Письма в ЖЭТФ, том 49, вып. 1, стр. 10 – 12 *10 января 1989 г.*

ДИССИПАТИВНОЕ УСИЛЕНИЕ ЖЕЛОБКОВЫХ ВИХРЕЙ В ПЛАЗМЕ

В.П.Павленко, В.И.Петвиашвили, В.Б.Таранов

В области устойчивости желобковых волн возможны двумерные вихри, скорость перемещения которых меньше дрейфовой скорости ионов. Такие вихри могут усиливаться под влиянием диссипации на ионах, что приводит к усилению конвекции в плазме.

Желобковые колебания идеальной плазмы, как известно [1], в зависимости от знака кривизны силовых линий магнитного поля могут быть устойчивыми или неустойчивыми. Уже при сравнительно небольшой амплитуде они переходят в сильно нелинейный режим. При этом происходит самолокализация пакетов волн в уединенные вихри с большим числом захваченных частиц [2]. В неустойчивой идеальной плазме эти вихри бегут быстрее дрейфовой скорости ионов, а в устойчивой – медленнее. В настоящей работе показано, что при учете вязкости медленные вихри могут усиливаться. Отсюда следует, что даже в области устойчивости идеальной плазмы желобковые колебания могут давать существенный вклад в аномальный перенос тепла и частиц посредством вихревой конвекции.

Для описания эволюции желобковых колебаний в идеальной плазме в [2] была предложена система модельных уравнений для относительного возмущения плотности n и электрического потенциала ϕ. С учетом вязкости эта система уравнений принимает вид

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\kappa c}{B_0}\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{c}{B_0}J(n, \phi), \tag{1}$$

$$\frac{c}{B_0\Omega_i}\left\{\frac{\partial}{\partial t} + v^*\frac{\partial}{\partial y}\right\}\psi - v_0\frac{\partial n}{\partial y} - \mu\frac{c}{B_0\Omega_i}\Delta\Delta U = \frac{c^2}{B_0^2\Omega_i}\left\{J(\psi, \phi) - \frac{T_i}{e}\operatorname{div}J(n, \nabla\phi)\right\}, \tag{2}$$

здесь $\psi \equiv \Delta\phi$, $U \equiv \phi + \frac{T_i}{e}n$, $J(n, \phi) = \frac{\partial n}{\partial x}\frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{\partial n}{\partial y}\frac{\partial \phi}{\partial x}$, $\Omega_i = \frac{eB_0}{m_i c}$, $\kappa = -\frac{d\ln n_0}{dx} > 0$; $v^* = -\frac{\kappa T_i}{m_i\Omega_i}$, $v_0 = \frac{g}{\Omega_i}$ – скорости диамагнитного и магнитного дрейфов ионов соответственно, μ – коэффициент ионной вязкости, вид которого был найден в [3]. Магнитное поле B_0 направлено вдоль оси z, плазма и магнитное поле неоднородны вдоль оси x, производные вдоль магнитного поля считаются пренебрежимо малыми. Относительно простой вид уравнений достигнут благодаря предположению о возможности самолокализации желобковых возмущений. Это позволило учесть пространственную неоднородность плазмы и магнитного поля с помощью постоянных коэффициентов κ и g.

В отсутствие вязкости $\mu = 0$ система уравнений (1), (2) сохраняет интеграл энергии

$$W = \int\left\{(\nabla\phi)^2 - \left(\frac{B_0}{\kappa c}\right)^2 \kappa g n^2\right\}dxdy. \tag{3}$$

Кроме того, независимо от вязкости эта система сохраняет функциональную серию интегралов

$$\int\{f(n - \kappa x) - f(-\kappa x)\}dxdy,$$

где f – произвольная функция.

В [2] в пренебрежении вязкостью были получены стационарные решения уравнений (1), (2) в виде бегущих с постоянной скоростью и уединенных дипольных вихрей, подобных вихрям волн Россби, найденным в [4]. На бесконечности эти решения спадают как $\exp(-r/a)$, где

$r^2 = x^2 + (y - ut)^2$

$$a^2 = \frac{\kappa g}{u(u - v^*)} \quad . \qquad (4)$$

Видно, что в устойчивой плазме ($\kappa g < 0$) условие локализации вихрей ($a^2 > 0$) выполняется для вихрей, движущихся медленнее скорости дрейфа ионов. В неустойчивой плазме ($\kappa g > 0$) это условие выполняется для вихрей, движущихся быстрее дрейфовой скорости ионов, а также для вихрей, движущихся в направлении, противоположном дрейфу ионов.

Проблема устойчивости и влияния вязкости на полученные решения исследуется в настоящей работе численными методами. Уравнения (1), (2) решались методом Лакса–Вендроффа (переменных направлений с периодическими граничными условиями на сетке 64×64). Для вычисления пространственных производных применялась схема четвертого порядка точности, для обращения оператора Лапласса – быстрое преобразование Хартли. В качестве начального условия выбирался профиль, близкий к точному стационарному решению, имеющему вид дипольного вихря [2, 4].

