

Нарушение соотношения Амбегаокара–Баратова в грязных S - I - S контактах

В. Я. Кирпиченков¹⁾, Н. В. Кирпиченкова, О. И. Лозин, К. В. Крыжановский

Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) им. М.И. Платова, 346428 Новочеркасск, Россия

Поступила в редакцию 31 августа 2018 г.

После переработки 31 октября 2018 г.

В интервале температур $0 \leq T \leq T_c$, где T_c – температура сверхпроводящего перехода в S -берегах контакта, показано, что присутствие узкозонных квантовых закороток в “грязных” (малые концентрации одинаковых немагнитных примесей в I -слое) S - I - S (S – сверхпроводник, I – изолятор) контактах приводит к значительному отклонению критического значения сверхтока (джозефсоновского тока) контакта от того его значения, которое дается известным соотношением Амбегаокара–Баратова. Установлено, что существует некоторая температура $0 < T_b < T_c$, при переходе через которую характер этого отклонения изменяется: при $0 \leq T < T_b$ отклонение происходит в сторону уменьшения критического значения сверхтока (недостаток сверхтока), а при $T_b < T \leq T_c$ – в сторону его увеличения (избыток сверхтока). Приведены оценки, показывающие возможность экспериментального проявления этого эффекта.

DOI: 10.1134/S0370274X18230078

Соотношение Амбегаокара–Баратова [1, 2]

$$J_c(T) = \frac{\pi G(T^*)}{2e} \Delta(T) \text{th} \left[\frac{\Delta(T)}{2T} \right]$$

дает связь между критическим значением сверхтока $J_c(T)$ идеального, симметричного ($\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$) S - I - S контакта и линейным туннельным контактансом этого контакта в нормальном состоянии $G(T^*)$, который может быть экспериментально измерен при любой достаточно низкой температуре $T_c < T^* \ll \ll U_0 - \mu$, μ , где U_0 – барьерный потенциал I -слоя, μ – электронный химпотенциал контакта. Всевозможные достаточно сильные отклонения от идеальности контакта, в частности, наличие рассматриваемых здесь каналов резонансного туннелирования через немагнитные примеси в слабо неупорядоченном I -слое, должно приводить к заметному нарушению этого соотношения, что и продемонстрировано в цитируемых ниже работах, достаточно близких по тематике к этой статье.

В работах [3–5] рассматривались частные случаи каналов резонансного джозефсоновского туннелирования через уединенные примеси, находящиеся вблизи середины барьерного слоя. В [3] было показано, что учет кулоновского отталкивания электронов на кондо-примеси может приводить как к подавлению резонансного джозефсоновского тока, так и к его стимуляции в зависимости от соотношения между параметрами модели. В [4] для объяснения экс-

периментально наблюдаемого “аномального эффекта близости” (“*long-range proximity effect*”) [6–8] была рассмотрена модель джозефсоновского контакта с прослойкой из узкозонного слабо легированного полупроводника, в которой основным каналом переноса сверхтока является резонансное туннелирование через одиночные, локализованные вблизи середины барьерного слоя примеси. Показано, что величина критического сверхтока такого контакта определяется конкуренцией туннельного и термического каналов распада квазилокальных электронных состояний на примесях. В [5] была рассмотрена одномерная модель резонансного джозефсоновского туннелирования через одиночную, локализованную вблизи середины барьера примесь и показано, что сверхток в рамках такой модели определяется отношением параметра порядка в сверхпроводящих электродах к ширине резонансного уровня на примеси. В работе [9] рассматривалось резонансное джозефсоновское туннелирование в контактах S - Sm - S (Sm – слабо легированный невырожденный полупроводник) в рамках модели с “вертикальным” разбросом примесных уровней и барьерами Шоттки на границах Sm -слоя. Показано, что присутствие в Sm -слое случайных маловероятных квазипериодических цепочек примесей, вдоль которых сосредоточены квантовые резонансно-перколяционные траектории [10], соединяющие противоположные S -берега контакта, может приводить к значительному увеличению критическо-

¹⁾e-mail: wkirpich@rambler.ru

го сверхтока по сравнению со случаем “чистого” (без примесей в Sm -слое) контакта.

