

# Электронный спектр и оптические свойства квантовых проволок ДХПМ

Р. З. Витлина<sup>+1)</sup>, Л. И. Магарилл<sup>+\*1)</sup>, А. В. Чаплик<sup>+\*1)</sup>

<sup>+</sup>Институт физики полупроводников Сибирского отделения РАН им. А. В. Ржанова, 630090 Новосибирск, Россия

<sup>\*</sup>Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 27 августа 2019 г.

После переработки 29 августа 2019 г.

Принята к публикации 29 августа 2019 г.

Теоретически исследован энергетический спектр и оптическое поглощение в квантовой проволоке монослойных дихалькогенидов переходных металлов в форме прямолинейной полосы. Установлено существование критической ширины полосы, ниже которой исчезают состояния, аналогичные краевым с энергиями внутри запрещенной зоны безграничного образца. В зависимости от взаимной четности номеров подзон размерного квантования в валентной зоне и зоне проводимости оптические переходы характеризуются существенно разным пороговым поведением интенсивности поглощения. Наиболее интенсивное поглощение отвечает переходам с сохранением номера подзоны.

DOI: 10.1134/S0370274X19200049

**Введение.** Особенности зонной структуры спектра монослоев дихалькогенидов переходных металлов (ДХПМ) – наличие двух долин, сильное спин-орбитальное взаимодействие – стали в последнее время предметом большого числа теоретических и экспериментальных исследований. Подробно изучены экситоны [1, 2] в многослойных ДХПМ, а также долинно-селективная люминисценция [3], особенности взаимодействия носителей с сильной электромагнитной волной при несимметричной заселенности долин [4], долинные фототоки [5–7]. Существенно меньше публикаций имеется по пространственно неоднородным задачам с ДХПМ. Нам известна работа по квантовым точкам [8], квантовым кольцам [9] и работа [10], посвященная краевым состояниям в монослоях ДХПМ. Главная проблема в задачах, относящихся к ограниченным (или полугограничным) образцам, заключается в выборе граничных условий (ГУ) для систем, описываемых многокомпонентной волновой функцией. Эта тема стала разрабатываться В. А. Волковым с сотрудниками еще в 1977 г. [11, 12] и недавно получила развитие в работах [13–15]. Полученные результаты систематизированы в недавно вышедшей монографии [16]. Один из главных выводов состоит в том, что электронный спектр ограниченной системы существенно зависит от вида ГУ, а по отношению к состояниям, локализованным у границ образца, выбор ГУ является

критическим, определяющим сам факт существования таких состояний. В предлагаемой работе мы рассматриваем квантовую проволоку монослойного ДХПМ, которую считаем прямолинейной полосой ширины  $L$ . Гамильтониан системы соответствует дираковой модели с конечной щелью при учете спинового расщепления. Мы показали, что существует критическое значение ширины  $L_c$ , которое разграничивает два типа электронного спектра: при  $L > L_c$  существуют уровни энергии (подзоны, в которых энергия зависит от импульса вдоль проволоки), лежащие внутри запрещенной зоны безграничного образца, а при  $L < L_c$  таких состояний нет. Мы нашли также спектр оптического поглощения квантовой проволоки, связанный с переходами между валентной зоной и зоной проводимости, а также между двумя состояниями в запрещенной зоне.

**Электронный спектр прямолинейной полосы.** Мы описываем рассматриваемую систему гамильтонианом [10, 17, 18]:

$$H = \begin{vmatrix} \frac{\Delta}{2} + \lambda_c \sigma \tau & \gamma(\tau k_x - i k_y) \\ \gamma(\tau k_x + i k_y) & -\frac{\Delta}{2} + \lambda_v \sigma \tau \end{vmatrix}, \quad (1)$$

где  $\sigma = \pm 1$  – спиновое число,  $\tau = \pm 1$  – номер долины,  $\lambda_v, \lambda_c$  – спиновое расщепление в валентной зоне и в зоне проводимости,  $\gamma$  – межзонная скорость,  $\Delta$  – ширина запрещенной зоны (здесь и далее  $\hbar = 1$ ). Выбирая направление вдоль полосы осью  $x$ , а поперечное – осью  $y$ , запишем волновую функцию в виде двувекторного спинора

