Письма в ЖЭТФ, том 110, вып. 6, с. 368 – 375

Катализ $\langle\bar{b}b\rangle$ конденсата в модели составного хиггса

А. А. Осипов[+1)], *М. М. Халифа*[*×1)]

[+]*Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия*

[*]*Московский физико-технический институт, 141701 Долгопрудный, Россия*

[×]*Department of Physics, Al-Azhar University, 11751 Cairo, Egypt*

Поступила в редакцию 11 июня 2019 г.
После переработки 12 августа 2019 г.
Принята к публикации 22 августа 2019 г.

Изучается проблема возникновения масс кварков на основе механизма динамического нарушения $SU(2)_L \times U(1)_R$ симметрии электрослабых взаимодействий. С этой целью используется модель с четырехкварковыми локальными связями, приводящими к формированию $\langle\bar{t}t\rangle$ конденсата и составных хиггсовских бозонов. Мы показываем, что данный процесс является катализатором $\bar{b}b$ конденсации при наличии сколь угодно малого взаимодействия т'хофтовского типа. Вычислен спектр составных скалярных возбуждений. Получено выражение для массы стандартного хиггсовского бозона, которое существенно улучшает согласие модели топ-конденсации с экспериментом. Отмечается, что при выполнении правил сумм Намбу, стандартный бозон Хиггса должен иметь трех партнеров одинаковой массы $\sim$ 245 ГэВ, отличающихся электрическими зарядами. Обсуждается возможность перехода системы в кирально-симметричную фазу, что сопровождается соответствующим изменением спектра элементарных возбуждений.

DOI: 10.1134/S0370274X19180036

Проблема возникновения масс в калибровочных теориях, включая Стандартную Модель (СМ) электрослабых взаимодействий, решается посредством механизма Хиггса. При этом бозон Хиггса рассматривается как фундаментальная частица, а природа хиггсовского потенциала остается загадкой. Наряду с этим изучаются всевозможные сценарии динамического образования составного хиггсовского бозона. Этот механизм навеян плодотворной идеей, независимо высказанной сразу несколькими учеными: Намбу [1, 2], Ваксом и Ларкиным [3], а также Арбузовым, Тавхелидзе, и Фаустовым [4]. Ее суть заключается в том, что теория безмассового фермионного поля с четырехфермионными взаимодействиями может приводить к динамическому нарушению симметрии, как только константа связи данных взаимодействий превысит некоторую критическую величину. Наличие критической связи ведет к образованию щели в фермионном спектре и выпадению бозонного конденсата. Коллективные возбуждения конденсата проявляются в виде бозонных мод, а их динамика описывается эффективным действием, которое несложно установить.

Идея составного хиггсовского бозона, образованного в результате действия новой силы (техницвет), приводящей к динамическому нарушению симметрии, впервые обсуждалась Вайнбергом [5, 6] и независимо Сасскиндом [7] почти сразу после возникновения СМ. Однако с появлением точных феноменологических данных модель техницвета столкнулась с рядом трудностей [8], что послужило толчком к развитию моделей, не ставящих перед собой цель объяснить природу новой фундаментальной силы. Как правило, это модели, обладающие высокой группой симметрии, за нарушение которой отвечает еще неизвестная нам динамика (ввиду огромного числа работ, появившихся в последнее время, мы ссылаемся на свежий обзор [9], отражающий современные представления о физике, связанной с бозоном Хиггса).

Вопрос динамического нарушения симметрии в теориях с сильной связью интенсивно изучается, и в настоящее время лежит в основе ряда современных версий происхождения масс за рамками СМ [10–14]. Примером тому может служить теория $\langle\bar{t}t\rangle$ конденсации, трактующая огромную (по сравнению с остальными кварками) массу топ-кварка, как следствие фазового перехода, связанного с динамическим нарушением $SU(2)_L \times U(1)_R$ симметрии электрослабых взаимодействий. Она была развита в работах Теразавы с

1)e-mail: aaosipov@jinr.ru; mkhalifa@phystech.edu

сотрудниками [15–18]. Идея была поддержана Намбу [19], а затем изучалась Миранским, Танабаши и Ямаваки [20, 21] в контексте специфической модели с четырехкварковыми взаимодействиями. Дальнейшее развитие идеи связано с работами Марциано [22, 23], а также Бардина, Хилла и Линднера [24]. В последней работе проведен детальный анализ проблемы $\bar{t}t$ конденсации, который учитывает эффекты ренормгруппового подхода, улучшающие согласие теории с экспериментом. В результате было установлено, что хиггсовский бозон может быть сильно связным $\bar{t}t$ состоянием [25], а массы топ-кварка и бозона Хиггса могут быть ассоциированы с наличием стабильной инфракрасной фиксированной точки уравнений ренормгруппы [26–28].

Основной проблемой данного подхода, известной уже более сорока лет и, в частности, еще раз отмеченной в недавнем докладе Ямаваки [29], является неудовлетворительное описание массы бозона Хиггса $m_H = 2m_t$. Этот результат был получен в лидирующем порядке $1/N_c$ разложения (здесь $m_t = 173\,$ГэВ – масса топ-кварка, а N_c – число цветов у кваркового поля), и основывается на суммировании планарных однопетлевых фермионных диаграмм, генерируемых четырехфермионным взаимодействием $\bar{t}t\bar{t}t$, в скалярном канале, при условии, что константа этого взаимодействия превышает свое критическое значение. При этом обычно предполагается, что $\bar{b}b$ конденсат отсутствует, ввиду малости соответствующей константы связи. Мы покажем, что даже при отсутствии $\bar{b}b$ конденсата, четырехкварковые взаимодействия, ответственные за нарушение пространственной четности, в лидирующем $1/N_c$ приближении ведут к формированию вакуума, в котором масса хиггсовской моды выражается формулой $m_H = \sqrt{2}m_t$, что открывает путь к успешному вычислению массы бозона Хиггса и тем самым решает вышеуказанную проблему.