В работе [11] при $T = 0$ показано, что присутствие случайных узкозонных квантовых закороток в слабо неупорядоченном I -слое грязного S - I - S контакта приводит к значительному недостатку критического сверхтока контакта по сравнению с тем его значением, которое дается соотношением Амбегаокара–Баратова. Ниже для грязного S - I - S контакта показано, что в интервале $0 \leq T \leq T_c$ существует некоторая температура T_b , при переходе через которую недостаток сверхтока при $0 \leq T < T_b$ сменяется его избытком при $T_b < T \leq T_c$. При этом наиболее сильные отклонения обусловлены узкозонными квантовыми закоротками и имеют место при $T \rightarrow 0$ и $T \rightarrow T_c$.

В интервале $0 \leq T \leq T_c$ рассматривается модель грязного туннельного контакта в виде сэндвича S - I - S , представляющего собой два одинаковых сверхпроводника, разделенных плоским тонким слоем изолятора толщиной L и площадью S с вкрапленными в него одинаковыми притягивающими электроны немагнитными примесями. Регулярный (не возмущенный примесями) барьерный потенциал I -слоя равен $U_0 = \text{const} > \mu$ (μ – электронный химпотенциал контакта), электроны в I -слое предполагаются невзаимодействующими как между собой, так и с другими квазичастицами, а их подбарьерное рассеяние на примесях – упругим. Энергия однопримесного электронного уровня $\varepsilon_0 = \mu$, радиус локализации электронного состояния на нем $\alpha^{-1} = [2m_e(U_0 - \varepsilon_0)/\hbar^2]^{-1/2}$. По объему $V_i = L \cdot S$ неупорядоченного I -слоя распределены $N_i \gg 1$ примесей макроскопически однородно с плотностью $n = N_i/V_i$ ($c = n\alpha^{-3} \ll 1$ – их безразмерная концентрация), S -берега описываются моделью БКШ (Бардина–Купера–Шриффера). Для электронов проводимости в N -берегах (при $T > T_c$) предполагается изотропный квадратичный закон дисперсии $\varepsilon_{\mathbf{p}} = \mathbf{p}^2/2m_e$.

Критическое значение сверхтока через уединенную m -примесную квантовую закоротку с “шагом” u (безразмерное – в единицах α^{-1} – расстояние между соседними примесями в квантовой закоротке) при температуре T представим в виде [11]:

$$i_c^{(m)}(T, u) = \frac{4e}{\hbar} T \sum_{\omega_n} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \nu(\xi_{\mathbf{p}}) \nu(\xi_{\mathbf{q}}) \times \quad (1)$$

$$\times |T^{(m)}(\xi_{\mathbf{p}}, \xi_{\mathbf{q}}; u)|^2 F^+(\xi_{\mathbf{p}}, \omega_n) F(\xi_{\mathbf{q}}, -\omega_n) d\xi_{\mathbf{p}} d\xi_{\mathbf{q}},$$

где

$$F^+(\xi_{\mathbf{p}}, \omega_n) = \frac{\Delta}{\omega_n^2 + \Delta^2 + \xi_{\mathbf{p}}^2}, \quad (2)$$

$$F(\xi_{\mathbf{q}}, -\omega_n) = \frac{\Delta}{\omega_n^2 + \Delta^2 + \xi_{\mathbf{q}}^2}$$

– аномальные температурные функции Грина в S -берегах, $\Delta = \Delta(T)$ – сверхпроводящая щель, $\xi_{\mathbf{p}} = \varepsilon_{\mathbf{p}} - \mu$, $\omega_n = (2n + 1)\pi T$ – нечетные мацубаровские частоты, $\nu(\xi_{\mathbf{p}})$, $\nu(\xi_{\mathbf{q}})$ – одночастичные плотности электронных состояний в берегах контакта,

$$|T^{(m)}(\xi_{\mathbf{p}}, \xi_{\mathbf{q}}; u)|^2 = |T_0^{(m)}|^2 \begin{cases} 1, & |\xi_{\mathbf{p}}|, |\xi_{\mathbf{q}}| \leq \gamma_m(u) \\ 0, & |\xi_{\mathbf{p}}|, |\xi_{\mathbf{q}}| > \gamma_m(u) \end{cases} \quad (3)$$

