения, ζ – химический потенциал, T – температура.

$$V_{\beta'\beta;\alpha'\alpha} = \int d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \frac{e^2}{\kappa |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \psi_{\beta'}^{c*}(\mathbf{r}) \psi_\beta^c(\mathbf{r}) \psi_{\alpha'}^{c*}(\mathbf{r}') \psi_\alpha^c(\mathbf{r}') \quad (8)$$

– матричный элемент кулоновского потенциала, κ – фоновая диэлектрическая проницаемость.

Одночастичная волновая функция и энергия электрона в одномерном кольце в присутствии поперечного магнитного поля имеют вид ($\mathbf{r} = (\rho, \varphi)$), (ρ, φ) – полярные координаты в плоскости кольца):

$$\psi_m^c = u_c(\rho) \frac{e^{im\varphi}}{\sqrt{2\pi}}; \quad \varepsilon_m^c(\Phi) = B_e(m + \Phi)^2, \quad (9)$$

$u_c(\rho)$ – размерно-квантованная функция, ограничивающая радиальное движение электрона ($u_c(\rho)^2 = \delta(\rho - R)$, R – радиус кольца), $B_e = 1/(2m_e R^2)$, m_e – эффективная масса электрона, Φ – магнитный поток в единицах кванта потока $\Phi_0 = 2\pi c/e$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ – угловой момент электрона. Для электронов в валентной зоне имеем:

$$\psi_n^v = u_v(\rho) \frac{e^{in\varphi}}{\sqrt{2\pi}}; \quad \varepsilon_n^v(\Phi) = -B_h(n + \Phi)^2, \quad (10)$$

$B_h = 1/(2m_h R^2)$, m_h – эффективная масса дырки.

Из (3) с использованием (4) получим для $\tilde{\Gamma}_{m'm}$:

$$\begin{aligned} \tilde{\Gamma}_{m'm} &= \frac{e^2 P^2}{3c^2} \sum_n J_{m'-n}(q_2 R) J_{m-n}(q_1 R) \times \\ &\times \frac{i^{m-m'} e^{im\theta_{q_2} - im'\theta_{q_1}} e^{in\theta}}{\varepsilon_n^v(\Phi) - \varepsilon_{m'}^c(\Phi) + \omega_1 - E_g}, \end{aligned} \quad (11)$$

где $J_k(x)$ – функция Бесселя, $\theta_{\mathbf{q}_{1,2}}$ – полярные углы векторов $\mathbf{q}_{1,2}$, θ – угол между \mathbf{q}_1 и \mathbf{q}_2 .

Уравнение (6) приобретает вид:

$$g_{m+l,m} - 2\Pi_{m+l,m} V^{(l)} \sum_k g_{k+l,k} = \tilde{\Gamma}_{m+l,m} \Pi_{m,m+l}, \quad (12)$$

где $V^{(l)}$ – фурье-компонента кулоновского потенциала (учитывается периодичность потенциала по угловой переменной), выражение для которой:

$$V^{(l)} = \frac{e^2}{\kappa} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi e^{-il\varphi}}{2\pi \sqrt{4R^2 \sin(\varphi/2)^2 + d^2}}, \quad (13)$$

d – параметр обрезки порядка ширины или толщины кольца.

Решая уравнение (12), находим для $g_{m+l,m}$:

$$\begin{aligned} g_{m+l,m} &= \Pi_{m,m+l} V^{(l)} \frac{2 \sum_k \tilde{\Gamma}_{k+l,k} \Pi_{k,k+l}}{1 - 2V^{(l)} \sum_k \Pi_{k,k+l}} + \\ &+ \tilde{\Gamma}_{m+l,m} \Pi_{m,m+l}, \end{aligned} \quad (14)$$

Из (1), (5) и (14) получаем окончательно для сечения рассеяния следующее выражение:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{d\omega d\Omega} &= \frac{\omega_2 n_\omega + 1}{\omega_1 \pi} \sum_l S_l, \\ S_l &= -\text{Im} \left\{ \frac{V^{(l)} \bar{K}_l(\omega) K_l(\omega)}{1 - V^{(l)} \Pi_l(\omega)} + \right. \\ &\left. + 2 \sum_m |\tilde{\Gamma}_{m+l,m}|^2 \Pi_{m,m+l}(\omega) \right\}. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \Pi_l(\omega) &= 2 \sum_m \Pi_{m,m+l}(\omega), \\ K_l(\omega) &= 2 \sum_m \tilde{\Gamma}_{m+l,m} \Pi_{m,m+l}(\omega), \\ \bar{K}_l(\omega) &= 2 \sum_m \tilde{\Gamma}_{m+l,m}^* \Pi_{m,m+l}(\omega). \end{aligned} \quad (16)$$

