

ОБ ЭФФЕКТЕ ДЖОЗЕФСОНА В ГРАНУЛИРОВАННЫХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ

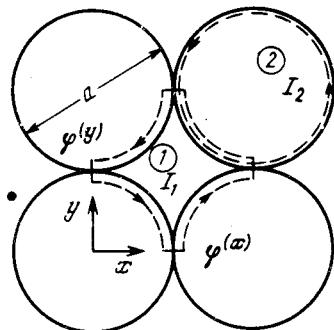
A. Ф. Волков

Рассматриваемая модель гранулированного сверхпроводника с разбросом критических токов δI_c описывается уравнениями типа уравнений для джозефсоновского перехода. Получен вид ВАХ с учетом δI_c и показано, что ступеньки Шапиро могут наблюдаться в полоске большой, но конечной длины, а магнитоосцилляции – в бесконечной полоске.

Известно, что сверхпроводящая керамика с высокой T_c представляет собой гранулированную систему с джозефсоновскими переходами (ДП) между гранулами (см., например,¹). В керамиках наблюдалась эффекты Джозефсона, т.е. когерентный отклик на воздействие магнитного поля H и переменного сигнала. Оба эффекта наблюдались в том случае, когда размер сужения намного превышал не только ξ и λ , но и размер гранул (см., например,²⁻⁴). В некоторых работах предполагалось, что работает один или несколько ДП. Такое предположение правдоподобно только вблизи T_c , когда флуктуации подавляют сверхпроводимость в ДП

и существенны эффекты перекола. Вдали от T_c , где и наблюдались указанные эффекты, ток течет через многие ДП и справедливость сделанного предположения проблематична.

В данной работе мы рассмотрим модель гранулированного сверхпроводника с ДП, имеющими разные критические токи I_c . Рассматриваемая система описывается такими же уравнениями, как и уравнения для неоднородных туннельных ДП. Как будет установлено, характерный размер сужения, в котором возможно наблюдение когерентных эффектов может быть весьма большим. Будет найден также вид ВАХ $I(V)$ с учетом разброса I_c .



Модель гранулированного сверхпроводника. Пунктирными линиями показаны контуры интегрирования

Предположим, что гранулы образуют квадратную решетку с ДП в местах соприкосновения гранул. Как обычно, фазу в грануле представим в виде $\tilde{\chi}(r_i) = \chi(r_i) - (2\pi/\Phi_0) \int_{r_i}^R d\mathbf{r}' \mathbf{A}(\mathbf{r}')$, где r_i – координата центра гранулы. Рассмотрим два типа контуров с циркулирующими токами I_1 и I_2 (рисунок). Токи I_1 связаны с токами через ДП I_J , каждый из которых характеризуется разностью фаз $\varphi(r_i) = \tilde{\chi}(r_i + \mathbf{a}) - \tilde{\chi}(r_i)$, где $\mathbf{a} = a_\alpha$, $\alpha = (x, y)$ (см. рисунок). Рассматривая непрерывный предел, когда $\varphi(r)$ мало меняется на размере $\sim a$, получим

$$\text{rot } \mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_J, \quad (1)$$

где $\mathbf{I}_1 = (0, 0, I_1)$, $I_{J\alpha} = I_c [(C\hbar/2eI_c) \partial_{tt}^{-2} \varphi_\alpha + \tau_c \partial_t \varphi_\alpha + \sin \varphi_\alpha]$, $\tau_c^{-1} = 2eI_c R/\hbar$, $\varphi_\alpha = a[\nabla_\alpha \chi - 2\pi A_\alpha/\Phi_0]$, Φ_0 – квант потока. Далее интегрируем выражение для плотности тока в каждой грануле $j_\alpha = \beta[\nabla_\alpha \chi - 2\pi A_\alpha/\Phi_0]$ по контурам 1 и 2, считая для простоты, что $a \gg \lambda$ (подобный подход используется при анализе СКВИДов и применялся для гранулированных систем в⁵). Для магнитного потока через контур 1 имеем

$$\Phi_1 = \bar{H}S = \Phi_1^{(ex)} + L_1 I_1 - S^{-1} \int d^2 r'_\alpha [L_{11}(r_\alpha - r'_\alpha) I_1(r'_\alpha) + L_{12}(r_\alpha - r'_\alpha) I_2]. \quad (2)$$

Здесь $\bar{H} = \text{rot } \mathbf{A}$, $\Phi_1^{(ex)}$ – поток внешнего магнитного поля, L_1 – коэффициент самоиндукции, $L_{11(12)}$ – коэффициенты взаимоиндукции контуров 1 и 1/2.

