

Нейроморфные вычисления на основе латеральных систем магнитных микроструктур с нарушением трансляционной симметрии

А. В. Садовников^{+*1)}, А. А. Грачев⁺, С. А. Одинцов⁺, А. А. Мартышкин⁺, В. А. Губанов⁺, С. Е. Шешукова⁺,
С. А. Никитов^{+*×}

⁺ Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, 410012 Саратов, Россия

^{*} Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова, 125009 Москва, Россия

[×] Московский физико-технический институт (Государственный университет), 141700 Москва, Россия

Поступила в редакцию 13 июля 2018 г.

После переработки 10 августа 2018 г.

Показана возможность управления свойствами спиновых волн в латеральной системе магнитных микроструктур с нарушением трансляционной симметрии. Методом Мандельштам-Бриллюэновской спектроскопии и в численном эксперименте исследованы режимы пространственной и частотной селекции спин-волнового сигнала. Методом микромагнитного моделирования исследовано влияние геометрических параметров на свойства дипольно-связанных спиновых волн и выявлены особенности связи поперечных мод, распространяющихся в системе с нарушением трансляционной симметрии. Полученные результаты могут быть использованы для создания на основе латеральной системы магнитных микроструктур демультимплексеров, делителей мощности, ответвителей и устройств обработки сверхвысокочастотного сигнала на нейроморфных принципах.

DOI: 10.1134/S0370274X1817006X

В последнее время большой интерес представляет исследование свойств спиновых волн (СВ) при их распространении в магнитных волноведущих структурах микронных и нанометровых размеров [1–5]. При этом основное внимание уделяется использованию СВ в качестве носителей информационных сигналов, поскольку в этом случае удастся реализовать целый ряд устройств обработки сигнала на принципах магноники [6, 7]. Как известно, свойства СВ определяются дипольным и обменным взаимодействием в магнитных средах [8–10] и могут значительно меняться при изменении параметров среды, например, величины и направления поля подмагничивания. В то же время путем структурирования тонких магнитных пленок удастся управлять свойствами СВ при использовании как геометрических эффектов, возникающих при волноводном распространении СВ [11, 12], так и свойств анизотропии формы магнитных структур, проявляющихся в изменении локальных характеристик, например, величины внутренних магнитных полей [1, 13, 14].

Одним из методов управления свойствами СВ является нарушение трансляционной симметрии в волноведущей магнитной структуре, сформированной, например, путем создания изгиба (поворота) магнитного микроволновода [1, 13, 14]. На основе данного подхода удалось реализовать целый ряд функциональных устройств магноники для мультиплексирования и демультимплексирования сигналов в частотной области [15, 16], пространственно-частотного разделения сигналов [17, 18], линейного и нелинейного переключения в системах магнитных микроволноводов [19]. Вместе с этим одной из главных проблем на настоящий момент при создании функциональных узлов на основе спин-волновых структур является необходимость разработки элементов межсоединений для эффективной передачи СВ внутри магнитных сетей (МС) [20], представляющих собой топологию связанных магнитных микро- и наноразмерных структур. Стоит отметить, что создание управляемых связей в вертикальных и латеральных топологиях МС и нелинейные режимы распространения СВ обеспечивают возможность реализации устройств обработки сигнала на нейроподобных (нейроморфных)