<sup>1)</sup>e-mail: ritta@isp.nsc.ru; levim@isp.nsc.ru; chaplik@isp.nsc.ru

$$\Psi(x, y) = \psi(y) \frac{\exp(ik_x x)}{\sqrt{L_x}}; \quad \psi(y) = \begin{pmatrix} \psi_1(y) \\ \psi_2(y) \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$L_x$  – длина полосы вдоль оси  $x$ . Сдвинем начало отсчета энергии в уравнении Шредингера:

$$H\Psi = \varepsilon\Psi \rightarrow \tilde{H}\Psi = \tilde{\varepsilon}\Psi, \quad (3)$$

где  $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - \Delta/2 - \lambda_c\nu$ ;  $\nu = \sigma\tau$ .

Для  $\tilde{H}$  получаем:

$$\tilde{H} = \begin{pmatrix} 0 & \gamma(\tau k_x - i\hat{k}_y) \\ \gamma(\tau k_x + i\hat{k}_y) & -G_\nu \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Здесь  $G_\nu = \Delta - \lambda_- \nu$ ,  $\lambda_- = \lambda_v - \lambda_c$ ,  $\hat{k}_y = -i\partial_y$ . Из (3) следуют уравнения:

$$\begin{aligned} -\tilde{\varepsilon}\psi_1 + \gamma(k_x\tau\psi_2 - \psi_2') &= 0, \\ \gamma(k_x\tau\psi_1 + \psi_1') - (\tilde{\varepsilon} + G_\nu)\psi_2 &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

штрих означает дифференцирование по  $y$ . Ищем решения в виде:

$$\psi_1(y) = ae^{\kappa y}, \quad \psi_2(y) = be^{\kappa y} \quad (6)$$

и получаем

$$\begin{aligned} -\tilde{\varepsilon}a + \gamma(k_x\tau - \kappa)b &= 0, \\ \gamma(k_x\tau + \kappa)a - (\tilde{\varepsilon} + G_\nu)b &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Нуль детерминанта этой системы определяет два возможных значения показателя экспонент в функциях  $\psi_{1,2}$ :

$$\begin{aligned} \psi_1(y) &= a_+e^{\kappa y} + a_-e^{-\kappa y}, \\ \psi_2(y) &= b_+e^{\kappa y} + b_-e^{-\kappa y}, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\kappa_\nu(\tilde{\varepsilon}) = \frac{1}{\gamma} \sqrt{\gamma^2 k_x^2 - \tilde{\varepsilon}(\tilde{\varepsilon} + G_\nu)}. \quad (9)$$

Величины  $a$  и  $b$  связаны одним из уравнений (5), например, первым:

$$b_\pm = \frac{\tilde{\varepsilon}a_\pm}{\gamma(k_x\tau \mp \kappa_\nu(\tilde{\varepsilon}))}. \quad (10)$$

Для окончательного определения волновых функций и спектра нужно поставить на краях полосы ГУ. Мы используем условие:

$$(\psi_1 - i\tau e^{-i\tau\varphi}\psi_2)_{edge} = 0, \quad (11)$$

где  $\varphi$  – полярный угол внешней нормали к краю. Такой вид ГУ для уравнения типа Дирака был сформулирован в [19] и применялся в задачах о квантовых

точках и кольцах ДХПМ [8, 9], кольцах графена [20], а также в работе [21], посвященной резонансному поглощению терагерцового излучения в наноперфорированном графене.