– усредненный по направлениям импульсов \mathbf{p} , \mathbf{q} квадрат матричного элемента $T_{\mathbf{p}, \mathbf{q}}^{(m)}(u)$, входящего в туннельный гамильтониан

$$\hat{H}_T^{(m)}(u) = \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{q}, \sigma} T_{\mathbf{p}, \mathbf{q}}^{(m)}(u) \hat{a}_{\mathbf{p}, \sigma}^+ \hat{b}_{\mathbf{q}, \sigma} + \text{h. c.}, \quad (4)$$

описывающий гибридизацию электронных состояний в различных берегах контакта посредством туннелирования через квантовую закоротку, $\hat{a}_{\mathbf{p}, \sigma}$, $\hat{b}_{\mathbf{q}, \sigma}$ – операторы уничтожения электронов в левом и правом берегах контакта, σ – проекция спина электрона,

$$\gamma_m(u) = 4(U_0 - \varepsilon_0) u^{-1} e^{-u} \quad (5)$$

– энергетическая ширина туннельного резонанса, ассоциированного с квантовой закороткой,

$$|T_0^{(m)}|^2 = \frac{\hbar}{4\pi e^2 \nu^2(0)} \text{cth} \left[\frac{\gamma_m(u)}{2T^*} \right] g_m(T^*, u), \quad (6)$$

где

$$g_m(T^*, u) = g_m(T = 0) \text{th} \left[\frac{\gamma_m(u)}{2T^*} \right] \quad (7)$$

– линейный (при напряжении $V \ll \gamma_m(u)/e$) кондуктанс квантовой закоротки, $T_c < T^* \ll \mu$, $U_0 - \mu$ – температура, при которой производится экспериментальное измерение линейного туннельного кондуктанса контакта в нормальном состоянии,

$$g_m(T = 0) = \frac{(U_0 - \varepsilon_0)\varepsilon_0}{2\pi^4 U_0^2} \left(\frac{e^2}{2\pi\hbar} \right). \quad (8)$$

Выполняя в (1) интегрирование по $\xi_{\mathbf{p}}$, $\xi_{\mathbf{q}}$ и используя формулу суммирования Пуассона для нечетных частот ω_n , получаем следующее представление для критического значения сверхтока квантовой закоротки при температуре T :

$$i_c^{(m)}(T, u) = \left\{ \frac{\pi g_m(T^*, u)}{2e} \Delta(T) \text{th} \left[\frac{\Delta(T)}{2T} \right] \right\} \times \quad (9)$$

$$\times \varphi_m(u, \Delta(T), T^*),$$

где выражение в фигурных скобках в (9) интерпретируется [11] как правая часть соотношения Амбегаокара–Баратова для “виртуального” контакта – грязного S - I - S контакта, в котором сверхток течет лишь через рассматриваемую квантовую закоротку,

$$\varphi_m(u, \Delta(T), T^*) = \frac{4}{\pi^2} \operatorname{arctg}^2 \left[\frac{\gamma_m(u)}{\sqrt{2}\Delta(T)} \right] \operatorname{cth} \left[\frac{\gamma_m(u)}{2T^*} \right] \quad (10)$$

– мультипликатор, учитывающий отклонение соотношения (9) от соотношения Амбегаокара–Баратова для виртуального контакта в интервале $0 \leq T \leq T_c$.

Учитывая, что $T_c < T^* \sim \Delta_0$, нетрудно убедиться, что на границах температурного интервала $0 \leq T \leq T_c$ значения мультипликатора (10) отклоняются от единицы в разные стороны: $\varphi_m(u, \Delta_0, T^*) < 1$ при $T = 0$ и $\varphi_m(u, 0, T^*) > 1$ при $T = T_c$ для всех физически возможных значений остальных своих аргументов. Следовательно, из непрерывности $\varphi_m(u, \Delta(T), T^*)$, как функции аргумента $0 \leq \Delta(T) \leq \Delta_0$, следует существование некоторой температуры $0 < T_m < T_c$, при прохождении через которую мультипликатор проходит через единицу: $\varphi_m(u, \Delta(T_m), T^*) = 1$. В интервале $0 \leq T < T_m$ значения $\varphi_m < 1$, а в интервале $T_m < T \leq T_c$ значения $\varphi_m > 1$.

