Письма в ЖЭТФ, том 49, вып. 3, стр. 152 – 155 *10 февраля 1989 г.*

ПРОДОЛЬНАЯ МАГНИТОТЕРМОЭДС МЕТАЛЛА С ПРОИЗВОЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ФЕРМИ

А.А.Варламов, А.В.Панцулая

Показано, что продольная компонента тензора термоэдс металла в магнитном поле испытывает гигантские осцилляции.

Хорошо известно, что кинетические характеристики металла в зависимости от приложенного к нему магнитного поля H испытывают осцилляции того же типа, что и в эффекте де Гааза–ван Альфена [1]. Однако если осцилляции де Гааза–ван Альфена связаны с периодической зависимостью термодинамического потенциала $\Omega(\mu)$ от поля H, то осцилляции кинетических характеристик возникают благодаря изменениям в процессах рассеяния электронов проводимости в магнитном поле. В работах [2, 3] было показано, что осциллирующая добавка проводимости происходит от изменения вероятности рассеяния электронов на примесях в магнитном поле. Однако до настоящего времени исследование магнитотермоэдс проводилось либо в рамках термодинамического подхода [4], либо в первом приближении по рассеянию [5], а зависимость времени электрон-примесной релаксации τ от магнитного поля никак не учитывалась.

В данной работе мы исследуем осцилляции продольной магнитотермоэдс металла с произвольной поверхностью Ферми, обусловленные зависимостью времени релаксации электронов проводимости от поля H. Мы ограничимся квазиклассическим случаем $\Omega \ll \mu$, где μ – химический потенциал, Ω – циклотронная частота, но предположим что $\tau \gg \Omega^{-1}$. Если магнитное поле H направлено вдоль оси z, то энергия электрона определяется формулой уровней Ландау

$$\epsilon_\sigma(p_z, n) = \frac{S(p_z, n)}{2\pi m^*} - \frac{eH}{2mc}\hat{\sigma}_z + E(p_z), \tag{1}$$

где $S(n, p_z) = (2\pi eH/c)(n+\gamma)$ – площадь сечения поверхности постоянной энергии плоскостью $p_z = \mathrm{const}$, $m^* = (2\pi)^{-1}(\partial S/\partial\epsilon)$– циклотронная масса, $\Omega = eH/m^*c$, $\hat{\sigma}_z$ – матрица Паули, $\gamma \in [0,1]$.

Рассмотрим случай чистого металла $(T\tau \gg 1)$, считая для простоты матричный элемент рассеяния U постоянным. В квазиклассическом пределе, когда состояния характеризуются квантовыми числами n и p_z, для вероятности рассеяния получаем

$$W(\epsilon) = \frac{n_i |U|^2 eH}{2\pi c}\int dp'_z \sum_{n'} \delta(\epsilon - \epsilon_\sigma(p'_z, n')). \tag{2}$$

Если считать взаимодействие электронов с примесью не зависящим от электронного спина, то проекция спина не меняется при рассеянии и можно рассматривать соответствующие токи от электронов с проекциями спина $\pm {}^1/_2$ независимо. Поскольку кинетику металла определяют лишь электроны находящиеся вблизи поверхности Ферми ($\xi = \epsilon_\sigma - \mu \lesssim T$), а в интегральных выражениях для кинетических коэффициентов всегда фигурирует множитель $\mathrm{ch}^{-2}\left(\frac{\epsilon_\sigma - \mu}{2T}\right)$ формально зависимость ϵ от спина можно перенести в химический потенциал

$$\epsilon_\sigma(p_z, n) - \mu = \epsilon(p_z, n) - \mu_\sigma, \quad \mu_\sigma = \mu + \frac{eH}{2mc}\hat{\sigma}_z. \tag{3}$$

Преобразованное с помощью формулы Пуассона выражение для вероятности рассеяния $W(\epsilon)$

приобретает вид:

$$W(\epsilon) = W_0 [1 + \frac{eH}{\pi^2 c \nu(\epsilon)} \operatorname{Re} \int dp_z' \sum_{k=1}^{\infty} \int_{-\gamma}^{\infty} \delta(\epsilon - \epsilon(p_z', n')) e^{2\pi i k n'} dn'] , \qquad (4)$$

где $W_0 = \pi n_i |U|^2 \nu(\epsilon)$ – вероятность рассеяния, не зависящая от поля H.