В случае полосы шириной  $L$  ( $-L/2 \leq y \leq L/2$ ) ГУ принимает вид:

$$\psi_1(y = \pm L/2) \mp \psi_2(y = \pm L/2) = 0. \quad (12)$$

Используя (10) и (12), приходим к системе уравнений на  $a_+$  и  $a_-$ :

$$\begin{aligned} a_+e^{\kappa_\nu(\tilde{\varepsilon})L/2} \left(1 - \frac{\tilde{\varepsilon}}{\gamma(\tau k_x - \kappa_\nu(\tilde{\varepsilon}))}\right) + \\ + a_-e^{-\kappa_\nu(\tilde{\varepsilon})L/2} \left(1 - \frac{\tilde{\varepsilon}}{\gamma(\tau k_x + \kappa_\nu(\tilde{\varepsilon}))}\right) &= 0; \\ a_+e^{-\kappa_\nu(\tilde{\varepsilon})L/2} \left(1 + \frac{\tilde{\varepsilon}}{\gamma(\tau k_x - \kappa_\nu(\tilde{\varepsilon}))}\right) + \\ + a_-e^{\kappa_\nu(\tilde{\varepsilon})L/2} \left(1 + \frac{\tilde{\varepsilon}}{\gamma(\tau k_x + \kappa_\nu(\tilde{\varepsilon}))}\right) &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Условие обращения в нуль детерминанта матрицы этой системы приводит к уравнению на спектр

$$\frac{\text{th}(\kappa_\nu(\tilde{\varepsilon})L)}{\kappa_\nu(\tilde{\varepsilon})L} = \frac{2\gamma}{G_\nu L}. \quad (14)$$

Уравнение (14) имеет бесконечное число корней  $\kappa_\nu(\tilde{\varepsilon})L = i\eta$  на мнимой положительной полуоси комплексной плоскости параметра  $\kappa$ . При ширине полосы  $L$ , большей критического значения  $L_c(\nu) = 2\gamma/G_\nu$ , существует еще один вещественный положительный корень  $\xi(\nu)$  (формально уравнению (14) удовлетворяют и значения  $-i\eta(\nu)$ ,  $-\xi(\nu)$ , но они не дают новых уровней энергии). Каждому корню  $i\eta(\nu)$  и  $\xi(\nu)$  отвечают два значения энергии (точнее, с учетом спинового расщепления – четыре), следующих из соотношения (9), одно из которых соответствует валентной зоне, а другое – зоне проводимости. Мнимые корни определяют подзоны поперечного квантования проволоки, энергии которых лежат в разрешенных зонах безграничного образца:

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon}_{j,n,\nu}^{(b)}(k_x) = \\ = \frac{1}{2}[-G_\nu + j\sqrt{G_\nu^2 + 4\gamma^2(k_x^2 + \eta_n(\nu)^2/L^2)}]. \end{aligned} \quad (15)$$

В формуле (15)  $j = \pm 1$ ,  $j = 1$  относится к зоне проводимости, а  $j = -1$  – к валентной зоне. При  $L > L_c(\nu)$  значения параметра  $\eta_n(\nu)$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) принадлежат интервалам  $[n\pi, (n+1/2)\pi]$ , а при  $L < L_c(\nu)$  возникает еще нулевая подзона, для которой  $[0 < \eta_0 < \pi/2]$ . Подчеркнем, что все  $\eta_n(\nu)$  могут лежать только в первой и третьей четвертях координатной плоскости.

Вещественному корню  $\kappa_\nu(\tilde{\varepsilon})L = \xi(\nu)$  отвечают две подзоны, энергии которых лежат в запрещенной зоне безграничного образца:

$$\tilde{\varepsilon}_{j,\nu}^{(e)}(k_x) = \frac{1}{2}[-G_\nu + j\sqrt{G_\nu^2 + 4\gamma^2(k_x^2 - \xi(\nu)^2/L^2)}]. \quad (16)$$

Заметим, что (16) может быть получено из (15) формальными заменами  $\eta_m(\nu) \rightarrow -i\xi(\nu)$ ,  $(b) \rightarrow (e)$ . Если  $L \gg L_c(\nu)$ , волновые функции этих состояний убывают при удалении от краев полосы с характерной длиной затухания, много меньшей  $L$ , т.е. становятся решениями, описывающими краевые состояния. При  $L < L_c(\nu)$  таких решений нет. При  $L = L_c(\nu)$ ,  $k_x = 0$  как "объемные", так и краевые подзоны дают значения энергии, равные потолку валентной зоны и дну зоны проводимости безграничного образца. Зависимость энергетического спектра в полосе от продольного импульса  $k_x$  показана на рис. 1.