Для иллюстрации этого “сценария” на рис. 1 приведены графики зависимости “логарифмического индекса” мультипликатора

$$\nu_m(\delta, x) = \ln \varphi_m(\delta, x) \quad (11)$$

от безразмерной ширины сверхпроводящей щели $\delta = \Delta(T)/\Delta_0$ для трех значений безразмерной ширины туннельного резонанса $x = \gamma_m(u)/\Delta_0$, при $T^* = \Delta_0 = 1.76 T_c$.

Из рисунка 1 видно, что рассматриваемый здесь эффект отклонения критического сверхтока квантовой закоротки наиболее силен для узкозонных ($x \ll 1$) квантовых закороток вблизи $T = 0$ ($\delta = 1$) и $T = T_c$ ($\delta = 0$), а для широкозонных ($x \gg 1$) этот эффект мал во всем интервале $0 \leq T \leq T_c$. В связи с этим заметим, что именно узкозонные m -примесные квантовые закоротки с малыми значениями m являются наиболее вероятными в грязных ($c \ll 1$) туннельных контактах.

Решение уравнения

$$\nu_m(\delta, x) = 0 \quad (12)$$

задает на плоскости (x, δ) кривую

$$\delta(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} x \operatorname{ctg} \left[\frac{\pi}{2} \sqrt{\operatorname{th} \left(\frac{x}{2} \right)} \right], \quad (13)$$

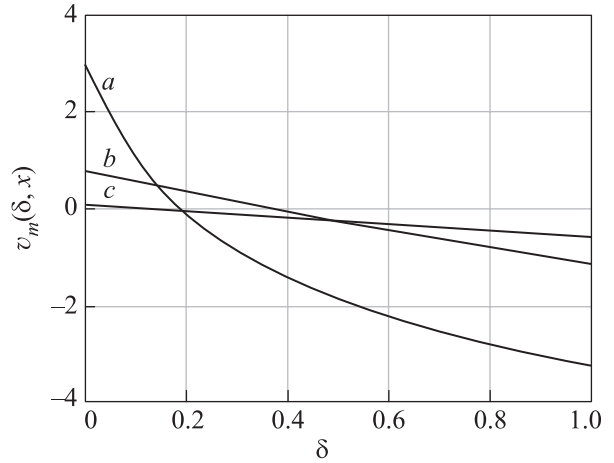


Рис. 1. Зависимость логарифмического индекса мультипликатора $\nu_m(\delta, x)$ от безразмерной ширины сверхпроводящей щели $\delta = \Delta(T)/\Delta_0$ для следующих значений безразмерной ширины туннельного резонанса $x = \gamma_m(u)/\Delta_0$: $x = 0.1$ – кривая a , $x = 1$ – кривая b , $x = 3$ – кривая c

разделяющую области с недостатком ($\nu_m < 0$) и избытком ($\nu_m > 0$) критического сверхтока квантовой закоротки (рис. 2).

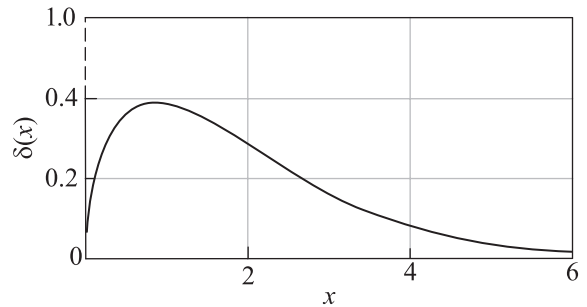


Рис. 2. Кривая $\delta(x)$. На кривой $\nu_m(\delta, x) = 0$, выше кривой $\nu_m(\delta, x) < 0$, ниже кривой $\nu_m(\delta, x) > 0$

Функция $\delta(x)$ (13), являясь универсальной функцией аргумента x – одинаковой для всех квантовых закороток с различными значениями m и u , задает в неявном виде зависимость $T_m(x)$, которую легко установить (хотя бы численно) и в явном виде, зная зависимость $\Delta(T)$.