¹⁾e-mail: SadovnikovAV@gmail.com

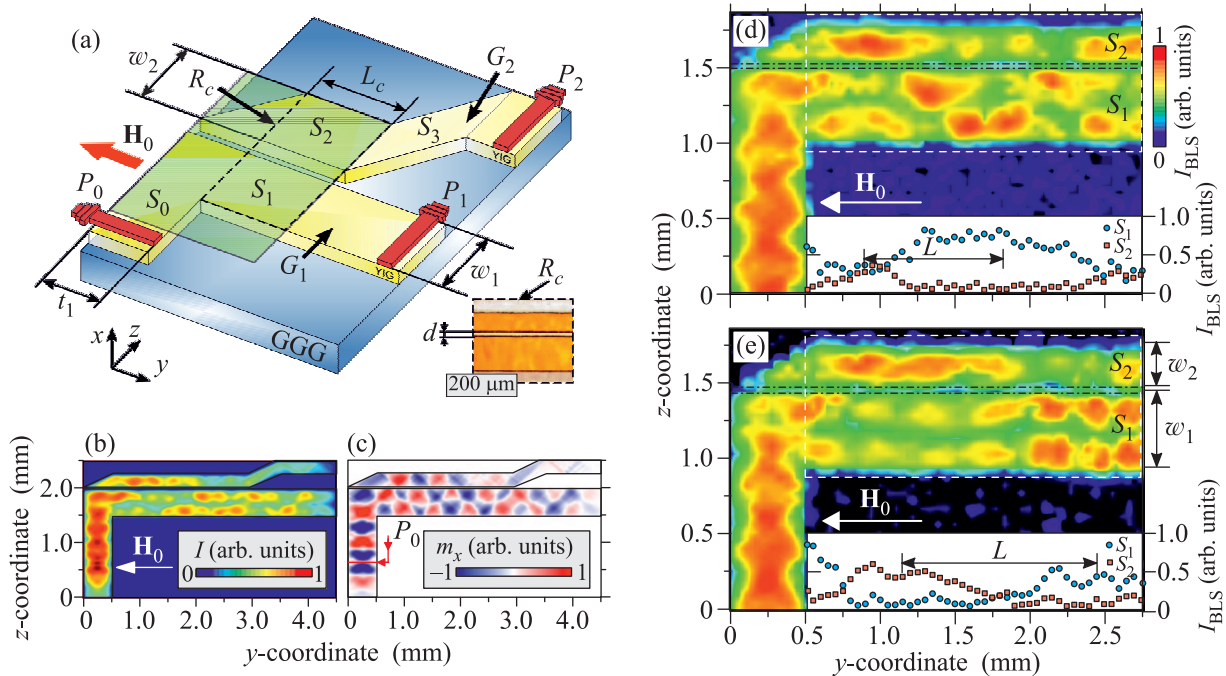


Рис. 1. (Цветной онлайн) (a) – Схематическое изображение исследуемой структуры. (b), (c) – Распределение интенсивности и m_x компоненты динамической намагниченности на частоте 5.114 ГГц. Пространственное распределение МБС-сигнала на частоте 5.091 ГГц (d) и 5.114 ГГц (e). На вставках к панелям (d) и (e) показана интегральная интенсивность МБС-сигнала $I_{BLS}(y)$ в сечениях S_1 (кружки) и S_2 (квадраты) как функция продольной координаты y

принципах [21], находящих основное применение для задач распознавания образов [22].

Как было показано в работах [23–27], эффекты дипольной связи спиновых волн в латеральных полосках и многослойных структурах приводят к периодической перекачке мощности между полосками/слоями, при этом спин-волновая связь может быть использована для реализации режимов пространственно-частотной селекции СВ [18] и создания элементов межсоединений внутри МС [17, 26, 28]. Важным при этом оказывается учет межмодовой связи для СВ, распространяющихся в параллельных магнитных полосках, поскольку используемые на практике методы возбуждения спин-волнового сигнала сопровождаются многомодовым режимом распространения СВ [12, 29–31].

Как показано в работе [17], в режиме многомодового распространения оказывается невозможно обеспечить полностью вывод энергии распространяющейся СВ из одной магнитной микрополоски в другую, что является недостатком таких структур. В настоящей работе показано, что создание неидентичных латеральных структур с нарушением трансляционной симметрии позволят частично решить обозначенную проблему на пути создания управляемых устройств магноники с возможностью

пространственно-частотной селекции СВ. На основе численного и экспериментального исследования выявлены особенности межмодовой связи СВ и механизмы направленного ответвления спин-волнового сигнала. Проведено исследование влияния геометрических параметров латеральных микроволноводов на свойства распространяющихся в них СВ и выявлены особенности межмодовой связи СВ в неидентичных волноведущих микроструктурах. Проведено сравнение результатов численного моделирования и экспериментального исследования.

На рисунке 1a показано схематическое изображение исследуемой структуры, состоящей из двух нерегулярных структур (G_1 и G_2). G_1 можно при этом рассматривать как структуру с нарушением трансляционной симметрии вдоль оси z . В прямоугольной области R_c , отмеченной пунктиром, микроструктуры образуют систему параллельно расположенных микрополосок длиной L_c (длина области связи), что необходимо для реализации режима спин-волновой связи [17]. В качестве материала для изготовления микроволноводов был использован железитриевый гранат [$Y_3Fe_5O_{12}$ (111)] (ЖИГ) [32], выращенный методом жидкофазной эпитаксии на подложке галлий гадолиниевый граната [$Gd_3Ga_5O_{12}$, (111)] (ГГГ). Для определения геометрических раз-

меров структуры было проведено микромагнитное моделирование (ММ) на основе численного решения уравнения Ландау–Лифшица–Гильберта [33–35]:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = \gamma [\mathbf{H}_{\text{eff}} \times \mathbf{M}] + \frac{\alpha}{M_0} \left[\mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \right], \quad (1)$$