Стандартным образом переходя от интегрирования по n' к интегрированию по энергии, разлагая $n(\epsilon, p_z)$ по степеням p_z вблизи точек экстремального значения $n_m(\epsilon)$, и наконец интегрируя по p_z' и ϵ' для времени релаксации τ получим

$$\tau(\epsilon) = \tau_0 [1 - \frac{1}{\pi^2 \nu(\epsilon)} (\frac{2\pi e H}{c})^{1/2} \operatorname{Re} \sum_m m_m^* e^{i\eta \frac{\pi}{4}} \left| \frac{\partial^2 S_m}{\partial p_z^2} \right|^{-1/2} \times$$

$$\times \sum_{k=1}^{\infty} k^{-1/2} e^{2\pi i k [n_m(\mu_\sigma) + (\partial n/\partial \epsilon)_{\mu_\sigma} (\epsilon - \mu_\sigma)]}], \qquad (5)$$

где $\tau_0 = W_0^{-1}$, суммирование по m означает суммирование по всем экстремальным сечениям поверхности Ферми плоскостью $p_z = \text{const}$, $\eta = \operatorname{sign}(\partial^2 S_m / \partial p_z^2)$.

Перейдем к вычислению компоненты β_{zz} -тензора термоэлектрического коэффициента β_{ik} ($\nabla T \parallel \mathbf{E} \parallel \mathbf{H} \parallel$ оси z)

$$\beta_{zz} = - \frac{e}{3T} \int v^2 \tau(\xi) \nu(\xi) \frac{\xi d\xi}{4T \operatorname{ch}^2 \xi/_{2T}} \qquad (6)$$

Подставляя в (6) выражение (5), интегрируя по ξ и усредняя по проекциям спина получаем

$$\beta_{zz} = \beta_{zz}^0 + \beta_{zz}^H , \qquad (7)$$

где $\beta_{zz}^0 = - \frac{e\pi^2}{9} T \frac{d(v^2 \tau_0 \nu)_\mu}{d\mu}$ — термоэлектрический коэффициент β в отсутствие магнитного поля, а

$$\beta_{zz}^H = - \frac{1}{3} (\frac{2}{\pi})^{3/2} e (v^2 \tau_0)_\mu (\frac{eH}{c})^{1/2} \sum_m m_m^* \left| \frac{\partial^2 S_m}{\partial p_z^2} \right|^{-1/2} \sum_k k^{-1/2} \cos(\pi k \frac{m_m^*}{m}) \times$$

$$\times \Psi_1 (\frac{2\pi^2 T}{\Omega} k) \sin [\frac{S_m c}{eH} k + \eta \frac{\pi}{4}] . \qquad (8)$$

В отличие от фоновой части β_0, при вычислении интеграла (6) главная частотная зависимость (по параметру μ/Ω) произошла из-за сильноосциллирующей экспоненты, а не от обычного слагаемого $\sim \xi^2$. Интересно, что вошедшая в ответ функция

$$\Psi_1(x) = \int_0^\infty \frac{t \sin \frac{2x}{\pi} t}{\operatorname{ch}^2 t} dt = \frac{\pi}{2 \operatorname{sh} x} [x \operatorname{cth} x - 1] = \begin{cases} \frac{\pi}{6} x (1 - \frac{7}{30} x^2) & x \ll 1, \\ \pi x e^{-x} & x \gg 1 \end{cases} , \qquad (9)$$