Знаменатель в первом члене выражения (15) является эффективной продольной диэлектрической проницаемостью $\epsilon_l(\omega)$. Нули этой величины как функции ω , т.е. корни уравнения $1 - V^{(l)} \Pi_l(\omega) = 0$, определяют спектр плазмонов в кольце $\omega_p^{(l)}$. В отличие от обычной одномерной системы вместо волнового вектора плазмон в 1D кольце характеризуется угловым моментом $l = \pm 1, \pm 2, \dots$. Величины S_l определяют вклад в сечение рассеяния с участием плазмона с моментом l .

В дальнейшем будем рассматривать только случай геометрии с рассеянием назад. При этом $\mathbf{q}_2 \simeq -\mathbf{q}_1$, $\theta = \pi$. Приведем необходимое для будущих вычислений явное выражение для K_l :

$$K_l(\omega, \Phi; \Delta) = \frac{e^2 P^2}{3c^2} \times \\ \times \sum_n \sum_m \frac{(-1)^n i^l e^{-il\theta_{q_1}} J_n(q_1 R) J_{n-l}(q_1 R)}{\Delta - \Delta_{n,m}(\Phi) + i\lambda} \times \\ \times \frac{f(\varepsilon_m^c(\Phi)) - f(\varepsilon_{m+l}^c(\Phi))}{\varepsilon_m^c(\Phi) - \varepsilon_{m+l}^c(\Phi) + \omega + i\delta}; \quad (17)$$

$$\Delta_{n,m}(\Phi) = \varepsilon_{m+l}^c(\Phi) - \varepsilon_{n+m}^v(\Phi) \equiv \\ \equiv B_e((m+l+\Phi)^2 + s(n+m+\Phi)^2). \quad (18)$$

Здесь λ , δ – феноменологические параметры затухания, $s = m_e/m_h$, $\Delta = \omega_1 - E_g$ – расстройка резонанса, ω – рамановский сдвиг частоты. Выражение для \bar{K}_l получается из (17) заменой $\lambda \rightarrow -\lambda$.

В ситуации с фиксированным числом электронов химический потенциал ζ является функцией магнитного потока. Зависимость ζ от Φ различна для разного количества электронов в кольце. Имеются четыре специфических случая, когда число электронов $N = 4j, 4j+1, 4j+2, 4j+3$ (j – целое неотрицательное число). Связь числа электронов с химическим потенциалом определяется уравнением:

$$N = 2 \sum_m f(\varepsilon_m^c(\Phi)). \quad (19)$$

Из (19) следует, что $\zeta(\Phi)$ является периодической (с периодом 1) и четной функцией Φ . Решая уравнение (19) в пределе низких температур, нетрудно получить, что на интервале $\Phi \in (-1/2, 1/2)$ зависимость $\zeta(\Phi)$ дается формулами:

$$\zeta(\Phi) = \begin{cases} (N/4)^2 + \Phi^2, & N = 4j \\ ([N/4] + |\Phi|)^2, & N = 4j+1 \\ (N/4)^2 + (|\Phi| - 1/2)^2, & N = 4j+2 \\ ([N/4] + 1 - |\Phi|)^2, & N = 4j+3, \end{cases} \quad (20)$$

где $[x]$ обозначает целую часть числа x .

Особая роль указанных четырех значений N связана с тем, что при $\Phi = 0$ и в пренебрежении зеемановским вкладом в энергию состояния электрона в кольце дважды вырождены (по спину) при $m = 0$ и четырежды (по спину и знаку m) для $m \neq 0$. При $N = 4j+2$ реализуется модель “полностью заполненной оболочки”, так что при $T = 0, \Phi \ll 1$ уровень Ферми лежит в щели между уровнями $m = j$ и $m = -(j+1)$ (для положительного Φ). Такая ситуация соответствует диэлектрическому типу спектра. То же самое осуществляется при $N = 4j$, но тогда уровень Ферми лежит между уровнями $m = j$ и $m = -j$ в щели малой при малом потоке. “Металлический” тип спектра возникает при нечетных N , когда уровень Ферми при $T = 0$ совпадает с

каким-либо вырожденным, но не полностью заполненным уровнем. Эти зависимости от числа электронов в системе проявляются в поведении сечения рамановского рассеяния как функции магнитного потока. Мы провели численный расчет сечения для случаев $N = 58, 59, 60, 61$. Можно показать, что величины $\omega_p^{(l)}$ также являются периодическими функциями Φ с периодом равным 1 и удовлетворяют соотношению:

$$\omega_p^{(-l)}(\Phi) = \omega_p^{(l)}(-\Phi). \quad (21)$$

Этими же свойствами обладают величины S_l . Заметим, что сумма парциальных сечений $\sum_l S_l$, очевидно, является четной функцией Φ .

