

## ГЕНЕРАЦИЯ ПОЛОИДАЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ В СТРУЙНЫХ ТЕЧЕНИЯХ

М.А. Гольдштик, В.Н. Штерн

Показана возможность ламинарного осесимметричного магнитного динамо в автономном струйном течении вязкой жидкости, когда скорость и наводимое магнитное поле обратно пропорциональны расстоянию до начала координат.

Согласно известным результатам Каулинга и Брагинского осесимметричное динамо невозможно<sup>1</sup>. Условие теоремы предполагает убывание магнитного поля на бесконечности  $\sim r^{-3}$ . Здесь рассматривается случай более слабого убывания, типичного для ряда автономных струйных течений вязкой жидкости<sup>2</sup> и электровихревых течений<sup>3</sup>. Разыскивается решение с полями скорости и индукции, имеющими в сферической системе координат  $(r, \theta, \varphi)$  представление

$$\begin{aligned} v_\theta &= -\nu y(x)(r \sin \theta)^{-1}, & v_r &= -\nu y' r^{-1}, & v_\varphi &= B_\varphi = 0 \\ B_\theta &= -C \phi(x)(r \sin \theta)^{-1}, & B_r &= -C \phi' r^{-1}, & x &= \cos \theta. \end{aligned}$$

Штрих означает дифференцирование по  $x$ ,  $\nu$  — кинематическая вязкость,  $C$  — искомая константа. После подстановки в уравнения магнитной гидродинамики и простых преобразований приходим к системе

$$\begin{aligned} (1-x^2)y' + 2xy - y^2/2 &= R(1-x^2) - \frac{1}{2}AR^2[\phi^2 - \phi_0^2(1-x)^2] \\ (1-x^2)\phi'' &= \beta(y\phi' - y'\phi), & \phi_0 &= \phi(0), \end{aligned}$$

где  $R$ ,  $A$ ,  $\beta$  — числа Рейнольдса, Альфвена и Бэтчелора. Из требования регулярности скорости и индукции на оси симметрии следует  $y(\pm 1) = \phi(\pm 1) = 0$ . Существует чисто гидродинамическое решение ( $\Gamma$ ) с  $\phi \equiv 0$ . Задача о бифуркации состоит в отыскании значений  $R_m = \beta R$ , при которых появляется нетривиальное решение для  $\phi$ .

Анализ показал, что в случае струи Ландау, когда  $R = y'(-1)$ ,  $y = 2(1-x^2)/(4R^{-1} - 1 - x)$ , бифуркации магнитного поля ни при каких конечных  $R_m$  не происходит. Но результат иной для течения, описываемого решением Сквайра<sup>2</sup>:  $R = y'(0)$ ,

$$y = R(1-x) / \{ \chi \operatorname{ctg}[\chi \ln(1+x)] - 1/2 \}, \quad \chi = \frac{1}{2}(2R-1)^{1/2}.$$

Будем полагать, что течение формируется под действием сходящегося движения вещества плоскости. При такой интерпретации решение Сквайра может служить простейшей моделью струй, наблюдаемых вблизи молодых звезд и ядер галактик<sup>4</sup>.

Расчеты показывают, что для ламинарного движения возбуждение поля возможно лишь при  $\beta \geq 0,232$ , начиная от точки  $K$  на кривой 1 рис. 1. С ростом  $\beta$  критическое значение  $R_m$  меняется в пределах от  $R_m^* = 1,74$  в точке  $K$  до  $R_m^* = 3,5$  при  $\beta \rightarrow \infty$  (штриховая линия). На прямой 2 ( $R = 7,67$ ) струя становится бесконечно сильной и решение перестает существовать<sup>2</sup>. Границей существования магнитогидродинамического режима (МГ) является кривая 3. Вблизи нее формируется не только динамическая, но и магнитная струя, а на самой кривой  $v_r$  и  $B_r$  при  $x = 1$  обращаются в бесконечность. При  $\beta \rightarrow 0$  кривая 3 выходит на асимптотику  $R_m = 2,52 \beta^{-1/2}$ .

Функция  $\phi(x)$  симметрична. При нормировке  $\phi(0) = 1$  число Альфвена  $A$  определяет по отношению  $B_\theta/v_r$  при  $x = 0$ . Зависимость  $A(R)$  при  $\beta = \text{const}$  (рис. 2, кривая 1)

свидетельствует, что МГ решение возникает в результате прямой вилочной бифуркации. Асимптотический вид МГ решения при  $R \rightarrow \infty$  может быть получен аналитически. Вне малой окрестности экваториальной плоскости пригодна внешнее решение  $\phi_0 = 1 - x, y_0 =$