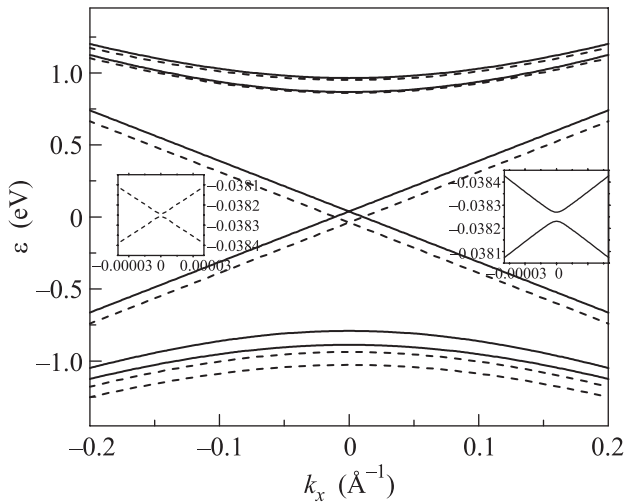


Рис. 1. Энергетический спектр полосы из  $\text{MoS}_2$  с  $L = 50$  Å. Показаны краевые состояния и по две подзоны в  $s$ - и  $v$ -зонах. Сплошные линии соответствуют  $\nu = 1$ , штриховые  $\nu = -1$ . Использовались следующие значения параметров:  $\gamma = 3.51$  эВ · Å,  $\Delta = 1.66$  эВ,  $\lambda_c = 1.5$  мЭВ,  $\lambda_v = 75$  мЭВ [17, 18]. На вставках показано поведение краевых состояний вблизи  $k_x = 0$

Следует заметить, что существование критического значения ширины  $L_c(\nu)$  есть следствие принятого ГУ (11). Например, при том же гамильтониане, но с условием, когда  $\psi_1 = 0$  или  $\psi_2 = 0$  на границах полосы, никакого выделенного значения ширины не существует и не существуют также уровни энергии в запрещенной зоне, определяющие краевые состояния. Критическая ширина для ДХПМ очень мала. Например, для  $\text{MoS}_2$   $L_c \approx 4.2$  Å, так что состояния типа краевых существуют практически при любой реально достижимой ширине полосы.

**Спектр оптического поглощения.** Волновые функции подзон поперечного квантования  $\psi^{(b)}(y) = (\psi_1^{(b)}(y), \psi_2^{(b)}(y))$ , подчиняющиеся указанным выше ГУ, имеют вид:

$$\begin{aligned} \psi_{1;j,n,\nu}^{(b)} &= a_{j,n,\nu}^{(b)} \left[ e^{i\eta_n(\nu)y/L} - e^{-i\eta_n(\nu)(y/L-1)} \times \right. \\ &\times \left. \left( \frac{\gamma(k_x\tau - i\eta_n(\nu)/L) - \tilde{\varepsilon}_{j,n,\nu}^{(b)}}{\gamma(k_x\tau + i\eta_n(\nu)/L) - \tilde{\varepsilon}_{j,n,\nu}^{(b)}} \right) \left( \frac{k_x\tau + i\eta_n(\nu)/L}{k_x\tau - i\eta_n(\nu)/L} \right) \right]; \\ \psi_{2;j,n,\nu}^{(b)} &= \frac{a_{j,n,\nu}^{(b)} \tilde{\varepsilon}_{j,n,\nu}^{(b)}}{\gamma(k_x\tau - i\eta_n(\nu)/L)} \left[ e^{i\eta_n(\nu)y/L} - \right. \\ &- \left. e^{-i\eta_n(\nu)(y/L-1)} \left( \frac{\gamma(k_x\tau - i\eta_n(\nu)/L) - \tilde{\varepsilon}_{j,n,\nu}^{(b)}}{\gamma(k_x\tau + i\eta_n(\nu)/L) - \tilde{\varepsilon}_{j,n,\nu}^{(b)}} \right) \right]. \quad (17) \end{aligned}$$

В этой формуле  $a_{j,n,\nu}^{(b)}$  – нормировочный множитель. Выражения для волновых функций краевых состояний  $\psi_1^{(e)}(y), \psi_2^{(e)}(y)$  получаются из (17) формальными заменами  $\eta_n(\nu) \rightarrow -i\xi(\nu)$ ,  $\tilde{\varepsilon}_{j,n,\nu}^{(b)} \rightarrow \tilde{\varepsilon}_{j,\nu}^{(e)}$ ,  $a_{j,n,\nu}^{(b)} \rightarrow a_{j,\nu}^{(e)}$ .