Были проведены вычисления сечения неупругого рассеяния как функции Φ на периоде $(-1/2, 1/2)$. Рассматривался вклад в сечение при возбуждении плазмона с моментом $l = 1$. При типичных значениях частоты падающего света (для GaAs $\omega_1 \simeq 1.86$ эВ) и радиуса кольца ($R \sim 10^{-6} \div 10^{-5}$ см) аргумент бesselовых функций в выражении (17) мал ($q_1 R \ll 1$). С ростом индексов $n, n-1$ эти функции быстро убывают, поэтому при расчетах сечения в сумме по n учитывались только члены с $n = 0$ и $n = 1$. Кроме того, (17) характеризуется резонансным знаменателем. Резонансная ситуация имеет место, когда $\Delta = \Delta_{n,m}(\Phi)$, что происходит при определенных значениях n, m и Φ . Основной вклад в сумму по m в выражении для (17) дают те значения m , для которых разность $f(\varepsilon_m^c(\Phi)) - f(\varepsilon_{m+l}^c(\Phi))$ заметно отлична от нуля. Для выбранных нами N вклад в сечение дают $m = 14, \pm 15, -16$.

Вычислялись зависимость от магнитного потока величины $S_1(\omega, \Phi; \Delta)$ при частоте сдвига, соответствующей плазменному пику, т.е. ω заменялась на $\omega_p^{(1)}$. Вычисления проводились для конкретного значения расстройки $\Delta = 292.5 B_e$. Это значение Δ является резонансным при $n = 1, m = 14$ и $n = 1, m = -16$ для $\Phi = 0$, а также при $n = 0, m = 14$ для $\Phi = 0.225$ и при $n = 0, m = -16$, для $\Phi = 0.237$. При вычислении сечения в суммах выражения (17) эти члены являются главными и достаточно удерживать только их.

На рисунке 1 приведены зависимости частоты плазмона с $l = 1$ от магнитного потока. При $l \neq 0$ мы имеем дело с плазмонами межподзонного типа, которым соответствуют одночастичные виртуальные переходы электронов зоны проводимости $m \rightarrow m+l$. Плазмон с $l = 0$ в кольце не существует, что отвечает стремлению к нулю частоты 1D плазмона в квантовой проволоке при нулевом импульсе. Выделенным является случай $N = 58$ – “заполненная оболочка”,

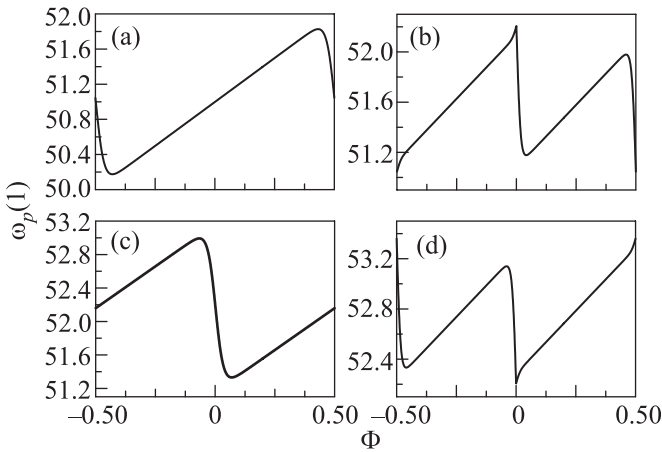


Рис. 1. Зависимость частоты плазмона с $l = 1$ (в единицах B_e) от магнитного потока. Используются значения параметров: $R = 10a_e$, $d = a_e$, a_e – эффективный борровский радиус электрона; $T = 0.5B_e$, $\delta = B_e$. (a) – $N = 58$. (b) – $N = 59$. (c) – $N = 60$. (d) – $N = 61$

уровень Ферми при $\Phi = 0$ лежит в щели ширины $(2|m_0| + 1)B_e$, где m_0 – номер последнего заполненного уровня; при $N = 58$ $|m_0| = 14$. Однотипные зависимости $\omega_p(\Phi)$ в остальных трех случаях (два нечетных N и одно типа $4j$) связаны с тем, что при $\Phi \rightarrow 0$ “диэлектрическая” щель для $N = 60$ также стремится к нулю, т.е. ситуация становится “металлической”. Такая же выделенность случая $N = 58$ и схожесть (за исключением мелких деталей) остальных трех значений N видна и на рис. 2, на котором представлены зависимости от магнитного потока амплитуд плазменного пика сечения рассеяния.