Другой нашей целью является интересное следствие теории [20, 21], касающееся механизма формирования $\bar{b}b$ конденсата. Основываясь на эффективном потенциале теории, полученном в лидирующем по $1/N_c$ приближении, мы показываем, что катализатором $\bar{b}b$ конденсации выступают четырехкварковые взаимодействия, отвечающие за образование составного ($\bar{t}t$) бозона Хиггса. При этом другое четырехкварковое взаимодействие т'хофтовского типа (при любой сколь угодно малой величине константы связи) индуцирует процесс выпадения $\bar{b}b$ конденсата и генерации массы b кварка. Данное физическое явление имеет отдаленное сходство с эффектом магнитного катализа, которое мы вкратце обсудим.

В заключение, мы обсудим физические следствия применения правила сумм Намбу [30], связывающего спектр бозонных мод в определенном канале с доминирующей массой кваркового конденсата m_f, $\sum m^2_{\text{boson}} = 4m_f^2$. Первоначально это правило обсуждалось Намбу для сверхтекучего ^{3}He-B и БКШ модели сверхпроводимости. Позднее [31, 32], оно было обобщено на целый ряд систем, относящихся как к физике конденсированых сред, так и к релятивистской теории поля, включая модели топ-конденсации. Мы покажем, что правило сумм выполняется и в модели [20], позволяя предсказать массу партнеров основного хиггсовского состояния.

Нашей отправной точкой является лагранжева плотность модели [20, 21], которая описывает $SU(2)_L \times U(1)_R$ калибровочно инвариантные четырехкварковые взаимодействия, эффективно аппроксимирующие неизвестную нам физику выше некоторого масштаба $\Lambda \gg \Lambda_{EW} \simeq 250\,$ГэВ

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{4\psi} &= g_1 \left(\bar{\psi}^a_L \psi^b_R\right)\left(\bar{\psi}^b_R \psi^a_L\right) + \\ &+ g_2 \left(\bar{\psi}^a_L \psi^b_R\right)(i\tau_2)^{ac}(i\tau_2)^{be}\left(\bar{\psi}^c_L \psi^e_R\right) + \\ &+ g_3 \left(\bar{\psi}^a_L \psi^b_R\right)\tau_3^{bc}\left(\bar{\psi}^c_R \psi^a_L\right) + \text{h.c.} \qquad (1)\end{aligned}$$

Чтобы не загромождать обозначения, мы явно не указываем цветовые степени свободы кварков, по которым проводится неявное суммирование между полями, указанными в круглых скобках. Здесь также предполагается суммирование по латинским $(a, b, c, e = 1, 2)$ повторяющимся индексам, которые отвечают ароматическим степеням свободы кварковых полей. Для простоты анализа мы рассматриваем кварки третьего поколения. В этом случае

$$\psi_L = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix}. \qquad (2)$$

Операторы проецирования на киральные состояния имеют стандартный вид $P_R = \frac{1}{2}(1+\gamma_5)$, $P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)$, где $\psi_L = P_L\psi$, $\psi_R = P_R\psi$. Три независимые константы g_i имеют размерность $[g_i] = M^{-2}$.

Выражению (1) можно придать несколько иной вид, если отказаться от киральных переменных в пользу билинейных по кварк-антикварковым полям комбинаций

$$s_\alpha = \bar{\psi}\tau_\alpha\psi, \quad p_\alpha = \bar{\psi}i\gamma_5\tau_\alpha\psi, \qquad (3)$$

которые можно собрать в 2×2 комплексную матрицу

$$\Sigma = \frac{1}{2}(s_\alpha + ip_\alpha)\tau_\alpha. \qquad (4)$$

Предполагается, что греческий индекс α пробегает значения $\alpha = 0,1,2,3$, при этом $\tau_0 = 1$, а $\tau_i,\ i = 1,2,3$ – обычные матрицы Паули. Тогда для (1) имеем

$$\mathcal{L}_{4\psi} = \frac{g_1}{2}\mathrm{tr}\left(\Sigma^\dagger\Sigma\right) + \frac{g_2}{2}\left(\det\Sigma + \det\Sigma^\dagger\right) + \\ + \frac{g_3}{2}\mathrm{tr}\left(\Sigma^\dagger\Sigma\tau_3\right). \qquad (5)$$

Отсюда ясно, что первое слагаемое инвариантно относительно локальных $U(2)_L\times U(2)_R$ киральных преобразований, второе (взаимодействие т'хофтовского типа) относительно локальных $SU(2)_L\times SU(2)_R$ преобразований, а последнее слагаемое не изменяется при действии калибровочной группы $SU(2)_L\times U(1)_R$. Для дальнейшего важно отметить, что взаимодействие с константой связи g_3 нарушает пространственную четность и изотопическую симметрию.

