Письма в ЖЭТФ, том 49, вып. 6, стр. 309 – 311 *25 марта 1989 г.*

ВКЛАД МОНОПОЛЕЙ В СТАТСУММУ ПЛАЗМЫ ПРИ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

В.Ф.Токарев, З.Л.Хвингия

Вычислен вклад монополей в статсумму плазмы при высоких температурах. Найдена плотность монополей, являющаяся мерой несохранения фермионного числа в среде.

Известно, что в моделях большого объединения существуют монополи [1,2] – частицы солитонного типа. При низких температурах флуктуации монопольного типа в термодинамической системе маловероятны из-за большой массы монополя. В этом случае статсумма насыщается вкладом элементарных частиц – квантов калибровочного и скалярного полей. По мере увеличения температуры вероятность флуктуаций монопольного типа увеличивается. Чтобы оценить эту вероятность рассмотрим для простоты калибровочную теорию с триплетом скалярных полей из $SU(2)$-группы. В евклидовом пространстве она описывается лагранжианом

$$\mathcal{L} = \frac{1}{4}(F^a_{\mu\nu})^2 + \frac{1}{2}(D_\mu\varphi_a)^2 + \frac{\lambda}{4}(\varphi_a^2 - c^2)^2. \tag{1}$$

Монопольное решение имеет вид [1,2]:

$$A^a_i(r) = \epsilon_{ain}\frac{r^n}{r^2}f(r),\ \ \varphi_a(r) = \frac{r^a}{r}ch(r), \tag{2}$$

$$h(0) = f(0) = 0,\ \ h(\infty) = f(\infty) = 1.$$

Это решение минимизирует статическую часть функционала энергии

$$E(A,\varphi) = \int d^3x\left\{\frac{1}{4}(F^a_{ij})^2 + \frac{1}{2}(D_i\varphi_a)^2 + \frac{\lambda}{4}(\varphi_a^2 - c^2)^2\right\}, \tag{3}$$

причем масса монополя равна

$$M = E_{mon} = \frac{4\pi m_v}{g^2}\epsilon(\lambda/g^2),\ \ m_v = gc, \tag{4}$$

где функция ϵ слабо зависит от аргумента и $\epsilon(0) = 1$.

Пусть температура лежит в интервале $m_v \ll T \ll c$. С одной стороны, температура достаточно низка, чтобы монополи не растворились в среде, с другой стороны, она достаточно высока, чтобы выполнялось высокотемпературное приближение [3]:

$$Z = \mathrm{Tr}\exp\left(-\frac{1}{T}\hat{H}\right) \approx N\int dA d\varphi \exp\left(-\frac{1}{T}E(A,\varphi)\right), \tag{5}$$

где N – нормировочная константа.

Осуществляя замену переменных

$$\bar{\varphi} = \frac{\varphi}{\sqrt{T}},\ \ \bar{A} = \frac{A}{\sqrt{T}},\ \ \bar{c} = \frac{c}{\sqrt{T}},\ \ \bar{\lambda} = \lambda T,\ \ \bar{g}^2 = g^2 T, \tag{6}$$

приводим функциональный интеграл к виду

$$Z = N\int d\bar{A} d\bar{\varphi} e^{-E(\bar{A},\bar{\varphi})} \tag{7}$$

Таким образом, при высокой температуре исходная модель свелась к эффективной трехмерной модели (3), (7) с эффективными константами связи $\bar{\lambda}, \bar{g}^2, \bar{c}$.