где \mathbf{M} – вектор намагниченности, $\alpha = 10^{-5}$ – параметр затухания, $\mathbf{H}_{\text{eff}} = -\frac{\delta F}{\delta \mathbf{M}}$ – эффективное магнитное поле, F – свободная энергия ферромагнетика, $\gamma = 2.8 \text{ МГц}/\text{Э}$ – гиромагнитное отношение. Для уменьшения отражений сигнала от границ расчетной области в численном моделировании были введены регионы с уменьшающимся в геометрической прогрессии коэффициентом затухания α в начале секции S_0 и в конце секций S_1 и S_3 . Метод микромагнитного моделирования позволяет численно решить задачу о возбуждении и распространении спиновых волн в нерегулярной магнитной микроструктуре [1, 36, 37]. Так, определяя область возбуждения и параметры входного сигнала в волноводе S_0 путем численного решения уравнения (1), можно получить распределение величины интенсивности спиновой волны $I(y, z) = \sqrt{m_x^2 + m_z^2}$ (рис. 1b) и компоненты намагниченности m_x (рис. 1c), зная которые можно определить размер области связи R_c . Для экспериментального исследования использовалась монокристаллическая пленка ЖИГ толщиной $t = 10 \text{ мкм}$ с намагниченностью насыщения $M_0 = 139 \text{ Гс}$ и шириной линии ферромагнитного резонанса $\Delta H = 0.54 \text{ Э}$, измеренной на частоте 9.7 ГГц . Пленка была структурирована с помощью системы прецизионной лазерной резки на базе волоконного лазера СПЛМ “МиниМаркер2-20А4” для формирования системы магнитных структур. Параметры структуры выбирались на основе результатов ММ: ширина ЖИГ-микроволноводов в области R_c составляла $w_1 = 500 \text{ мкм}$ и $w_2 = 250 \text{ мкм}$, расстояние между ними $d = 40 \text{ мкм}$. Во входной секции S_0 структуры G_1 расположена микрополосковая антенна шириной 50 мкм , на которую подавался сверхвысокочастотный (СВЧ) сигнал с генератора. Структура помещалась во внешнее магнитное поле $H_0 = 0.12 \text{ Тл}$, направленное вдоль оси y для возбуждения в области S_0 поверхностной магнитостатической волны (ПМСВ) [8, 10].

Исследование стационарного пространственного распределения динамической намагниченности было проведено методом Мандельштам–Бриллюэновской спектроскопии (МБС), в основе которого лежит эффект неупругого рассеяния света на когерентно возбуждаемых магнонах [29], при этом интенсивность МБС-сигнала пропорциональна квадрату динамической намагниченности $I_{\text{BLS}}(y, z) \sim |m_z^2(y, z)|$.

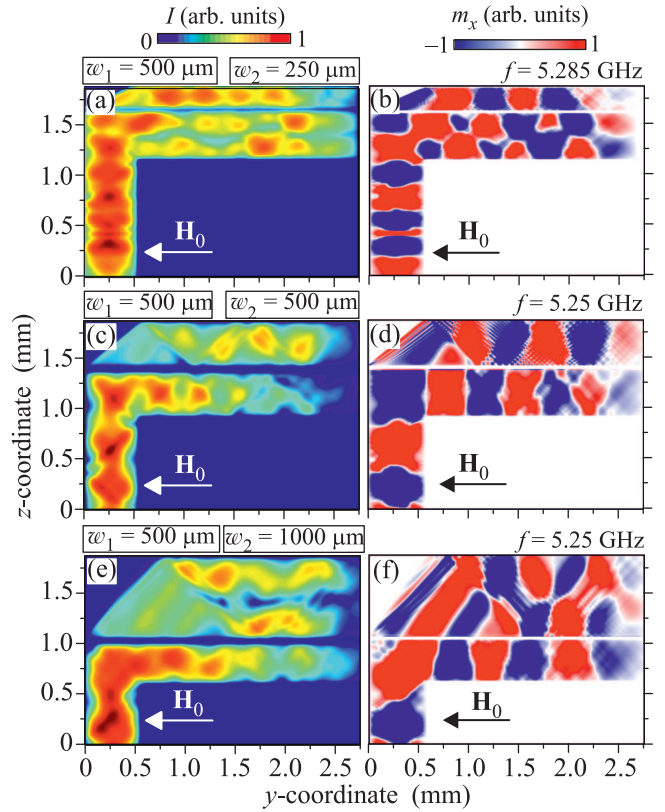


Рис. 2. (Цветной онлайн) Результаты расчета пространственного распределения интенсивности спиновой волны $I(y, z)$ (a), (c), (e) и компоненты динамической намагниченности $m_x(y, z)$ (b), (d), (f) при различных параметрах w_1 , w_2 и частотах f (указаны на рисунке)