Полная теория описывается $SU(2)_L\times U(1)_R$ калибровочно инвариантной лагранжевой плотностью

$$\mathcal{L} = \bar\psi_L i\gamma^\mu\mathcal{D}_\mu\psi_L + \bar\psi_R^a i\gamma^\mu\mathcal{D}_\mu\psi_R^a + \mathcal{L}_{4\psi}, \qquad (6)$$

где мы не приводим явные выражения для ковариантных производных, поскольку они стандартны и не потребуются в дальнейшем, а также опускаем несущественные для дальнейшего члены электрослабого лагранжиана.

Чтобы исследовать вакуумную структуру теории, необходимо получить эффективный потенциал. С этой целью введем бозонные переменные π_α и σ_α, в терминах которых лагранжева плотность (6) принимает следующую эквивалентную форму

$$\mathcal{L} = \bar\psi\left(i\gamma^\mu\mathcal{D}_\mu + \sigma + i\gamma_5\pi\right)\psi - V(\pi_\alpha,\sigma_\alpha), \qquad (7)$$

$$V(\pi_\alpha,\sigma_\alpha) = \frac{1}{g^2}\left[(g_1+g_2)(\pi_0^2+\sigma_i^2) + \right. \\ + (g_1-g_2)(\sigma_0^2+\pi_i^2) - \\ \left. - 2g_3(\pi_0\pi_3 + \sigma_0\sigma_3 - \sigma_1\pi_2 + \sigma_2\pi_1)\right], \qquad (8)$$

где $g^2 = g_1^2 - g_2^2 - g_3^2$. Данная форма удобна для $1/N_c$ разложения теории, поскольку здесь можно проинтегрировать по кварковым полям. В результате интегрирования в однопетлевом приближении имеем

$$\mathcal{L} = iN_c\mathrm{Tr}\ln\left(i\gamma^\mu\mathcal{D}_\mu + \sigma + i\gamma_5\pi\right) - V(\pi_\alpha,\sigma_\alpha). \qquad (9)$$

Для получения эффективного потенциала осталось вычислить бесконечную сумму из однопетлевых кварковых диаграмм с внешними бозонными полями при нулевых значениях их импульсов. Она содержится в действительной части первого слагаемого. В результате находим

$$V_{\text{eff}}(\sigma_\alpha,\pi_\alpha) = \frac{N_c}{8\pi^2}\left[\left(\sigma_\alpha^2+\pi_\alpha^2\right)^2\ln\left(1+\frac{\Lambda^2}{\sigma_\alpha^2+\pi_\alpha^2}\right) - \right. \\ \left. - \left(\sigma_\alpha^2+\pi_\alpha^2\right)\Lambda^2 - \Lambda^4\ln\left(1+\frac{\sigma_\alpha^2+\pi_\alpha^2}{\Lambda^2}\right)\right] + \\ + V(\sigma_\alpha,\pi_\alpha), \qquad (10)$$

где мы ввели ковариантное обрезание Λ, чтобы устранить ультрафиолетовые расходимости в интеграле по 4-импульсам. Наряду с константами четырехкварковых взаимодействий, данный параметр рассматривается как естественный атрибут теории, характеризующий масштаб, на котором происходит динамическое нарушение калибровочной симметрии, генерирующее появление составного хиггсовского состояния.

Предполагая, что вакууные ожидания полей σ_0 и σ_3 могут отличаться от нуля: $\langle\sigma_0\rangle = -m_0$, $\langle\sigma_3\rangle = -m_3$, находим условия минимальности потенциальной энергии (уравнения щели) для определения m_0 и m_3.

$$\frac{1}{g^2}\left[m_0(g_1-g_2) - m_3g_3\right] = m_0I_0(m^2), \qquad (11)$$

$$\frac{1}{g^2}\left[m_3(g_1+g_2) - m_0g_3\right] = m_3I_0(m^2), \qquad (12)$$

где

$$I_0(m^2) = \frac{N_c}{4\pi^2}\left[\Lambda^2 - m^2\ln\left(1+\frac{\Lambda^2}{m^2}\right)\right], \qquad (13)$$

и введены следующие обозначения: $m^2 = m_0^2 + m_3^2 = (m_t^2+m_b^2)/2$, $m_t = m_0 + m_3$, $m_b = m_0 - m_3$.

Массы кварков сильно отличаются, $m_t \gg m_b$, поэтому феноменологически приемлемое решение уравнений щели следует искать вблизи равных значений $m_0 = m_3 = m/\sqrt{2}$, что соответствует массам $m_t = \sqrt{2}m$, $m_b = 0$. Данное решение существует, если система уравнений (11)–(12) совместна, что ведет к условию $g_2 = 0$ и единственному уравнению

$$m\left[1 - (g_1+g_3)\,I_0(m^2)\right] = 0, \qquad (14)$$

которое имеет нетривиальное решение, $m \neq 0$, если сумма $g_1 + g_3$ превышает критическую величину $g_c = 4\pi^2/(N_c\Lambda^2)$.