Итак, в работе показано, что коллективные колебания электронов в квантовом кольце проявляются в спектрах резонансного неупругого рассеяния света. Рамановские сдвиги частот соответствуют плазмонам типа межподзонных, которые характеризуются дискретным квантовым числом $l = \pm 1, \pm 2, \dots$. Сечение рассеяния в магнитном поле демонстрирует эффект типа Ааронова–Бома, будучи периодической функцией магнитного потока сквозь кольцо с периодом Φ_0 . Это сечение как функция Φ существенно меняется при изменении числа электронов в кольце на единицу (даже при $N \gg 1$), что связано с кратностью вырождения одноэлектронного спектра при $\Phi = 0$ (2 для $m = 0$ и 4 для $m \neq 0$).

Работа была поддержана программой президиума РАН через проект 0306-2015-0017.

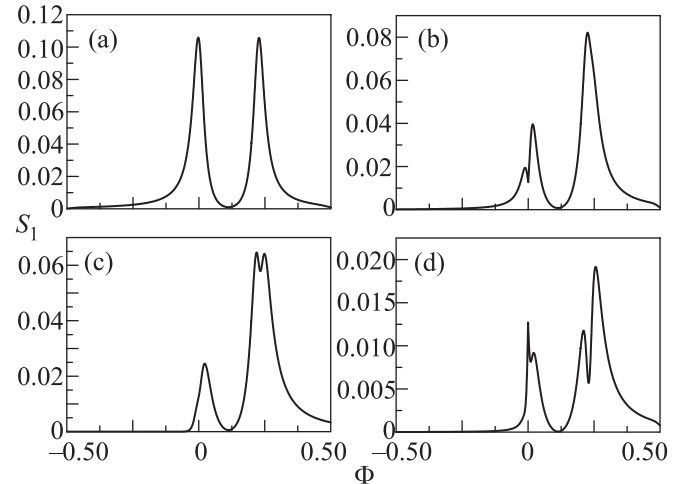


Рис. 2. Зависимость амплитуды плазменного пика в сечении рассеяния (в единицах $e^4 P^4 / (9c^4 B_e^3)$) от магнитного потока при $q_1 R = 0.47$, $\lambda = B_e$; значения остальных параметров такие же, как на рис. 1. (a) – $N = 58$. (b) – $N = 59$. (c) – $N = 60$. (d) – $N = 61$

1. A. Pinczuk, L. Brillson, E. Burstein, and E. Anastassakis, *Phys. Rev. Lett.* **27**, 317 (1971).
2. A. Pinczuk, J. P. Valladares, D. Heiman, A. C. Gossard, J. H. English, C. W. Tu, L. Pfeiffer, and K. West, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 2701 (1988).
3. A. Pinczuk, S. Schmitt-Rink, G. Danan, J. P. Valladares, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 1633 (1989).
4. A. Schmeller, A. R. Goni, A. Pinczuk, J. S. Weiner, J. M. Calleja, B. S. Dennis, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, *Phys. Rev. B* **49**, 14778 (1994).
5. C. Schüller, G. Biese, K. Keller, C. Steinebach, D. Heitmann, P. Grambow, and K. Eberl, *Phys. Rev. B* **54**, R17304 (1996).
6. R. Strenz, U. Bockelmann, F. Hirler, G. Abstreiter, G. Böhm, and G. Weimann, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 3022 (1991).
7. A. R. Goni, A. Pinczuk, J. S. Weiner, J. M. Calleja, B. S. Dennis, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3298 (1991).
8. F. A. Blum, *Phys. Rev. B* **1**, 1125 (1970).
9. S. Das Sarma and D.-W. Wang, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 816 (1999).
10. D.-W. Wang and S. Das Sarma, *Phys. Rev. B* **65**, 125322 (2002).
11. E. L. Ivchenko, *Optical spectroscopy of semiconductor nanostructures*, Alpha Science, Harrow, U.K. (2005).