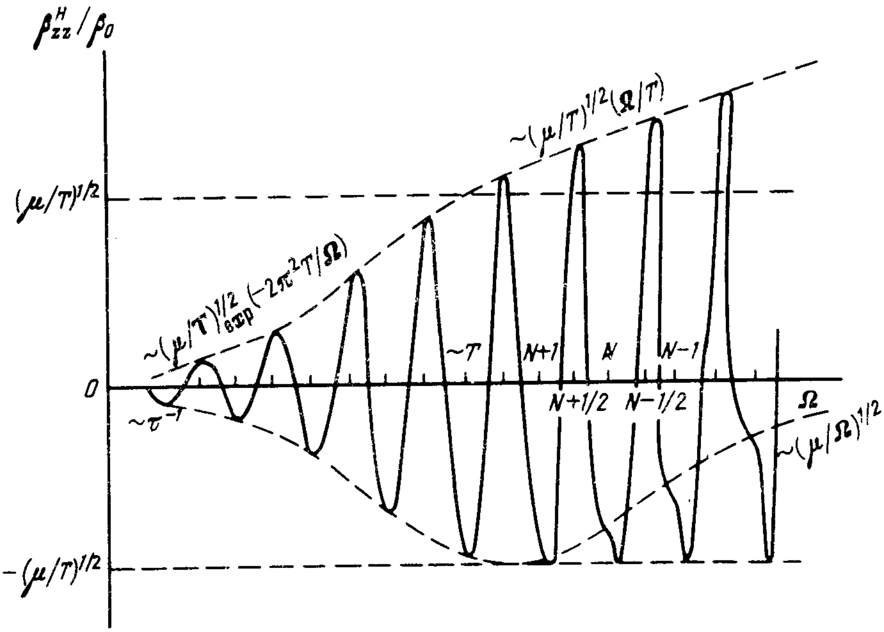
оказывается полной производной от функции $\Psi(x) = x/_{\operatorname{sh} x}$ ($\Psi_1(x) = - \frac{\pi}{2} \Psi'(x)$) возникающей при описании осцилляций проводимости Шубникова–де Гааза нормального металла в магнитном поле [1].

Поведение продольной магнитотермоэдс $Q_{zz}(\Omega) = -\beta_{zz}/\sigma_{zz}$ совпадает с поведением термоэлектрического коэффициента β_{zz} с точностью до членов $\sim \Omega/\mu$. Действительно, относительные осцилляции проводимости $(\sigma_{zz} - \sigma^0_{zz})/\sigma^0_{zz}$ в магнитном поле имеют вид [1]:

$$\frac{\sigma_{zz} - \sigma^0_{zz}}{\sigma^0_{zz}} = \frac{1}{\pi^{3/2}\nu(\mu)}\left(\frac{2eH}{c}\right)^{1/2} \sum_m m^*_m \left|\frac{\partial^2 S_m}{\partial p_z^2}\right|^{-1} \sum_k k^{-1/2}\cos\left(\pi k\frac{m^*_m}{m}\right)\Psi\left(\frac{2\pi^2 T}{\Omega}k\right) \times$$

$$\times \cos\left[\frac{S_m c}{eH}k + \eta\frac{\pi}{4}\right]. \qquad (10)$$

Легко видеть, что они малы по параметру Ω/μ по сравнению с осцилляциями $\beta^H_{zz}/\beta^0_{zz}$ и не совпадают с ними по фазе, так что $Q_{zz}(\Omega) \approx -\beta^H_{zz}/\sigma^0_{zz}$.



Схематическая зависимость относительного термоэлектрического коэффициента β^H_{zz}/β^0 от циклотронной частоты $\Omega = eH/m^*c$. Точками $N+a$ обозначены значения Ω_{N+a}, при которых $\mu/\Omega_{N+a} = N + a$, где N – целое число

Для наглядности дальнейший анализ проведем в рамках модели свободных электронов $(\epsilon = \Omega(n + 1/2) + p_z^2/2m,\ m^* = m,\ (\partial^2 S/\partial p_z^2) = -2\pi)$, где выражение (8) значительно упрощается

$$\beta^H_{zz} = (6/\pi^2)\beta^0_{zz}(\mu/2T)^{1/2}(\Omega/T)^{1/2}\sum_k(-1)^{k+1}k^{-1/2}\Psi_1\left(\frac{2\pi^2T}{\Omega}k\right)\sin\left(\frac{2\pi\mu}{\Omega}k - \frac{\pi}{4}\right). \qquad (11)$$