На рисунке 1d, e показаны пространственные карты распределения интенсивности $I_{\text{BLS}}(y, z)$ для значения частоты входного сигнала $f_1 = 5.091 \text{ ГГц}$ и $f_2 = 5.114 \text{ ГГц}$ соответственно. При этом мощность входного сигнала составляла $P_0 = -10 \text{ дБмВт}$, что обеспечивало режим линейного распространения СВ [38]. Эксперимент осуществлялся в импульсном режиме: длина импульса составляла 400 нс , период повторения 2 мкс . Пространственное сканирование осуществлялось в области $1.875 \times 2.75 \text{ мм}^2$. Видно, что ПМСВ распространяется вдоль S_0 и далее трансформируется [39, 40] в обратную объемную магнитостатическую волну (ОМСВ), распространяющуюся вдоль секции S_1 и возбуждающую СВ в S_2 за счет дипольной связи. На частоте f_1 полной перекачки энергии в S_2 не наблюдается. В то время, как для f_2 наблюдается распространение второй поперечной моды [12, 30] ОМСВ с поперечным волновым числом $k_z = 2\pi/w_1$ в секции S_1 и реализуется режим перекачки энергии, переносимой СВ из S_1 в S_2 в интервале значений продольной координаты $0.75 < y < 1.75 \text{ мм}$, что видно на вставке к рис. 1e,

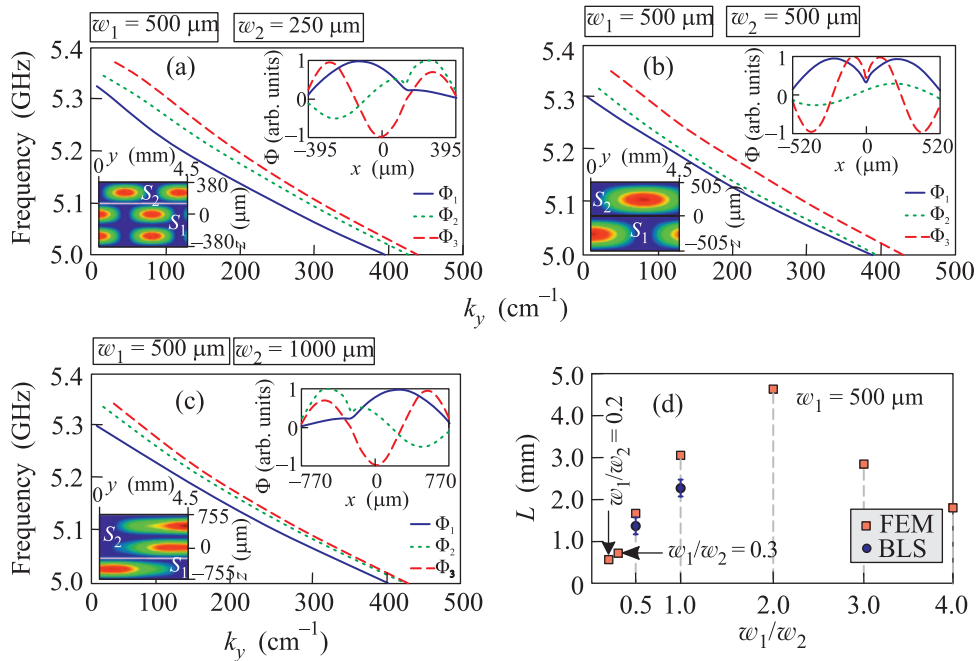


Рис. 3. (Цветной онлайн) (a)–(c) – Дисперсионные характеристики спиновых волн, распространяющихся в латеральных структурах, состоящих из микроволноводов шириной w_1 и w_2 (значения указаны на рисунках). На вставках, расположенных сверху каждого из рисунков – распределения полей собственных мод Φ_1 , Φ_2 и Φ_3 ; на вставках расположенных снизу каждого из рисунков – результат интерференции собственных мод. (d) – Зависимость длины связи от отношения ширин волноводов w_2/w_1

где показана зависимость интегральной интенсивности $I_{\text{BLS}}(y)$ в каждом из микроволноводов от продольной координаты y .