Итак, уравнение щели имеет решение $m_b = 0$, только если $g_2 = 0$. Обратное утверждение, вообще говоря, неверно. Предположив, что $g_2 = 0$, помимо найденного выше решения, уравнение щели содержит другое: $g_2 = g_3 = 0$, $m_0 \neq m_3$, где m_0 и m_3 являются решением уравнения $1 = g_1I_0(m^2)$. Ясно, что $U(2)_L\times U(2)_R$ кирально симметричное взаимодействие с константой $g_1 > g_c$ может привести только к единственному отвечающему данной симметрии решению $m_3 = 0$ и $m_0 = m$, т.е., $m_t = m_b = m$. В результате можно сделать вывод, что если отсутствует $SU(2)_L \times SU(2)_R$ кирально симметричное взаимодействие ($g_2 = 0$), то масса b-кварка равна нулю. При этом предполагается, что константы связи удовлетворяют условиям: $g_1 + g_3 > g_c$, $g_1 \leq g_c$ и $g_3 \neq 0$. Другими словами, наличие взаимодействия с отличной от нуля константой связи g_3 – существенное условие для динамической генерации малой массы b-кварка.

Чтобы продвинуться дальше, нам потребуются уравнения (11) и (12), которые мы запишем в терминах масс кварков

$$1 - \left(g_1 + g_2 \frac{m_t^2 + m_b^2}{2m_t m_b}\right) I_0(m^2) = 0, \tag{15}$$

$$g_3 = \frac{m_t^2 - m_b^2}{2m_t m_b} g_2. \tag{16}$$

Подчеркнем, что данные уравнения содержат всю информацию о частном случае $m_b = 0$, рассмотренном выше. Действительно, уравнение (16) позволяет вычислить предел

$$\lim_{g_2, m_b \to 0} \frac{g_2}{m_b} = 2\frac{g_3}{m_t}, \tag{17}$$

а уравнение (15) в данном пределе переходит в уравнение (14). С другой стороны, они описывают более общий случай с $m_b \neq 0$.

Переписав (15) в виде

$$1 - \frac{g_c}{g_1 + \alpha g_2} = \frac{1}{x} \ln(1 + x), \tag{18}$$

где $\alpha = (m_t^2 + m_b^2)/(2m_t m_b)$ и $x = \Lambda^2/m^2$, замечаем, что для существования нетривиального решения, отвечающего случаю $m_b \neq 0$, должно быть выполнено условие $(g_1 + \alpha g_2) > g_c$. С помощью (16) легко установить, что

$$g_1 + \alpha g_2 = g_1 + \left(1 + \frac{2m_b^2}{m_t^2 - m_b^2}\right) g_3 > g_1 + g_3. \tag{19}$$

Отсюда следует, что если $g_1 + g_3 > g_c$, неравенство $(g_1 + \alpha g_2) > g_c$ будет выполнено. Как нам уже известно, первое неравенство является условием образования $\langle\bar{t}t\rangle$ конденсата при $\langle\bar{b}b\rangle = 0$. Теперь мы видим, что при наличии сколь угодно малого взаимодействия с $g_2 > 0$, это же условие ведет к формированию $\langle\bar{b}b\rangle$ конденсата. Можно сделать вывод, что взаимодействие, описываемое вершинами с константами g_1, g_3, которые подчиняются условиям $g_1 + g_3 > g_c$, $g_1 < g_c$, играет роль катализатора для формирования ненулевой массы b кварка.

В литературе имеются различные точки зрения на происхождение массы b кварка. Так в [20] обсуждается механизм, когда b кварк приобретает массу от $\bar{t}t$ конденсата за счет пертурбативного учета четырехкваркового взаимодействия с g_2. В работе [11] отмечается возможность образования $\bar{b}b$ конденсата при выполнении условия $g_1 + g_3 > g_1 - g_3 > g_c$, предполагающего тонкую настройку между константами g_1, g_3. Установленный здесь механизм существенно отличается от вышеизложенных. В отличие от [20], мы показали, что, несмотря на малую величину константы связи g_2, имеет место непертурбативный процесс с образованием $\bar{b}b$ конденсата. В отличие от [11], мы установили, что образование $\bar{b}b$ конденсата никак не связано с величиной разности $g_1 - g_3$.

В некотором смысле, обсуждаемый нами феномен напоминает хорошо известное явление магнитного катализа, когда наличие постоянного магнитного поля $H \neq 0$ является катализатором динамического нарушения киральной симметрии, что ведет к генерации массы фермионного поля при сколь угодно малом притягивающем четырехфермионном взаимодействии между частицами [33–38]. В нашем случае роль магнитного поля играет составное поле Хиггса, а роль "слабого" четырехфермионного взаимодействия – четырехфермионная вершина с константой связи g_2, которая генерирует массу b кварка при сколь угодно малой величине данной константы. Конечно, это только поверхностная аналогия, поскольку здесь нет уровней Ландау, индуцирующих процесс конденсации.

Для полноты картины имеет смысл привести массовые формулы бозонных мод

$$m_{\bar{\sigma}_0}^2 = 2(m_t^2 + m_b^2), \tag{20}$$

$$m_{\bar{\pi}_i}^2 = 0, \tag{21}$$

$$m_{\bar{\pi}_0}^2 = m_{\bar{\sigma}_i}^2 = \frac{2g_2}{g^2 I_1(m^2)} \left(\frac{m_t^2 + m_b^2}{m_t m_b}\right), \tag{22}$$

где появление фактора

$$I_1(m^2) = \frac{N_c}{4\pi^2}\left[\ln\left(1 + \frac{\Lambda^2}{m^2}\right) - \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + m^2}\right] \tag{23}$$