Суммируя (9) по всем уединенным – “параллельно” включенным случайным квантовым закороткам с различными значениями m и u , получаем следующее представление для усредненного по случайным конфигурациям примесей в I -слое критического зна-

чения сверхтока грязного S - I - S контакта в интервале $0 \leq T \leq T_c$:

$$J_c(T) = \left\{ \frac{\pi G(T^*)}{2e} \Delta(T) \operatorname{th} \left[\frac{\Delta(T)}{2T} \right] \right\} \Phi(\Delta(T), T^*, c, \mathcal{L}),$$

$$\mathcal{L} = \alpha L, \quad T^* > T_c, \quad (14)$$

где $G(T^*)$ – экспериментально измеряемый линейный туннельный кондактанс грязного контакта в нормальном состоянии при $T = T^*$, выражение в фигурных скобках в (14) – правая часть соотношения Амбегаокара–Баратова,

$$\Phi(\Delta(T), T^*, c, \mathcal{L}) = \frac{g_0 + \operatorname{Sp} \langle \hat{g} \cdot \hat{\varphi} \rangle}{g_0 + \operatorname{Sp} \langle \hat{g} \rangle} \quad (15)$$

– мультипликатор для всего контакта, где $g_0 = G_0(T^*)/S$, $G_0(T^*)$ – туннельный кондактанс чистого (без примесей в I -слое) контакта:

$$G_0(T^*) = G_0(0) \left[1 + \mathcal{L}^2 \left(\frac{T^*}{U_0 - \mu} \right)^2 \right], \quad (16)$$

$$G_0(0) = S \alpha^2 \frac{8(U_0 - \mu)\mu}{\pi U_0^2 \mathcal{L}} e^{-2\mathcal{L}} \left(\frac{e^2}{2\pi \hbar} \right),$$

$$\operatorname{Sp} \langle \hat{g} \rangle = \sum_m \int_{\mathcal{L}/m}^{\infty} p_m(u, c) g_m(T^*, u) du, \quad (17)$$

$$\operatorname{Sp} \langle \hat{g} \cdot \hat{\varphi} \rangle = \sum_m \int_{\mathcal{L}/m}^{\infty} p_m(u, c) g_m(T^*, u) \varphi_m(u, \Delta(T), T^*) du, \quad (18)$$

$p_m(u, c) = \alpha^2 c^m e^{-cm\pi u^3} [u^2 \theta^2(m, u)]^{m-1}$ – вероятность (на единицу площади контакта) образования уединенной m -примесной квантовой закоротки с шагом u , $\theta(m, u) \ll 1$ – угол, характеризующий извилистость квантовой закоротки [10].

Учитывая, что при $T = 0$ все “парциальные” мультипликаторы (10) $\varphi_m < 1$, а при $T = T_c$ все $\varphi_m > 1$, из соотношений (15), (17), (18) видно, что при $T = 0$ мультипликатор $\Phi < 1$, а при $T = T_c$ $\Phi > 1$. Это означает, что в грязных S - I - S контактах существует некоторая температура $0 < T_b < T_c$, при которой $\Phi = 1$. Эта температура отделяет интервал $0 \leq T < T_b$ с недостатком сверхтока ($\Phi < 1$) от интервала $T_b < T \leq T_c$ с избытком сверхтока ($\Phi > 1$) в грязных S - I - S контактах. Если же вклад узкозонных квантовых закороток в мультипликатор Φ является главным, то соотношение Амбегаокара–Баратова сильно нарушается вблизи $T = 0$ ($\Phi \ll 1$) и вблизи $T = T_c$ ($\Phi \gg 1$).