Микромагнитное моделирование позволяет провести расчеты для различных ширин w_1 и w_2 секций S_1 и S_2 (рис. 2). По характерным распределениям интенсивности (рис. 2a, c, e) и фазы (рис. 2b, d, f) спиновой волны можно определить, что эффективная связь достигается в случае латерально расположенных магнитных полосок с отношением ширин $\kappa = w_2/w_1 = n/m$, где $n, m = 1, 2, 3 \dots$. Для простоты анализа далее везде будем полагать $w_1 = 500$ мкм, а величина κ будет меняться за счет изменения w_2 . В этом случае ввиду близости значений фазовых скоростей ширинные моды СВ [23] микроволноводов S_1 и S_2 могут связываться друг с другом. В параллельных магнитных микроволноводах с идентичными геометрическими и материальными параметрами распределение интенсивности спиновой волны является результатом интерференции симметричной и антисимметричной моды [17, 41]. В случае неидентичных структур спектр собственных мод трансформируется. При этом в спектре системы неидентичных латеральных полосок важно учитывать три собственные моды Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 с волновыми числами k_1 , k_2 и k_3 соответственно. Расчет распределений ком-

понент электрического поля $\Phi = E_y$ (показан на вставках на рис. 3a–c) и дисперсионных характеристик (рис. 3a–c) мод Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 был проведен с помощью метода конечных элементов (МКЭ) [42] путем решения уравнения:

$$\nabla \times (\hat{\mu}^{-1} \nabla \times \mathbf{E}) - k^2 \varepsilon \mathbf{E} = 0, \quad (2)$$

где $k = \omega/c$ – волновое число в вакууме, $\omega = 2\pi/f$ – круговая частота, f – частота электромагнитной волны, $\varepsilon = 14$ – эффективное значение диэлектрической проницаемости для ЖИГ микроволновода, а тензор магнитной проницаемости в случае $\mathbf{H}_0 \parallel \mathbf{y}$ может быть записан в виде [43]:

$$\hat{\mu} = \begin{pmatrix} \mu(f) & 0 & i\mu_a(f) \\ 0 & 1 & 0 \\ -i\mu_a(f) & 0 & \mu(f) \end{pmatrix},$$

$$\mu(f) = \frac{f_H(f_H + f_M) - f^2}{f_H^2 - f^2}, \quad \mu_a(f) = \frac{f_M f}{f_H^2 - f^2},$$

где $f_M = \gamma 4\pi M_0$, $f_H = \gamma H_{\text{int}}(z)$, $H_{\text{int}}(z)$ – внутреннее поле в ЖИГ микроволноводе.

Можно отметить, что изменение ширины микроволновода S_2 позволяет реализовать случаи связи спин-волновых ширинных мод различного порядка.

Так в случае $\kappa = 1/2$ либо $\kappa = 2/1$ пространственное распределение намагниченности при возбуждении одной из латеральных ЖИГ микрополосок будет представлять собой суперпозицию мод Φ_2 и Φ_3 (рис. 3а, с), а в случае $\kappa = 1/1$ – суперпозицию мод Φ_1 и Φ_2 (рис. 3б), совпадающих с симметричной и антисимметричной модами латеральных ЖИГ структур. Результат интерференции мод в каждом случае показан на вставках в левых нижних углах к рис. 2а–с. На рис. 2d показана рассчитанная зависимость величины длины связи $L = \pi/|k_3 - k_2|$ (расстояния на котором мощность СВ перекачивается из одной полоски в другую) от величины параметра $\kappa = 0.2, 0.3, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0$ (квадраты на рис. 3d) и экспериментально полученное значение L для $\kappa = 0.5$ и $\kappa = 1.0$ (кружки на рис. 3d). Видно, что наименьшее значение L достигается при $\kappa = 0.2$, при этом стоит отметить, что величины длины связи в случае $\kappa = 1/2$ и $\kappa = 2/1$ не равны друг другу, как может показаться на первый взгляд, а отличаются более чем в два раза, что является следствием увеличения значения продольного волнового числа k_y и разницы волновых чисел спин-волновых мод при уменьшении ширины волновода [29, 30].