Трехмерная модель (7) была исследована в работе [4] в связи с проблемой конфайнмента. В этой работе был вычислен функциональный интеграл (7) в приближении разреженного монопольного газа:

$$Z = Z_{per.\,th} \cdot Z_{mon} \tag{8}$$

$$Z_{mon} = \sum_{N^+,\,N^-=0}^{\infty} \int \frac{k^{N^+ + N^-}}{N^+!N^-!} e^{-U_N} \prod_{i=1}^{N^+} d^3x_i^+ \prod_{j=1}^{N^-} d^3x_j^-.$$

Здесь

$$k = \bar{m}_v^3 \left(\frac{\bar{m}_v}{\bar{g}^2}\right)^{3/2} \cdot f(\bar{\lambda}/\bar{g}^2) \exp\left\{-\frac{4\pi\bar{m}_v}{\bar{g}^2}\epsilon(\bar{\lambda}/\bar{g}^2)\right\},$$

$$\bar{m}_v = \bar{g}\bar{c} = m_v,$$

f – некоторая вычислимая функция.

Функция U_N является энергией взаимодействия N^+-монополей и N^--антимонополей и имеет вид [4,5]:

$$U_N = \sum_{i<j} \left(\frac{q_i q_j}{R_{ij}} - \frac{e^{-m_H R_{ij}}}{R_{ij}}\right) \frac{4\pi}{\bar{g}^2}.$$

Здесь $m_H^2 = 2\lambda c^2$, $R_{ij} = |\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|$, а $q_i = \pm 1$ суть заряды монополей (антимонополей).

Если пренебречь энергией взаимодействия, то статсумма (8) суммируется:

$$Z_{mon} = \exp(2kV).$$

Отсюда легко найти концентрацию монополей и антимонополей:

$$n^+ = n^- = k = m_v^3 \left(\frac{m_v}{g^2 T}\right)^{3/2} f e^{-M/T}. \tag{9}$$

Отметим отличие этого распределения от больцмановского, справедливого при низких температурах $T \ll m_v$:

$$n_B^{\pm} = \left(\frac{MT}{2\pi}\right)^{3/2} e^{-M/T}.$$

Отметим также, что формула (9) получена из эффективной теории (7), не учитывающей вклада континуума, который приводит к перенормировке констант связи температурными поправками: $c(T)$, $g^2(T)$, $\lambda(T)$. В результате чего масса монополя становится функцией температуры $M(T)$. Корректный переход к высокотемпературному приближению был продемонстрирован в работе [6] на примере двумерной модели.

Внутренняя энергия газа может быть вычислена по формуле и имеет вид

$$u = T^2 \frac{dn}{dT} = Mn - \frac{3}{2} nT - nT \frac{dM}{dT}$$

В отличие от больцмановского: $u_B = Mn_B + \frac{3}{2} n_B T$.

Поскольку отдельный монополь приводит к сильному несохранению фермионного числа [7,8], то концентрация монопольных пар (9) может служить мерой несохранения фермионного числа в среде за счет монополей.

Этот эффект дополняет сфалеронный механизм несохранения фермионного числа в среде, изученный в работах [9–11].

Мы благодарны В.А.Рубакову и М.Е.Шапошникову за ценные замечания.

Литература

1. *Hooft G.* Nucl. Phys. B, 1974, 79, 276.
2. *Поляков А.М.* Письма в ЖЭТФ, 1974, 20, 430.

3. *Фейнман Р.* Статистическая механика. М.: Мир, 1978.
4. *Polyakov A.M.* Nucl. Phys. B, 1977, **120**, 429.
5. *Dietz K., Filk Th.* Nucl. Phys. B, 1980, **164**, 536.
6. *Bochkarev A.I., Shaposhnikov M.E.* Mod. Phys. Lett. A, 1987, **2**, 991.
7. *Рубаков В.А.* Письма в ЖЭТФ, 1981, **33**, 658; Nucl. Phys. B, 1982, **203**, 311.
8. *Callan C.G.* Phys. Rev. D, 1982, **25**, 2141.
9. *Kuzmin V.A., Rubakov V.A., Shaposhnikov M.E.* Phys. Lett. B, 1985, **155**, 36.
10. *Bochkarev A.I., Shaposhnikov M.E.* Mod. Phys. Lett. A, 1987, **2**, 417.
11. *Arnold P., Mc Lerran L.* Phys. Rev. D, 1987, **36**, 581.

Институт ядерных исследований
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
6 февраля 1989 г.