Если $H^{(ex)}$ меньше H_{c1} для гранулы, то поток в контуре 2 равен нулю

$$\Phi_2 = L_2 I_2 - S^{-1} \int d^2 r'_\alpha [L_{22}(r_\alpha - r'_\alpha) I_2(r'_\alpha) + L_{21}(r_\alpha - r'_\alpha) I_1(r'_\alpha)] = 0. \quad (3)$$

В том случае, когда поперечные размеры системы $l_{x,y}$ много больше продольного (по H) l_z , сохранение потока приводит к связи $L_{1(2)}$ и $L_{12(21)}$

$$L_{1(2)} = S^{-1} \int d^2 r_\alpha [L_{11(22)}(r_\alpha) + L_{21(12)}(r_\alpha)]. \quad (4)$$

Уравнения 1 – 4 описывают систему.

Рассмотрим, например, вихрь в решетке для наиболее простого случая, когда в (2) можно пренебречь L_{11} и L_{12} по сравнению с L_1 . Тогда вдали от центра вихря для фурье-компонент

A(q) имеем обычное уравнение

$$(l_0^2 q^2 + 1) A_\alpha(q) = i q_\alpha (\chi/2\pi) \Phi_0, \quad (5)$$

где характерный размер вихря $l_0 = (S\Phi_0/2\pi L_1 I_c)^{1/2} \sim (\Phi_0 c/j_c a)^{1/2}$ может быть довольно большим ^{5,6}; в частности, он может превышать размер гранул a (для $j_c \sim 10^3$ А/см² и $a \sim 1$ мкм имеем $l_0 \sim 10$ мкм). В случае $l_z \ll l_{x,y}$ мы должны учесть коэффициенты $L_{11(12)}$ и уравнение (4). Тогда придем к уравнению (5), в котором $l_0^2 q^2$ следует заменить на $l_0^2 q^2 / F(q)$, где функция $F(q) \sim c_1 q l_z$ при $q \ll l_z^{-1}$, а $c_1 \sim 1$. В этом случае спадание H от центра вихря происходит по степенному закону.

Исследуем эффекты Джозефсона, рассматривая сперва наиболее простой случай $l_z \gg l_{x,y}$. Критический ток запишем в виде $I_c(r_\alpha) = I_c (1 + f(r_\alpha))$, где $\langle f(r_\alpha) f(r'_\alpha) \rangle = S f_0^2 \delta(r_\alpha - r'_\alpha)$, $f_0^2 = \langle \Delta I_c^2 \rangle / I_c^2$. Флуктуации других величин (например, R) учитывать не будем (это наиболее оправдано в случае ДП SNS-типа). Тогда для разности фаз $\varphi = 2\pi a A_y / \Phi_0$ получим

$$l_0^2 \nabla^2 \varphi - \tau_c \partial_t \varphi = (1 + f) \sin \varphi. \quad (6)$$

С граничными условиями для полосы шириной l_x (ток течет вдоль оси y).

$$(\partial \varphi / \partial x)_{x=\pm(l_x/2)} = (H \pm 4\pi I / cl_z) (2\pi a / \Phi_0). \quad (7)$$

Здесь мы опустили емкостный ток, приводящий к плазменным колебаниям, считая частоты не слишком большими $\omega RC \ll 1$. Уравнение (6) описывает также неоднородный туннельный ДП или соизмеримую ВЗП, взаимодействующую с примесями ⁷. Если флуктуации малы ($f_0 \ll 1$), то в статическом случае малыми будут и флуктуации φ ⁷. Однако, в динамическом случае ($I > I_c$) сколь угодно малые f приводят к исчезновению ступенек Шапиро ΔI_S , если размеры системы достаточно большие.

Найдем вид ВАХ и величину ΔI_S , предположив, что $l_x \ll l_0$ и считая ток большим: $I \gg I_c$. В отсутствие H решение (6) можно искать в виде $\varphi = \omega t + \theta(r_\alpha) + \psi(r_\alpha, t) + I(t) \frac{x^2}{2I_c l_0^2}$, где $I(t) = I + I_\omega \sin(\omega t)$, функция $\psi(r_\alpha, t)$ мала ($\psi \ll 1$) и осциллирует во времени, а функция $\theta(r_\alpha)$ состоит из плавно меняющейся части $\theta_1(r_\alpha) \gtrsim 1$ и малой части $\theta_2 \ll 1$, меняющейся заметно на длинах $\lesssim l_0 (I_c/I)^{1/2}$. Подставим $\varphi(r_\alpha, t)$ в (6) и разложим $\sin \varphi$ в ряд по степеням ψ, x^2 и θ_2 с точностью до 1-го по ψ порядка и до нулевого порядка по $x^2 \sim l_x^2$ и θ_2 . Определив ψ , найдем вид ВАХ при $I \gg I_c$