связано с переопределением полей $\sigma_\alpha \to (1/\sqrt{I_1})\sigma_\alpha$, $\pi_\alpha \to (1/\sqrt{I_1})\pi_\alpha$ так, чтобы их кинетические члены имели стандартный вид. Массы получены из эффективного потенциала (10) в Намбу–Голдстоуновской фазе. Для этого была выделена квадратичная по полям часть потенциала и проведена диагонализация полученной квадратичной формы посредством ортогонального преобразования

$$\begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \qquad (24)$$

где используется следующая идентификация пар $(x, y) = (\sigma_3, \sigma_0), (\sigma_2, \pi_1), (\pi_0, \pi_3), (\pi_2, \sigma_1)$ и углов

$$\cos\theta = \frac{m_t + m_b}{\sqrt{2(m_t^2 + m_b^2)}}, \quad \sin\theta = \frac{m_t - m_b}{\sqrt{2(m_t^2 + m_b^2)}}. \qquad (25)$$

Угол близок к $\theta \simeq \pi/4$, так как $m_t \gg m_b$. Следует подчеркнуть, что переход к новым переменным, обозначаемым волнистой линией, ведет к состояниям смешанного типа. Так нейтральная голдстоуновская мода $\tilde{\pi}_0$ является смесью двух псевдоскалярных состояний π_0 и π_3, а заряженные голдстоуновские моды $\tilde{\pi}_1 \pm i\tilde{\pi}_2 = \sqrt{2}\tilde{\pi}^{\mp}$ не являются ни скалярами, ни псевдоскалярами, поскольку, как это следует из (24), состоят из смеси скалярных σ_1, σ_2 и псевдоскалярных π_1, π_2 полей.

Чтобы выделить дублеты, отвечающие полям Хиггса, выпишем часть лагранжевой плотности (7), которая описывает юкавовские взаимодействия скалярных бозонов

$$\bar{\psi}\,(\sigma + i\gamma_5\pi)\,\psi = g_b\bar{\psi}_L H_1 b_R + g_t\bar{\psi}_L^a e_{ab} H_{1b}^* t_R + + g_t\bar{\psi}_L H_2 b_R - g_b\bar{\psi}_L^a e_{ab} H_{2b}^* t_R + \text{h.c.}, \qquad (26)$$

где отличные от нуля компоненты полностью антисимметричного единичного тензора ϵ_{ab} определены как $\epsilon_{12} = -\epsilon_{21} = 1$. Здесь мы также ввели два скалярных изодублета

$$H_1 = \begin{pmatrix} \tilde{\pi}_2 + i\tilde{\pi}_1 \\ \tilde{\sigma}_0 - i\tilde{\pi}_3 \end{pmatrix}, \quad H_2 = \begin{pmatrix} \tilde{\sigma}_1 - i\tilde{\sigma}_2 \\ -\tilde{\sigma}_3 + i\tilde{\pi}_0 \end{pmatrix}. \qquad (27)$$

H_1 отвечает стандартному полю Хиггса, а H_2 второй хиггсовской моде.

Юкавовские константы g_t и g_b имеют вид

$$g_t = \frac{2m_t}{m_{\tilde{\sigma}_0}\sqrt{I_1}}, \quad g_b = \frac{2m_b}{m_{\tilde{\sigma}_0}\sqrt{I_1}}. \qquad (28)$$

Сравнивая эти выражения с известным результатом СМ $y_t = \sqrt{2}m_t/v \sim \sqrt{2}g_t$, делаем вывод, что

$$v = \sqrt{(m_t^2 + m_b^2)I_1/2} \simeq 246\,\text{ГэВ}, \qquad (29)$$

где v – вакуумное ожидание поля Хиггса. По нему и по известным значениям масс тяжелых кварков $m_t = 173\,\text{ГэВ}$, $m_b = 4.18\,\text{ГэВ}$ устанавливаем величину обрезания $\Lambda = 3.0 \times 10^{10}\,\text{ГэВ}$. Она характеризует масштаб, на котором образуется $\bar{t}t$ конденсат.

Заметим, что только в частном случае, когда $g_2 = g_3 = 0$, $g_1 > g_c$ масса H_1 выражается характерной для модели Намбу–Иона-Лазинио формулой $m_{\tilde{\sigma}_0} = 2m_t$, но этот случай отвечает слишком тяжелому b кварку $m_b = m_t$, так как здесь $m_3 = 0$.

С уменьшением g_1 константа достигает своего критического значения $g_1 = g_c$. В подкритической области $g_1 < g_c$ для существования нетривиального решения необходимо, чтобы величина константы g_3 отличалась от нуля, так чтобы в сумме $g_1 + g_3 > g_c$. В этом случае решением уравнения щели будут значения $m_0 \simeq m_3$. Данный переход сопровождается изменением симметрии лагранжиана, что характерно для фазовых переходов второго рода.

Изменение структуры вакуума ведет к изменению спектра. Действительно, масса хиггсовского бозона здесь описывается формулой (20). Из которой, в частности, следует, что если пренебречь массой b кварка, масса стандартного хиггсовского бозона принимает вид $m_{\tilde{\sigma}_0} = \sqrt{2}m_t$. Фазовый переход отразился на величине массы составного состояния $\tilde{\sigma}_0$, уменьшив ее в $\sqrt{2}$ раз. Этот результат принципиально отличается от известного в литературе утверждения (см., например, [11]) о массе хиггсовского состояния ($m_H = 2m_t$), и потенциально может привести к успешному решению проблемы массы хиггса. Действительно, хорошо известно, что учет поправок, связанных с эффектом калибровочных взаимодействий в СМ, приводит к возникновению демпфирующего фактора $\simeq 1/\sqrt{2}$ [24, 21, 39, 40]. Кроме того, учет поправок следующего порядка по $1/N_c$ ("граничное условие композитности" плюс уравнения ренормгруппы [24]), дает дополнительный фактор примерно той же величины. С учетом данных поправок, наша формула ведет к феноменологически успешному предсказанию $m_H \simeq m_t/\sqrt{2} = 122\,\text{ГэВ}$.