Расчет дисперсионных характеристик, проведенный методом микромагнитного моделирования, показывает наличие в спектре латеральных полосок мод Φ_1 и Φ_2 , соответствующих симметричным и антисимметричным модам в случае равных ширин микроструктур $w_1 = w_2 = 500$ мкм (рис. 4а). При уменьшении ширины одной из микрополосок до значения $w_2 = 250$ мкм антисимметричная мода в спектре расщепляется на две моды ввиду связи второй шириной моды полоски S_1 и первой шириной моды полоски S_2 (рис. 4б). В этом случае наблюдается хорошее соответствие полученных в микромагнитных вычислениях дисперсионных характеристик мод $\Phi_{1,2,3}$ и результатов моделирования МКЭ и оказывается возможным провести расчет частотной зависимости величины L при трех значениях $\kappa = 0.5, 1, 2$ для случая двух ориентаций магнитного поля: вдоль оси y (рис. 4с) и вдоль оси z (рис. 4д), что соответствует случаям связи ООМСВ и ПМСВ в неидентичных латеральных структурах соответственно. Важно отметить, что в случае, когда магнитное поле направлено вдоль оси z , величина внутреннего поля $H_{\text{int}}(z)$ в секциях S_1 и S_2 изменяется, что является необходимым условием возбуждения ПМСВ в секции S_1 при возбуждении ООМСВ в секции S_0 и проявляется ввиду перекрытия дисперсионных характеристик ПМСВ (в секции S_0) и ООМСВ (в секции S_1) [1, 14]. Из рис. 4с, d видно, что наименьшее зна-

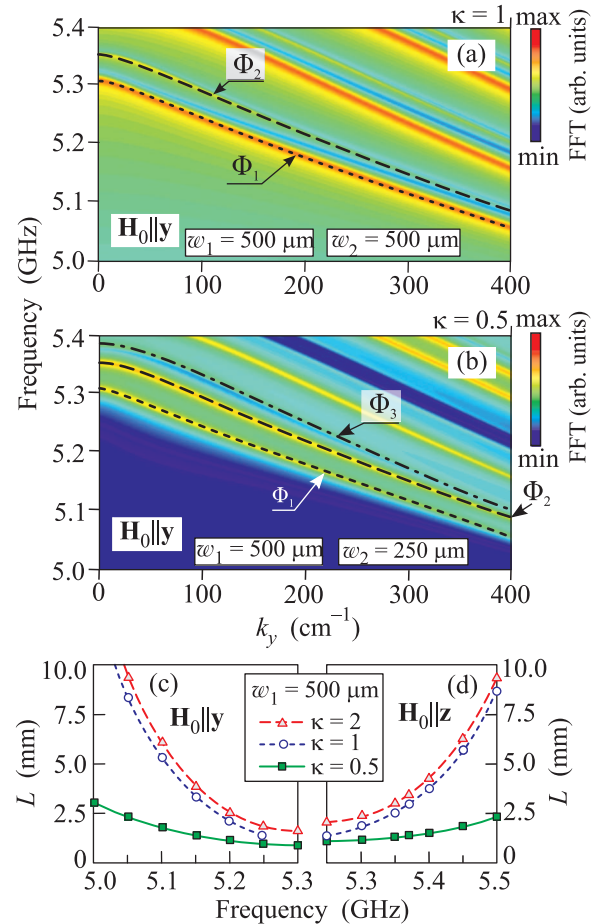


Рис. 4. (Цветной онлайн) Дисперсионные характеристики спиновых волн в идентичных (а) и неидентичных (б) микроволноводах. Частотная зависимость длины связи L при трех значениях $\kappa = 0.5, 1, 2$ для случая двух ориентаций магнитного поля: вдоль оси y (с) и вдоль оси z (д)

чение длины связи достигается в случае $\kappa = 0.5$, что свидетельствует о том, что в неидентичных структурах величина длины связи меньше, чем в идентичных ($\kappa = 1$) во всем рассматриваемом частотном диапазоне. Последнее обстоятельство является важным на пути миниатюризации МС и функциональных элементов, работающих на принципах магноники, для использования в устройствах обработки информационного сигнала. Латеральные системы магнитных микроволноводов могут использоваться для разработки устройств, работающих на принципах небулевой и нечеткой логики (“fuzzy logic”), при этом отличительной особенностью является кодирование сигнала как с помощью амплитуды, так и с помощью фазы спиновой волны [44–46]. Так, например, для представления единицы информационного сигнала можно использовать два уровня амплитуды

в сочетании с двумя значениями фазы СВ на выходе секций S_1 и S_3 для получения четырех различных комбинаций, каждая из которых определяет логическое значение. Могут также использоваться альтернативные комбинации для амплитуды и фазы, что является одним из важных преимуществ МС на основе латеральных микроволноводов в задачах обработки сигналов [46].