$$\delta I / I_c = I / I_c - [I_c \omega + (2\omega\tau_c)^{-1}] = (f_0^2 / 2) \sum_q \frac{\omega\tau_c S / l_0^2}{(\omega\tau_c)^2 + (ql_0)^4} = \frac{\pi f_0^2 S / l_0^2}{2\sqrt{2\omega\tau_c}}. \quad (8)$$

Частота ω связана с напряжением на длине l_y : $2eV = \hbar\omega l_y / a = \hbar\omega N$, где N – число гранул на длине l_y . Правая часть (8) дает поправку к ВАХ за счет разброса I_c и при больших токах определяет характер приближения ВАХ к омической зависимости. Для $\theta_1(q)$ имеем $\theta_1(q) = -(\omega\tau_c f(q)/(l_0^2 q^2))((\omega\tau_c)^2 + l_0^4 q^4)^{-1}$, т.е. при малых q величина θ_1 расходится, что приводит к подавлению ΔI_S . Для ступеньки Шапиро получим

$$\Delta I_S / I_c = (I_\omega / I) \cos \theta_1 = (I_\omega / I) \exp[-\langle \theta_1^2 \rangle / 2] \sim \exp[-(f_0 / l_0)^2 S (l_y / l_0)^3 (I_c / I)^2].$$

Итак, при большой длине мостика ($l_y^3 > l_0^3 = l_0^5 (I/I_c)^2 / (f_0^2 S)$) величина ΔI_S мала.

В случае образцов с $l_{x,y} \gg l_z$ (например, пленок) качественные выводы сохраняются, но количественно результаты изменятся, т.к. меняются зависимости $\theta_1(q)$ и $\psi(q)$ из-за появления в (6) функции $F(q)$ (см. обсуждение формулы (5)). В частности, изменение ВАХ за счет флуктуаций вместо (7) имеет вид $\delta I / I_c = f_0^2 \pi (l_z / l_0) \operatorname{sgn} V$, т.е. появляется избыточный ток, не зависящий от $|V|$ и обусловленный не андреевским отражением ⁸, а флуктуациями I_c . Критерий когерентности также меняется: ΔI_S не мала, если $l_y < l_S = l_0 (I/I_c)^2 (l_0/l_z)^2 (S f_0^2 / l_0^2)^{-1}$.

При наличии поля H для нахождения $I(V)$ можно действовать аналогичным образом. Оказывается, однако, что роль флуктуаций меняется. Если, по-прежнему, считать $l_x < l_0$, то осцилляции ВАХ $\delta I/I_c = (I_c/2I)(\cos \tilde{\Phi})/\tilde{\Phi}^2$ (где $\tilde{\Phi} = 2\pi Hl_x a/\Phi_0$, $I \gg I_c$) существуют при любой длине мостика l_y . Таким образом, возможно наблюдение магнитоосцилляций в одном мостике ВТСП³, если размер l_x не слишком велик ($l_x \lesssim l_0$), а размер l_y произволен. В то же время ступеньки Шапиро наблюдаются лишь в мостике конечной длины $l_y < l_S$.

Литература

1. Müller K., Bednorz J., Morgenstern I. Z.Physik, B Cond Mat., 1987, **69**, 33.
2. Zavaritsky N.V., Zavaritsky V.N. Physica 1988, C 153 – 155, 1405.
3. Закосаренко В.М., Ильичев Е.В., Тулин В.А. Письма в ЖЭТФ, 1988, **48**, 140.
4. Harrop S. et al. Physica. C, 1988, 153 – 155, 1410: Fon X. et al. Ibid., p. 1413., de Waele A.T. et al. Ibid., p. 1415.
5. Clem J. Physica. C, 1988, 153 – 155, 50.
6. Сонин Э.Б. Письма в ЖЭТФ, 1988, **47**, 415.
7. Ефетов К.Б., Ларкин А.И. ЖЭТФ, 72, 2350.
8. Артеменко С.Н., Волков А.Ф., Зайцев А.В. ЖЭТФ, 1979, **76**, 1816.

Институт радиотехники и электроники
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
25 ноября 1988 г.