В качестве дополнительного аргумента в пользу соотношения $m_{\tilde{\sigma}_0} \simeq \sqrt{2}m_t$ приведем соображения, аналогичные изложенным в работе [24], а именно, вместо использованного выше метода эффективного потенциала, рассмотрим подход, основанный на прямом вычислении однопетлевых фермионных диаграмм. Эти вычисления удобнее всего провести в симметричной фазе, хотя они полностью эквивалентны аналогичным вычислениям в Намбу–Голдстоуновском вакууме.

Итак, рассмотрим лагранжеву плотность (7), которую перепишем в виде

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{kin} + \big(\lambda_b\bar{\psi}_L H_1 b_R + \lambda_t\bar{\psi}_L^a e_{ab} H_{1b}^* t_R + + \lambda_t\bar{\psi}_L H_2 b_R - \lambda_b\bar{\psi}_L^a e_{ab} H_{2b}^* t_R + \text{h.c.}\big) - - \frac{1}{2}\left(m_{0H_1}^2 H_1^\dagger H_1 + m_{0H_2}^2 H_2^\dagger H_2\right), \qquad (30)$$

где $\mathcal{L}_{kin}$ – кинетическая часть (7), а массовые части вспомогательных полей H_1 и H_2 и константы λ_t, λ_b имеют вид

$$m_{0H_1}^2 = \frac{2}{g_1 + \sqrt{g_2^2 + g_3^2}}, \tag{31}$$

$$m_{0H_2}^2 = \frac{2}{g_1 - \sqrt{g_2^2 + g_3^2}}, \tag{32}$$

$$\lambda_t = \cos\theta + \sin\theta, \tag{33}$$

$$\lambda_b = \cos\theta - \sin\theta, \tag{34}$$

$$\cos\theta = \tfrac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1 + \tfrac{g_2}{g_2^2+g_3^2}}, \tag{35}$$

$$\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1 - \frac{g_2}{g_2^2 + g_3^2}}, \tag{36}$$

и θ – угол смешивания, который сейчас выражен только через константы четырехкварковых взаимодействий, поскольку уравнения щели не используются. Если мы исключим вспомогательные поля H_1 и H_2, то придем к исходной четырехфермионной теории (1). Напротив, для рассмотрения низкоэнергетической физики можно оставить эффективные хиггсовские поля, дополнив лагранжиан индуцированными калибровочно инвариантными кинетическими и 4-бозонными членами, которые можно получить, выделив лидирующие вклады соответствующих однопетлевых кварковых диаграмм. В результате мы приходим к эффективному действию с плотностью лагранжиана

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = \mathcal{L}_{kin} + \big(\lambda_b \bar{\psi}_L H_1 b_R + \lambda_t \bar{\psi}_L^a e_{ab} H_{1b}^* t_R + \\ + \lambda_t \bar{\psi}_L H_2 b_R - \lambda_b \bar{\psi}_L^a e_{ab} H_{2b}^* t_R + \text{h.c.}\big) + \\ + \Delta\mathcal{L}_{\text{gauge}} - \frac{1}{2}\left(m_{H_1}^2 H_1^\dagger H_1 + m_{H_2}^2 H_2^\dagger H_2\right) + \\ + \frac{Z_H}{2}\left(|\mathcal{D}_\mu H_1|^2 + |\mathcal{D}_\mu H_2|^2\right) - \\ - \frac{\lambda_0}{4}\left(H_1^\dagger H_1 + H_2^\dagger H_2\right)^2,\end{aligned} \tag{37}$$

где при вычислении индуцированных вкладов мы ввели обрезания как на верхнем Λ, так и на нижнем пределе μ. Эффективные константы имеют вид

$$\lambda_0 = 2Z_H = \frac{N_c}{2\pi^2}\ln\frac{\Lambda^2}{\mu^2}, \tag{38}$$

$$m_{H_1}^2 = m_{0H_1}^2 - \frac{N_c}{2\pi^2}\left(\Lambda^2 - \mu^2\right), \tag{39}$$

$$m_{H_2}^2 = m_{0H_2}^2 - \frac{N_c}{2\pi^2}\left(\Lambda^2 - \mu^2\right). \tag{40}$$

Мы не приводим здесь выражения для вклада $\Delta\mathcal{L}_{\text{gauge}}$, связанного с перенормировкой калибровочных констант фермионными петлями, поскольку нас интересует только хиггсовская часть модели. Отметим, что при $\mu \to \Lambda$ константы Z_H и λ_0 обращаются в нуль, и лагранжиан переходит в исходный четырехкварковый. Этим граничным условием достигается самосогласованность подхода. Механизм спонтанного нарушения симметрии содержится в выражении (39), которое при малых значениях μ^2 и соответствующем условии на константы, $g_1 + \sqrt{g_2^2 + g_3^2} > g_c$, становится отрицательным, что ведет к ненулевому вакуумному среднему для поля $\langle\tilde{\sigma}_0\rangle \neq 0$.