Численные оценки $\Phi(\Delta(T), T^*, c, \mathcal{L})$, проведенные для характерных значений $U_0 = 10$ эВ, $\mu = 5$ эВ,

$\Delta_0 = 10^{-3}$ эВ, $T^* = \Delta_0$, показывают, что при $\mathcal{L} = \alpha L = 10$ узкозонными оказываются лишь наиболее вероятные однопримесные ($m = 1$) квантовые закоротки, и величина $\Phi(T = 0) \ll 1$, а $\Phi(T = T_c) \gg 1$ в интервале концентраций примеси $10^{-6} < c < 10^{-4}$. При $\mathcal{L} = 20$ узкозонными являются уже первые две ($m = 1, 2$) наиболее вероятные квантовые закоротки и $\Phi(T = 0) \ll 1$, а $\Phi(T = T_c) \gg 1$ в интервале концентраций $10^{-10} < c < 10^{-5}$. Эти оценки показывают возможность экспериментального проявления этого эффекта.

Принципиальная схема эксперимента может выглядеть так. В достаточно толстом ($\mathcal{L} \geq 10$) грязном S - I - S контакте достаточно большой площади ($S \gg \alpha^{-2} c^{-1} \exp(c\pi \mathcal{L}^3)$), необходимой для подавления мезоскопических флуктуаций туннельного кондактанса [12], основываясь на формуле (14), проводят косвенные измерения температурной зависимости мультипликатора $\Phi(T)$ по результатам прямых независимых измерений: линейного кондактанса $G(T^*)$ (например, при $T^* = \Delta_0$), сверхпроводящей щели $\Delta(T)$ и критического сверхтока $J_c(T)$ в интервале $0 < T < T_c$. Значения $\Phi(T \rightarrow 0) < 1$, $\Phi(T_b) = 1$, $\Phi(T \rightarrow T_c) > 1$ могли бы интерпретироваться в рамках изложенных представлений, а значения $\Phi(T \rightarrow 0) \ll 1$, $\Phi(T \rightarrow T_c) \gg 1$ могли бы свидетельствовать о преобладающем вкладе узкозонных квантовых закороток в величину критического сверхтока грязного S - I - S контакта. При этом, естественно, предполагается, что в пределе $T \rightarrow T_c$ температура T , тем не менее, не попадает в весьма узкую область сильных флуктуаций сверхпроводящего параметра порядка в S -берегах контакта вблизи критической температуры T_c , где неприменима модель БКШ.

1. V. Ambegaokar and A. Baratoff, Phys. Rev. Lett. **10**, 486 (1963).
2. V. Ambegaokar and A. Baratoff, Phys. Rev. Lett. **11**, 104 (1963).
3. Л. И. Глазман, К. А. Матеевев, Письма в ЖЭТФ **49**, 570 (1989).
4. И. А. Девятов, М. Ю. Куприянов, Письма в ЖЭТФ **59**, 187 (1994).
5. И. А. Девятов, М. Ю. Куприянов, ЖЭТФ **112**, 342 (1997).
6. U. Kabasawa, Y. Tarutani, T. Fukazawa, A. Tsukamoto, M. Hiratani, and K. Takagi, Jpn. J. Appl. Phys. **30**, 1670 (1991).
7. Y. Kozono, M. Kasai, Y. Kanke, T. Ohno, M. Kazanono, and Y. Sugita, Physica C. **185-189**, 1919 (1991).

8. S. Tanutani, T. Fukazawa, O. Kabasawa, U. Kabasawa, A. Tsukamoto, M. Hiratani, and K. Takagi, *Appl. Phys. Lett.* **58**, 2707 (1991).
9. Л. Г. Асламазов, М. В. Фистуль, *ЖЭТФ* **83**, 1170 (1982).
10. И. М. Лифшиц, В. Я. Кирпиченков, *ЖЭТФ* **77**, 989 (1979).
11. В. Я. Кирпиченков, Н. В. Кирпиченкова, О. И. Лозин, А. А. Пухлова, *Письма в ЖЭТФ* **108**, 99 (2018).
12. В. Я. Кирпиченков, *ЖЭТФ* **116**, 1048 (1999).