В случае слабых полей $(\Omega \ll 2\pi^2 T)$ ввиду экспоненциального убывания членов ряда, в (11) достаточно ограничиться первым членом суммы с $k = 1$, и для термоэлектрического коэффициента получаем

$$\beta^H_{zz} = 6\pi\beta_0(2\mu/\Omega)^{1/2}\exp\left(-\frac{2\pi^2T}{\Omega}\right)\sin\left(\frac{2\pi\mu}{\Omega} - \frac{\pi}{4}\right). \qquad (12)$$

В случае сильных полей ($\Omega \gg 2\pi^2 T$) для оценки величины суммы (11) ограничимся в суммировании ряда членами с $k \lesssim k_0 \sim [\Omega/2\pi^2 T]$, заменив функцию $\Psi_1(2\pi^2 T/\Omega)$ ее асимптотическим значением при малых аргументах

$$s = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k k^{-1/2} \Psi_1\left(\frac{2\pi^2 T}{\Omega} k\right) \sin\left(\frac{2\pi\mu}{\Omega} k - \frac{\pi}{4}\right) \approx \frac{\sqrt{2}\pi^3}{6} \frac{T}{\Omega} \sum_{k=1}^{\sim k_0} (-1)^k k^{1/2} \times$$

$$\times \left[\sin\frac{2\pi\mu}{\Omega} k - \cos\frac{2\pi\mu}{\Omega} k\right]. \qquad (13)$$

В точках $\Omega_{N+1/2}$ таких, что $\mu/\Omega_{N+1/2} = N + 1/2$ (N – целое число), где все члены суммы (13) входят с одним знаком $\beta^H(\Omega_{N+1/2}) \sim \beta_0 (\mu/T)^{1/2} (\Omega_{N+1/2}/T)$. Можно определить также и значение термоэлектрического коэффициента в другой особой точке $\Omega = \Omega_{N+1/4}$. Тут выражение, стоящее в (13) в квадратных скобках, принимает значения ± 1 и сумму удается вычислить, причем она определяется первыми своими членами (а не верхним пределом, как это было для $s(\Omega_{N+1/2})$): $\beta^H(\Omega_{N+1/4}) = -0{,}65\beta_0 (\mu/\Omega_{N+1/4})^{1/2}$. Аналогичное рассмотрение суммы (13) в точках Ω_N, $\Omega_{N-1/4}$ показывает, что $\beta(\Omega_N) \sim \beta(\Omega_{N-1/4}) \sim \beta_0 (\mu/T)^{1/2}$, но знак ее быстро меняется с изменением Ω.

Отметим, что β^H превышает β_0 по большому параметру μ/T и в этом смысле можно сказать, что в продольной термоэдс в сильном магнитном поле ($\Omega \gg 2\pi^2 T$) возникают гигантские осцилляции.

Схематическая зависимость осцилляций коэффициента β^H_{zz} с ростом магнитного поля представлена на рисунке. В области слабых полей имеют место синусоидальные колебания с постепенно возрастающей амплитудой, в области же сильных полей кривая становится явно асимметричной относительно оси Ω, возникают пики в области $\beta > 0$, соответствующие точкам $\mu/N + 1/2$, а в точках $\mu/N + 1/4$, $\beta < 0$ и имеет заметно возрастающий по мере увеличения поля перегиб.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность А.А.Абрикосову за постоянный интерес к работе и ценные замечания.

Литература

1. *Абрикосов А.А.* Основы теории металлов. М.: Наука, 1987, с. 519.
2. *Adams E.N., Holstein T.D.* J. Phys. Chem. Sol.,1959, **10**, 254.
3. *Абрикосов А.А.* ЖЭТФ, 1969, **56**, 1391.
4. *Образцов Ю.Н.* ФТТ, 1965. **7**, 573.
5. *Ансельм А.И., Образцов Ю.Н., Тарханян Р.Г.* ФТТ, 1965, **7**, 2838.

Московский институт стали и сплавов

Институт физики
Академии наук Грузинской ССР

Поступила в редакцию
20 декабря 1988 г.