Чтобы получить спектр, переопределим поля $H_{1,2} \to \frac{1}{\sqrt{Z_H}} H_{1,2}$. При этом имеем

$$\lambda_{t,b} \to \frac{\lambda_{t,b}}{\sqrt{Z_H}} = \frac{y_{t,b}}{\sqrt{2}}, \tag{41}$$

$$\lambda_0 \to \frac{\lambda_0}{Z_H^2} = \lambda, \tag{42}$$

$$m_{H_{1,2}}^2 \to \frac{m_{H_{1,2}}^2}{Z_H} = M_{H_{1,2}}^2. \tag{43}$$

Теперь необходимо перейти к истинному вакуумному состоянию $\tilde{\sigma}_0 \to \tilde{\sigma}_0 - v$. Это сообщает массу кваркам

$$m_t = \frac{v}{\sqrt{Z_H}}\lambda_t, \quad m_b = \frac{v}{\sqrt{Z_H}}\lambda_b, \tag{44}$$

а условием минимума потенциала Хиггса будет $M_{H_1}^2 + v^2\lambda = 0$. Несложно найти и спектр скалярных возбуждений

$$m_{\tilde{\sigma}_0}^2 = 2v^2\lambda, \tag{45}$$

$$m_{\tilde{\pi}_i}^2 = 0, \tag{46}$$

$$m_{\tilde{\pi}^0}^2 = m_{\tilde{\sigma}_i}^2 = M_{H_2}^2 + \lambda v^2 = \frac{4\sqrt{g_2^2 + g_3^2}}{g^2 Z_H}. \tag{47}$$

Первая из этих формул есть обычное выражение для массы хиггсовского бозона в СМ. Рассматриваемая нами модель позволяет представить этот результат в терминах масс кварков. Действительно,

$$v^2\lambda = \frac{2v^2}{Z_H} = \frac{v^2}{Z_H}\left(\lambda_t^2 + \lambda_b^2\right) = m_t^2 + m_b^2. \tag{48}$$

Таким образом, прямое вычисление кварковых петель в лидирующем по $1/N_c$ приближении дает уже знакомый нам результат (20).

Как хорошо известно, в силу калибровочной $SU(2) \times U(1)$ симметрии, голдстоуновский бозон поглощается калибровочными полями (механизм Хиггса), а фаза комплексного поля $-\tilde{\sigma}_3 + i\tilde{\pi}_0$ может быть обращена в нуль. Таким образом, физический спектр модели представлен четырьмя хиггсовскими состояниями: нейтральными модами $\tilde{\sigma}_0, \tilde{\sigma}_3$ и заряженной модой $\tilde{\sigma}^{\pm} = (\tilde{\sigma}_1 \mp i\tilde{\sigma}_2)/\sqrt{2}$. Масса $\tilde{\sigma}_0$ описывается формулой (20), а масса трехкратно вырожденной моды $\tilde{\sigma}_i$ формулой (22). Изложенных выше аргументов недостаточно, чтобы получить численную оценку для массы состояния H_2. Заметим, что формула (22) охватывает интервал $0 \leq m_{H_2} \leq \infty$. Его нижняя граница достигается в точке фазового перехода, где данное состояние становится голдстоуновской модой. Верхняя граница достигается при ограничении на константы связи $g^2 = 0$.

Формулы (45)–(47) удобны для дальнейшего изучения проблемы путем использования методов ренормгруппы, например, как это было сделано в [24]. Ниже мы обсудим альтернативный подход, основанный на использовании правил сумм Намбу [30–32], которые в данном случае имеют вид

$$m^2_{\tilde{\sigma}_0} + m^2_{\tilde{\sigma}_3} \simeq 4m_t^2, \tag{49}$$

$$m^2_{\tilde{\sigma}^+} + m^2_{\tilde{\sigma}^-} \simeq 4m_t^2. \tag{50}$$

Из них следует, что $m_{\tilde{\sigma}_i} \simeq \sqrt{2}m_t$, так как $m_{\tilde{\sigma}_0} \simeq \sqrt{2}m_t$, т.е. спектр становится почти вырожденным (с точностью до учета ненулевого значения массы b-кварка).

Отметим, что аналогичный вывод был сделан в работе [32]. Основываясь на глубокой связи процесса спонтанного нарушения симметрии в сверхтекучем ^{3}He-A (который осуществляется по тому же сценарию, т.е., по той же калибровочной группе симметрии, что и в СМ) и правилах сумм Намбу, авторы высказали гипотезу о существовании двух заряженных хиггсовских частиц с массой $\sqrt{2}m_t = 245$ ГэВ, и нейтрального партнера стандартного бозона Хиггса с массой около 325 ГэВ. Единственным отличием нашего рассмотрения является вывод о том, что эти состояния вырождены по массе. Таким образом, можно заключить, что результат $m_{\tilde{\sigma}_0} \simeq \sqrt{2}m_t$, не противоречит правилу сумм Намбу, но, тем не менее, требует дальнейшего изучения, которое мы, в первую очередь, связываем с применением метода ренормгруппы.