При переходах между спин-расщепленными подзонами с одинаковыми номерами в  $v$ - и  $s$ -зонах просуммированная по долинам парциальная вероятность поглощения дается формулой:

$$\begin{aligned} W_{bv,n \rightarrow bc,n} &= \sum_{\nu} \frac{\gamma \omega_{bn,bn}(\nu)^2}{\omega \sqrt{\omega^2 - \omega_{bn,bn}(\nu)^2}} \times \\ &\times \left( 1 + \frac{\omega^2(1 - L_c(\nu)/L)^2}{(\omega_{bn,bn}(\nu)^2/G_\nu - 2\gamma/L)^2} \right) \theta(\omega - \omega_{bn,bn}(\nu)). \quad (18) \end{aligned}$$

Здесь  $\omega_{bn,bn}(\nu) = \sqrt{G_\nu^2 + 4\gamma^2\eta_n(\nu)^2/L^2}$  – пороговая частота поглощения,  $\theta(x)$  – ступенчатая функция Хевисайда. Зависимость функции  $W_{bv,n \rightarrow bc,n}$  от частоты света  $\omega$  приведена на рис. 2. Два пика соответствуют двум близким переходам между состояниями с разными значениями произведения  $\nu = \sigma\tau$ . При переходе сохраняются значения  $\sigma$  и  $\tau$  по отдельности. Аналогичная формула описывает переходы между краевыми состояниями (энергии внутри запрещенной зоны). Для этого в (18) нужно сделать замену пороговой частоты поглощения:  $\omega_{nb,nb}(\nu) \rightarrow \omega_{ee}(\nu) = \sqrt{G_\nu^2 - 4\gamma^2\xi(\nu)^2/L^2}$ .

При разных номерах подзон начального и конечного состояний возможны две существенно различные ситуации. Если номера подзон  $n$  и  $m$  имеют одинаковую четность, формула для вероятности перехода имеет вид:

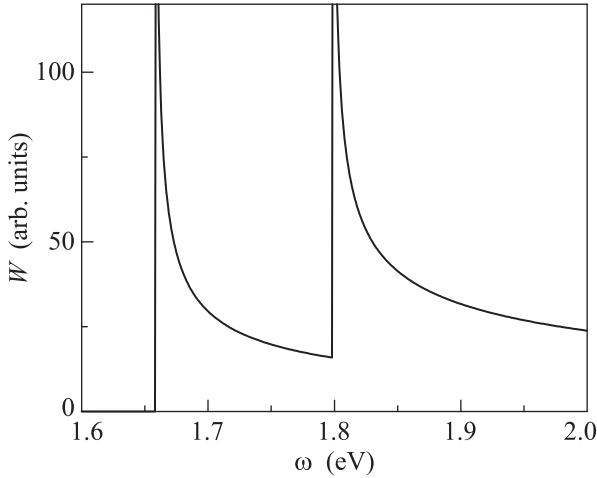


Рис. 2. Частотная зависимость парциальной вероятности поглощения для перехода между подзонами с одинаковыми номерами  $n = 1$  в полосе с  $L = 50$  Å

$$W_{bv,m \rightarrow bc,n} = \sum_{\nu} \frac{64\gamma^7 \eta_n(\nu)^2 \eta_m(\nu)^2 \theta(\omega - \omega_{bn,bm}(\nu))}{L^6 \omega_{bn,bm}(\nu)^2 \sqrt{\omega^2 - \omega_{bn,bm}(\nu)^2}} \times \frac{\sqrt{\omega^2 - (C_{\nu,n}^{(b)} - C_{\nu,m}^{(b)})^2/4}}{[(C_{\nu,n}^{(b)})^2 - 2G_{\nu}\gamma/L] [(C_{\nu,m}^{(b)})^2 - 2G_{\nu}\gamma/L]}, \quad (19)$$

где  $C_{\nu,n}^{(b)} = \sqrt{G_{\nu}^2 + 4\gamma^2 \eta_n(\nu)^2/L^2}$ ,  $\omega_{bn,bm}(\nu) = (C_{\nu,n}^{(b)} + C_{\nu,m}^{(b)})/2$  – пороговая частота для данного перехода. Картина поглощения качественно не отличается от описанной выше при  $n = m$ , однако интенсивность оказывается меньше примерно на четыре порядка.