Таким образом, с помощью метода Мандельштам–Бриллюэновской спектроскопии и численного моделирования исследованы режимы распространения связанных СВ в системе неидентичных латеральных магнитных микроструктур. Продемонстрирована возможность управления межмодовой связью спиновых волн в магнитных микроструктурах с нарушением трансляционной симметрии. Показано, что за счет увеличения разницы волновых чисел спин-волновых мод при уменьшении ширины микроволноводов оказывается возможным уменьшать величину длины связи спиновых волн. Полученные результаты могут быть использованы для создания на основе латеральной системы неидентичных магнитных микроволноводов функциональных элементов обработки информационного сигнала, например, демультиплексоров, делителей мощности и ответвителей сигнала в СВЧ диапазоне.

Дополнительное экспериментальное исследование методом МБС на этапе переработки статьи проведено при поддержке гранта РФФ (#18-79-00198), разработка численной модели выполнена в рамках гранта Президента РФ (МК-3650.2018.9), С.А. Никитов благодарит за поддержку Правительство Российской Федерации (Соглашение #074-02-2018-286).

1. A. V. Sadovnikov, C. S. Davies, V. V. Kruglyak, D. V. Romanenko, S. V. Grishin, E. N. Beginin, Y. P. Sharaevskii, and S. A. Nikitov, *Phys. Rev. B* **96**, 060401 (2017).
2. V. E. Demidov, S. Urazhdin, A. Zholud, A. V. Sadovnikov, and S. O. Demokritov, *Appl. Phys. Lett.* **106**, 022403 (2015).
3. D. Sander, S. O. Valenzuela, D. Makarov et al. (Collaboration), *J. Phys. D: Appl. Phys.* **50**, 363001 (2017)
4. V. E. Demidov, S. Urazhdin, G. de Loubens, O. Klein, V. Cros, A. Anane, and S. O. Demokritov, *Phys. Rep.* **673**, (2017)
5. A. V. Sadovnikov, A. A. Grachev, S. E. Sheshukova, Yu. P. Sharaevskii, A. A. Serdobintsev, D. M. Mitin, and S. A. Nikitov, *Phys. Rev. Lett.* **120**, 257203 (2018).

6. V. E. Demidov, S. Urazhdin, A. Zholud, A. V. Sadovnikov, A. N. Slavin, and S. O. Demokritov, *Sci. Rep.* **5**, 8578 (2015).
7. V. V. Kruglyak, S. O. Demokritov, and D. Grundler, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **43**, 264001 (2010).
8. A. G. Gurevich and G. A. Melkov, *Magnetization Oscillations and Waves*, CRC-Press, London, N.Y. (1996).
9. D. D. Stancil and A. Prabhakar, *Spin Waves: Theory and Applications*, Springer, N.Y. (2009).
10. A. V. Vashkovskii, V. S. Stal'makhov, and Yu. P. Sharaevskii, *Magnetostatic Waves in Microwave Electronics*, Sarat. Gos. Univ., Saratov (1993) [in Russian].
11. E. H. Lock, *Usp. Fiz. Nauk* **182**(12), 1327 (2012).
12. S. N. Bajpai, *J. Appl. Phys.* **58**, 910 (1985).
13. T. Bracher, P. Pirro, J. Westermann, T. Sebastian, B. Lagel, B. van de Wiele, A. Vansteenkiste, and B. Hillebrands, *Appl. Phys. Lett.* **102**, 132411 (2013).
14. A. V. Sadovnikov, S. Davies, S. Grishin, V. Kruglyak, D. Romanenko, Y. Sharaevskii, and S. Nikitov, *Appl. Phys. Lett.* **106**, 192406 (2015).
15. C. S. Davies, A. V. Sadovnikov, S. V. Grishin, Y. P. Sharaevsky, S. A. Nikitov, and V. V. Kruglyak, *IEEE Trans. Magn.* **51**, 3401904 (2015).
16. K. Vogt, F. Fradin, J. Pearson, T. Sebastian, S. Bader, B. Hillebrands, A. Hoffmann, and H. Schultheiss, *Nat. Commun.* **5**, 3727 (2014).
17. A. V. Sadovnikov, E. N. Beginin, S. E. Sheshukova, D. V. Romanenko, Yu. P. Sharaevskii, and S. A. Nikitov, *Appl. Phys. Lett.* **107**, 202405 (2015).
18. S. A. Odintsov, A. V. Sadovnikov, A. A. Grachev, E. N. Beginin, Yu. P. Sharaevskii, S. A. Nikitov, *JETP Lett.* **104**, 563 (2016).
19. A. V. Sadovnikov, S. A. Odintsov, E. N. Beginin, S. E. Sheshukova, Yu. P. Sharaevskii, and S. A. Nikitov, *Phys. Rev. B* **96**, 144428 (2017).
20. C. S. Davies, A. Francies, A. V. Sadovnikov, S. V. Chertopalov, M. T. Bryan, S. V. Grishin, D. A. Allwood, Y. P. Sharaevskii, S. A. Nikitov, and V. V. Kruglyak, *Phys. Rev. B* **92**, 020408 (2015).
21. J. Torrejon, M. Riou, F. A. Araujo, S. Tsunegi, G. Khalsa, D. Querlioz, P. Bortolotti, V. Cros, K. Yakushiji, A. Fukushima, H. Kubota, S. Yuasa, M. D. Stiles, and J. Grollier, *Nature* **547**, 428 (2017).
22. S. Manipatruni, D. E. Nikonov, and I. A. Young, *Nature Phys.* **14**, 338 (2018)
23. H. Sasaki and N. Mikoshiba, *Electron. Lett.* **15**, 172 (1979).
24. H. Sasaki and N. Mikoshiba, *J. Appl. Phys.* **52**, 3546 (1981).
25. P. Grunberg, M. G. Cottam, W. Vach, C. Mayr, and R. E. Camley, *J. Appl. Phys.* **53**, 2078 (1982).