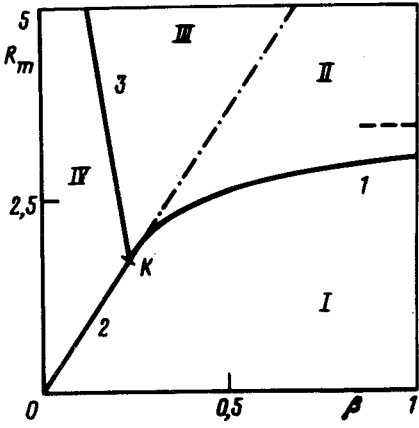


Рис. 1

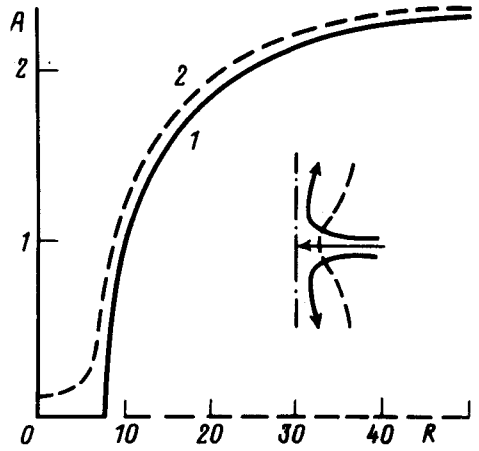


Рис. 2

Рис. 1. Карта режимов. В области I существует только гидродинамическое решение Г, в области II кроме Г существует магнитогидродинамическое решение МГ, в III – только МГ, в IV ламинарных решений не существует

Рис. 2. Интенсивность наведенного магнитного поля в зависимости от числа Рейнольдса,  $\beta=2535$  ( $R_* = 7,56$ ). Схема линий тока ( $\rightarrow$ ) и силовых магнитных линий (---)

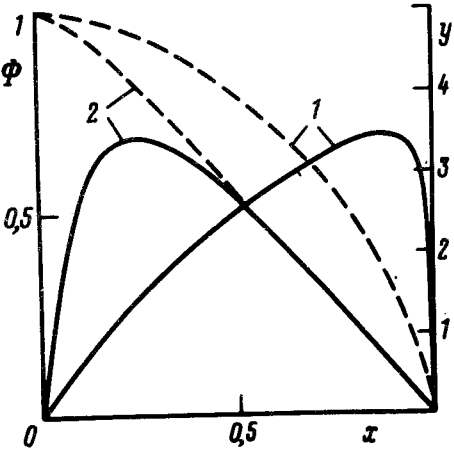


Рис. 3. Распределение  $y$  (—) и  $\phi$  (---) в момент бифуркации  $R = R_*$  (1) и при  $R = 47,9$  (2).  $\beta = 0,2535$

$= \beta^{-1} \phi_0$ . Вблизи плоскости формируется сходящаяся веерная струя  $y_1 = \beta^{-1} [1 - \exp(-R_m x)]$  и токовый слой  $j \sim R_m \exp(-R_m x)$ . Предельное значение  $A = \beta$ . Численные результаты, отраженные на рис. 2 и рис. 3 (кривые 2) согласуются с найденной асимптотикой.

Обнаруженное самовозбуждение магнитного поля имеет простой физический механизм. Пусть вектор индукции начального возмущения направлен вдоль оси струи. Выделим жидкий проводник в виде тора вблизи экваториальной плоскости. Течение сжимает тор к оси и в результате пересечения силовых линий в нем возникает азимутальный электрический ток, который усиливает магнитное поле вблизи оси. Такова природа положительной обратной связи. Если проводимость мала, то усиление индукции подавляется диссипативными процессами, поэтому неустойчивость развивается лишь при достаточно больших магнитных числах Рейнольдса. Нелинейное установление происходит, когда заметная доля кинетической энергии переходит в магнитную и течение замедляется.

Обсудим вероятные приложения. Автомодельные решения обычно приближают реальные распределения в определенной геометрической области. Пусть, например, движение происходит в ограниченном объеме  $r_i \leq r \leq r_0$ ,  $r_0/r_i \gg 1$ . Тогда может существовать область  $r_i \ll r_1 < r < r_2 \ll r_0$ , где течение близко к описанному автомодельному, как это типично для струй. Если на границе  $r = r_0$  дано малое (внешнее) поле  $B_0$ , то при  $R_m < R_m^*$  внутри области поле тоже будет порядка  $B_0$ , а при  $R_m > R_m^*$  в автомодельной зоне оно усилится до уровня  $B_S$ , который в пределе  $B_0 \rightarrow 0$ , определяется найденным решением. Вилочная бифуркация при  $B_0 \neq 0$  разрушается, но при  $R_m \approx R_m^*$  происходит резкое усиление поля (рис. 2, кривая 2). В области звездообразования внешним служит галактическое магнитное поле <sup>5</sup>.

Полученные результаты можно трактовать как свидетельство в пользу того, что формирование звезд и других массивных объектов сопровождается генерацией полоидального магнитного поля. Обнаруженный механизм развития токовых слоев и магнитных струй может иметь отношение к проблеме солнечных пятен.

#### Литература

1. *Мoffatt Г.* Возбуждение магнитного поля в проводящей среде. М.: Мир, 1980.
2. *Гольдштик М.А.* Вихревые течения. Новосибирск: Наука, 1981.
3. Электровихревые течения. Под ред. Щербинина Э.В., Рига: Зинатне, 1985.
4. *Goldshnik M.A., Shtern V.N.* Proc. Roy Soc. Lond., **A**, 1988, 419, 91.
5. *Рузмайкин А.А., Соколов Д.Д., Шукуров А.М.* Магнитные поля галактик. М.: Наука, 1988.

Институт теплофизики  
Сибирское отделение Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
25 января 1989 г.