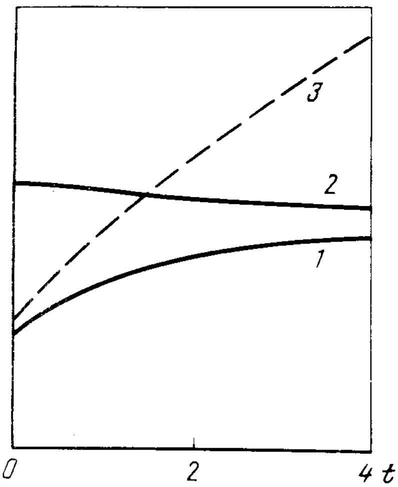

Рис. 1. Зависимость от времени максимального значения потенциала ϕ (кривая 1) и величины $\frac{T_i}{-e} n_{max}$ где n_{max} – максимальное значение возмущения плотности (кривая 2) в вихре; кривая (3) – энергия вихря W. Зависимости построены в относительных единицах. Время измеряется в единицах $(a\,|\,u\,|)^{-1}$, модельное значение вязкости $(a\mu\,/\,|\,u\,|) = 0{,}2$, $u = v^*/2$

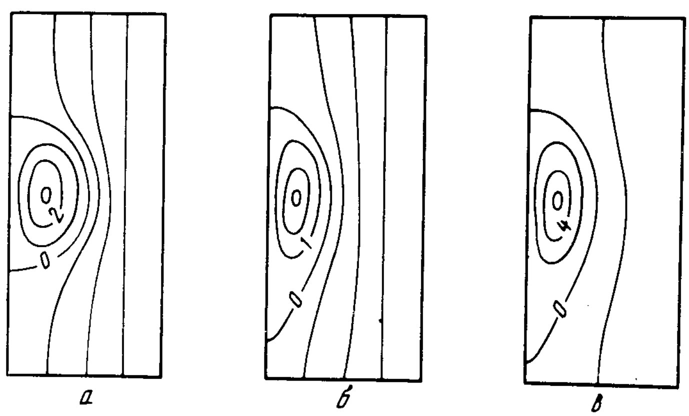

Рис. 2. Линии уровня безразмерных возмущений потенциала $\hat{\phi} = ac\phi/uB_0 - ax$ и плотности $\hat{n} = (a/\kappa)(n - \kappa x)$ в вихре: $а$ – $t = 0$, линии уровня $\hat{\phi}$ и $\hat{n}$ совпадают; показаны линии уровня 3, 2, 1,... ; $б$ – $t = 4$, показаны линии уровня для $\hat{n}$ = 3, 2, 1, ... ; $в$ – $t = 4$, показаны линии уровня для $\hat{\phi}$ = 6, 4, 2, ... ; левые части рисунка, антисимметричные приведенным правым частям, опущены

Численный счет показал,что в неустойчивой плазме вихри даже в отсутствие вязкости структурно неустойчивы и разрушаются за времена порядка обратного инкремента линейной желобковой неустойчивости. В устойчивой плазме счет показал, что при $\mu = 0$ уединенные вихри типа [2,4] не распадаются и даже сохраняют форму. При $\mu > 0$ в силу того, что в начальном условии $n = \frac{\kappa c}{uB}\phi$, имеем $U \sim (1 - \frac{v^*}{u})\phi$ и эффективная вязкость в (2) меняет знак, поскольку в устойчивой плазме согласно (4) $v^*/u > 1$. Это явление аналогично изменению знака затухания Ландау в дрейфово-диссипативной "универсальной" неустойчивости [3], вызванной тем, что скорость дрейфовых волн меньше v^*. Согласно [5,6] возможно усиление и вихрей. Поскольку плотность,согласно (1), вморожена в плазму, следует ожидать роста $|\nabla\phi|$, то есть скорости вращения плазмы в вихре. Скорость перемещения u и форма вихря должны меняться медленно.

Действительно, численный счет показал. что максимум потенциала вихря сначала возрастает, а затем выходит на насыщение. Максимум плотности при этом незначительно уменьшается (рис. 1). Однако энергия вихря (3) продолжает расти, что связано с увеличением градиента потенциала и, следовательно, скорости вращения частиц в вихре, рис. 2. Вихрь остается топологически устойчивым, хотя заметно отклоняется от стационарного безвязкостного решения [2,4].

Таким образом, показано, что в области устойчивости желобковых колебаний дипольные вихри топологически устойчивы и усиливаются под действием вязкости. Заметим также, что в работах [5,6] было указано на возможность диссипативного усиления дрейфово-альфвеновских вихрей, однако пока нет анализа устойчивости и численного моделирования этого процесса. Результаты настоящей работы, ввиду сходства уравнений, служат косвенным указанием и на справедливость выводов работ [5,6].

Литература

1. *Кадомцев Б.Б.* Вопросы теории плазмы, вып. 2, М.: Госатомиздат, 1963, с. 132.
2. *Павленко В.П., Петвиашвили В.И.* Физика плазмы, 1983, 9, с. 1034.
3. *Михайловский А.Б.* Теория плазменных неустойчивостей. М.: Атомиздат, 1977, **2**, 116.
4. *Ларичев В.Д., Резник Г.М.* Докл. АН СССР, 1976, **231**, 1077.
5. *Петвиашвили В.И., Похотелов О.А.* Физика плазмы, 1986, 12, 1127.
6. *Петвиашвили В.И., Погуце И.О.* Письма в ЖЭТФ, 1986, 43, 268.

Институт ядерных исследований
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
30 ноября 1988 г.