Если же числа  $n$  и  $m$  разной четности (т.е.,  $\eta_n(\nu)$ ,  $\eta_m(\nu)$  относятся к разным четвертям координатной плоскости) вероятность перехода дается выражением:

$$W_{bv,m \rightarrow bc,n} = \sum_{\nu} 64\gamma^3 \eta_n(\nu)^2 \eta_m(\nu)^2 \times \sqrt{\omega^2 - \omega_{bn,bm}(\nu)^2} \theta(\omega - \omega_{bn,bm}(\nu)) \times \left[ \omega_{bn,bm}(\nu)^2 (G_{\nu}^2 + 2\gamma^2 (\eta_n(\nu)^2 + \eta_m(\nu)^2)/L^2) - \gamma^4 (\eta_n(\nu)^2 - \eta_m(\nu)^2)^2/L^4 \right] \left\{ L^2 (\eta_n(\nu)^2 - \eta_m(\nu)^2)^2 \times \omega_{bn,bm}(\nu)^2 [(C_{\nu,n}^{(b)})^2 - 2G_{\nu}\gamma/L] [(C_{\nu,m}^{(b)})^2 - 2G_{\nu}\gamma/L] \times \sqrt{\omega^2 - (C_{\nu,n}^{(b)} - C_{\nu,m}^{(b)})^2/4} \right\}^{-1}. \quad (20)$$

Как можно показать, матричный элемент такого перехода при  $k_x \rightarrow 0$  обращается в нуль линейно по  $k_x$ .

Это аналог запрещенного перехода в спектре межзонного поглощения объемного полупроводника со стандартным законом дисперсии электронов и дырок  $p^2/2m_{c,v}$ . Интенсивность таких переходов имеет дополнительную малость  $(\omega - \omega_{bn,bm}(\nu))$ , что приводит к корневому закону обращения в нуль вероятности поглощения на пороге (см. рис. 3). Напомним в связи

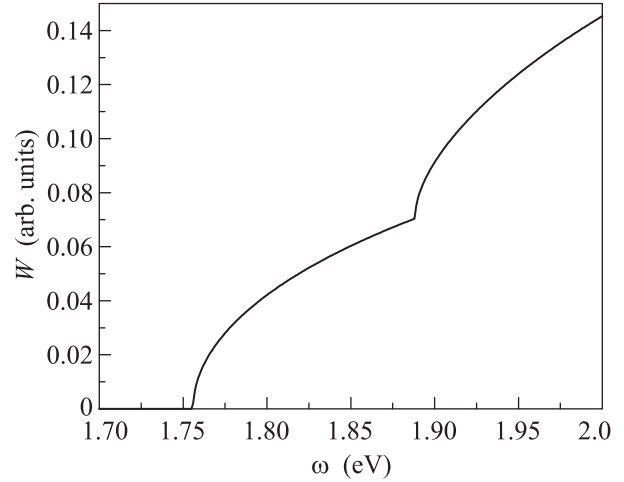


Рис. 3. Частотная зависимость парциальной вероятности поглощения для перехода между подзонами с номерами  $m = 1$  и  $n = 2$

с этим, что в квантовой проволоке полупроводника со стандартным законом дисперсии при нулевых ГУ переходы с разными номерами подзон в  $c$  и  $v$ -зонах запрещены, т.е. действует правило отбора  $\Delta n = 0$ . Как видим, в нашем случае переходы с  $\Delta n \neq 0$  разрешены, но интенсивности их много меньше, чем при сохранении номера подзон.