Отдавая предпочтение ренормгрупповому подходу, мы опираемся на строгое (при больших N_c) утверждение, что теория составного хиггсовского поля может быть ассоциирована с траекторией ренормгруппы СМ [24]. Выход за рамки лидирующего по $1/N_c$ приближения при $\Lambda \gg m_t$ может существенно повлиять на полученные выше результаты [41]. Поэтому, пренебрегая высшими по $1/N_c$ поправками, мы, тем самым, рассматриваем модель с четырехкварковыми взаимодействиями как чисто феноменологический подход, позволяющий получить не только эффективный лагранжиан электрослабых взаимодействий хиггсовских полей, но и использовать условия композитности составного хиггсовского поля $Z_H = 0$, $\lambda_0 = 0$, в качестве граничных условий при последующем рассмотрении уравнений ренормгруппы.

А. А. Осипов благодарит С. Т. Хилл (C. T. Hill) за интерес к работе, поддержку, и полезные обсуждения. А. А. Осипов благодарит Х. Теразава (H. Terazawa) за полезную корреспонденцию, а также выражает благодарность за поддержку, оказанную Европейской организацией сотрудничества в области науки и технологий в рамках программы COST Action CA16201.

1. Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. **122**, 345 (1961).
2. Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. **124**, 246 (1961).
3. В. Г. Вакс, А. И. Ларкин, ЖЭТФ **40**(1), 282 (1961).
4. Б. А. Арбузов, А. Н. Тавхелидзе, Р. Н. Фаустов, Доклады Академии наук СССР **139**(2), 345 (1961).
5. S. Weinberg, Phys. Rev. **13**, 974 (1976).
6. S. Weinberg, Phys. Rev. **19**, 1277 (1979).
7. L. Susskind, Phys. Rev. D **20**, 2619 (1979).
8. A. Belyaev, A. Coupe, N. Evans, D. Locke, and M. Scott, Phys. Rev. D **99**, 095006 (2019).
9. S. Dawson, C. Englert, and T. Plehn, Phys. Rep. **816**, 1 (2019).
10. C. T. Hill and E. H. Simmons, arXiv:hep-ph/0203079 (2003).
11. K. Yamawaki, arXiv:1605.01951 [hep-ph] (2016).
12. J. M. No, V. Sanz, and J. Setford, Phys. Rev. D **93**, 095010 (2016).
13. C. T. Hill, P. A. N. Machado, A. E. Thomsen, and J. Turner, arXiv:1904.04257 [hep-ph] (2019).
14. H. Terazawa, *QUARK MATTER: From Subquarks to the Universe*, Nova Science Publishers, N.Y. (2018).
15. H. Terazawa, Y. Chikashige, and K. Akama, Phys. Rev. D **15**, 480 (1977).
16. H. Terazawa, Phys. Rev. D **22**, 184 (1980).
17. H. Terazawa, Phys. Rev. D **22**, 2921 (1980).
18. H. Terazawa, Phys. Rev. D **41**, 3541(E) (1990).
19. Y. Nambu, *Quasisupersymmetry, bootstrap symmetry breaking and fermion masses*, in *Proc. of 1988 Int. Workshop New Trends in Strong Coupling Gauge Theories, Nagoya, Japan, Aug 24–27 (1988)*, ed. by M. Bando, T. Muta, and K. Yamawaki, World Scientific, Singapore (1989); and EFI Report (89-08), 1989 (unpublished).
20. V. A. Miransky, M. Tanabashi, and K. Yamawaki, Phys. Lett. B **221**, 177 (1989).

21. V. A. Miransky, M. Tanabashi, and K. Yamawaki, Mod. Phys. Lett. A **4**, 1043 (1989).
22. W. J. Marciano, Phys. Rev. Lett. **62**, 2793 (1989).
23. W. J. Marciano, Phys. Rev. D **41**, 219 (1990).
24. W. A. Bardeen, C. T. Hill, and M. Lindner, Phys. Rev. D **41**, 1647 (1990).
25. V. A. Miransky, Int. J. Mod. Phys. A **6**, 1641 (1991).
26. B. Pendleton and G. G. Ross, Phys. Lett. B **98**, 291 (1981).
27. C. T. Hill, Phys. Rev. D **24**, 691 (1981).
28. C. T. Hill, C. N. Leung, and S. Rao, Nucl. Phys. B **262**, 517 (1985).
29. K. Yamawaki, arXiv:1511.06883 (2015).
30. Y. Nambu, Physica D **15**, 147 (1985).
31. G. E. Volovik and M. A. Zubkov, Phys. Rev. D **87**, 075016 (2013).
32. G. E. Volovik and M. A. Zubkov, Pis'ma v ZhETF, **97**, 344 (2013).
33. S. P. Klevansky and R. H. Lemmer, Phys. Rev. D **39**, 3478 (1989).
34. K. G. Klimenko, Theor. Math. Phys. **89**, 211 (1991).
35. K. G. Klimenko, Theor. Math. Phys. **90**, 3 (1992).
36. A. S. Vshivtsev, K. G. Klimenko, and B. V. Magnitsky, Theor. Math. Phys. **106**, 390 (1996).
37. I. V. Krive and S. A. Naftulin, Sov. J. Nucl. Phys. **54**, 897 (1991).
38. I. V. Krive and S. A. Naftulin, Phys. Rev. D **46**, 2737 (1992).
39. M. S. Carena and C. E. M. Wagner, Phys. Lett. B **285**, 277 (1992).
40. M. Hashimoto, Phys. Lett. B **441**, 389 (1998).
41. G. Cvetic, Rev. Mod. Phys. **71**, 513 (1999).