26. A. V. Sadovnikov, S. A. Odintsov, E. N. Beginin, A. A. Grachev, V. A. Gubanov, S. E. Sheshukova, Y. P. Sharaevsky, and S. A. Nikitov, *JETP Lett.* **107**, 1 (2018).
27. A. V. Sadovnikov, A. A. Grachev, E. N. Beginin, S. E. Sheshukova, Y. P. Sharaevskii, and S. A. Nikitov, *Phys. Rev. Appl.* **7**, 014013 (2017).
28. Q. Wang, P. Pirro, R. Verba, A. Slavin, B. Hillebrands, and A. Chumak, *Science Advances* **4**, 1701517 (2018).
29. S. O. Demokritov, B. Hillebrands, and A. N. Slavin, *Phys. Rep.* **348**, 441 (2001).
30. T. W. O'Keefe and R. W. Patterson, *J. Appl. Phys.* **49**, 4886 (1978).
31. S. O. Demokritov, A. A. Serga, A. Andre, V. E. Demidov, M. P. Kostylev, B. Hillebrands, and A. N. Slavin, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 047201 (2004).
32. V. Cherepanov, I. Kolokolov, and V. L'vov, *Phys. Rep.* **229**, 81 (1993).
33. И. В. Зависляк, А. В. Тычинский, *Физические основы функциональной микроэлектроники*, М-во высш. и сред. спец. образования УССР, Учеб.-метод. каб. по высш. образованию, Киев. гос. ун-т им. Т. Г. Шевченко, Киев, УМКВО (1989), 104 с.
34. T. Gilbert, *Phys. Rev.* **100**, 1243 (1955).
35. T. Gilbert, *IEEE Transactions on Magnetism* **40**, 3443 (2004).
36. A. V. Sadovnikov, V. A. Gubanov, S. E. Sheshukova, Yu. P. Sharaevskii, and S. A. Nikitov, *Phys. Rev. Appl.* **9**, 051002 (2018).
37. A. V. Sadovnikov, A. A. Grachev, V. A. Gubanov, S. A. Odintsov, A. A. Martyshkin, S. E. Sheshukova, Yu. P. Sharaevskii, and S. A. Nikitov, *Appl. Phys. Lett.* **112**, 142402 (2018).
38. V. S. L'vov, *Wave turbulence under parametric excitation*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg (1994).
39. I. V. Zavislyak, V. M. Talaevskii, and L. V. Chevnyk, *Fiz. Tverd. Tela* **31**, 319 (1989).
40. A. V. Vashkovsky and E. H. Lock, *Phys.-Usp.* **49**, 389 (2006).
41. A. Y. Annenkov and S. V. Gerus, *J. Commun. Technol. Electron.* **41**, 196 (1996).
42. P. P. Silvester and R. L. Ferrari, *Finite Elements for Electrical Engineers*, Cambridge University Press (1983).
43. A. V. Sadovnikov and A. G. Rozhnev, *Appl. Nonlinear Dyn.* **20**, 143 (2012).
44. A. Khitun, M. Bao, and K. L. Wang, *J. Phys. D* **43**, 264005 (2010).
45. A. Khitun, M. Bao, and K. L. Wang, *IEEE Trans. Magn.* **44**, 9 (2008).
46. M. Rahman, S. Khasanvis, J. Shi, and C. A. Moritz, *Trans. on Nanotech.* **14**, 4, (2015).