Таким образом, в работе показано, что для электронов с дираковским спектром (конкретный пример – ДХПМ) обычно используемые граничные условия типа предложенных Бэрри и Мондрагоном [19] приводят к выводу о существовании критической ширины квантовой проволоки в форме плоской прямой полосы. При ширине, меньшей критической, исчезают состояния с энергиями внутри запрещенной зоны безграничного образца. Интенсивности оптических переходов между подзонами  $v$ - и  $c$ -зон с несохранением номера подзон гораздо меньше интенсивностей переходов при  $\Delta n = 0$ . Кроме того, пороговое поведение переходов с  $\Delta n \neq 0$  различно в зависимости от взаимной четности номеров подзон ( $\sqrt{\omega - \omega_0}$  или  $1/\sqrt{\omega - \omega_0}$ ).

Работа была поддержана Российским научным фондом (грант # 17-12-01039).

1. M. M. Glazov, E. L. Ivchenko, G. Wang, T. Amand, X. Marie, B. Urbaszek, and B. L. Liu, *Phys. Status Solidi B* **11**, 2349 (2015); DOI:10.1002/pssb.201552211.
2. G. Wang, I. C. Gerber, L. Bouet, D. Lagarde, A. Balocchi, M. Vidal, T. Amand, X. Marie, and B. Urbaszek, *2D Materials* **2**, 045005 (2015).
3. T. Cao, G. Wang, W. Han, H. Ye, Ch. Zhu, J. Shi, Q. Niu, P. Tan, E. Wang, B. Liu, and J. Feng, *Nat. Commun.* **3**, 887 (2012).
4. В. М. Ковалев, *Письма в ЖЭТФ* **107**, 187 (2018).
5. W.-Y. Shan, J. Zhou, and D. Xiao, *Phys. Rev. B* **91**, 035402 (2015).
6. В. М. Ковалев, В.-К. Тсе, М. В. Энтин, *Письма в ЖЭТФ* **106**, 549 (2017).
7. M. V. Entin, L. I. Magarill, and V. M. Kovalev, *J. Phys.: Condens. Matter* **31**, 325302 (2019).
8. F. Qu, A. C. Dias, J. Fu, L. Villegas-Lelovsky, and D. L. Azevedo, *Sci. Rep.* **7**, 41044 (2017); DOI:10.1038/srep 41044.
9. D. Oliveira, J. Fu, L. Villegas-Lelovsky, A. C. Dias, and F. Qu, *Phys. Rev. B* **93**, 205422 (2016).
10. V. V. Enaldiev, *Phys. Rev. B* **96**, 235429 (2017).
11. В. А. Волков, Т. Н. Пинскер, *ЖЭТФ* **72**, 1087 (1977).
12. В. А. Волков, Т. Н. Пинскер, *ФТТ* **23**, 1756 (1981).
13. V. V. Enaldiev, I. V. Zagorodnev, and V. A. Volkov, *Pis'ma v ZhETF* **101**, 94 (2015).
14. В. В. Еналдиев, В. А. Волков, *Письма в ЖЭТФ* **104**, 806 (2016).
15. В. А. Волков, В. В. Еналдиев, *ЖЭТФ* **149**, 702 (2016).
16. В. А. Волков, В. В. Еналдиев, И. В. Загороднев, *Электронные поверхностные состояния в полупроводниках и полуметаллах*, Физматкнига, М. (2018).
17. D. Xiao, G.-B. Liu, W. Feng, X. Xu, and W. Yao, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 196802 (2012).
18. A. Kormányos, G. Burkard, M. Gmitra, J. Fabian, V. Zolyomi, N. D. Drummond, and V. Fal'ko, *2D Materials* **2**, 022001 (2015).
19. M. V. Berry and R. J. Mondragon, *Proc. R. Soc. Lond. A* **412**, 53 (1987).
20. P. Recher, B. Trauzettel, A. Rycerz, Ya. M. Blanter, C. W. J. Beenakker, and A. F. Morpurgo, *Phys. Rev. B* **76**, 235404 (2007).
21. В. В. Еналдиев, В. А. Волков, *Письма в ЖЭТФ* **104**, 646, (2016).