

О планковском пределе неупругой релаксации в металлах

М. В. Садовский¹⁾

Институт электрофизики Уральского отделения РАН, 620016 Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 5 января 2020 г.

После переработки 5 января 2020 г.

Принята к публикации 5 января 2020 г.

Рассматривается простейшая модель линейного по температуре роста электросопротивления в металлах. Показано, что так называемый “планковский” предел для зависящей от температуры частоты релаксации электронов является следствием определенного способа представления экспериментальных данных по электросопротивлению и, в этом смысле, является иллюзорным.

DOI: 10.31857/S0370274X20030121

Линейный по температуре рост электросопротивления купратов и ряда других коррелированных систем в широком интервале температур от самых низких до достаточно высоких на протяжении уже многих лет относится к числу главных загадок физики высокотемпературных сверхпроводников. В последнее время появился ряд интересных работ [1, 2], в которых, на основе анализа довольно обширного экспериментального материала по многим соединениям, было показано, что в области линейного роста сопротивления по температуре, частота рассеяния электронов (обратное время релаксации) с довольно высокой точностью описывается зависимостью $\Gamma = \frac{1}{\tau} = \alpha \frac{k_B T}{\hbar}$, где $\alpha \sim 1$ и слабо меняется при переходе от одного материала к другому. В частности, для систем в окрестности квантовых критических точек (на фазовой диаграмме купратов и ряда аналогичных систем) α лежит в интервале 0.7–1.1. Более того, аналогичная зависимость довольно хорошо описывает данные и для целого ряда обычных металлов (типа Cu, Au, Al, Ag, Pb, Nb и т.п.) в области линейного по температуре роста сопротивления (что обычно реализуется при температурах $T > \Theta_D/5$, где Θ_D – дебаевская температура). При этом область изменения α охватывает заметно более широкий интервал от 0.7 до 2.7 [1, 2]. В связи с этими (и аналогичными) результатами было введено [3] представление об универсальном (не зависящем от силы взаимодействия) “планковском” *верхнем* пределе частоты рассеяния $\frac{1}{\tau_P} = \Gamma_P = \frac{k_B T}{\hbar}$. Для объяснения такого температурного поведения сопротивления столь различных систем, в том числе от самых низких температур, к настоящему времени предложен целый ряд достаточно сложных теоретических моделей [4–7], вклю-

чая совсем экзотические, основанные на аналогиях, взятых из физики черных дыр, космологии и теории суперструн (см., например, [8–11]).

В обычных металлах температурная зависимость сопротивления (проводимости) почти целиком связана с процессами неупругого рассеяния на фононах. При достаточно высоких температурах $T > 0.2\Theta_D$ рассеяние на фононах доминирует и приводит к линейному росту сопротивления с температурой:

$$\rho(T) - \rho_0 = AT, \quad (1)$$

где ρ_0 – остаточное сопротивление при $T = 0$, обусловленное статическим рассеянием на примесях.

На языке проводимости можно написать простую формулу Друде:

$$\sigma(T) = \sigma_0 + \sigma(T), \quad (2)$$

где σ_0 – остаточная проводимость при $T = 0$, а

$$\sigma(T) = \frac{ne^2}{m} \tau(T) = \frac{ne^2}{m} \Gamma^{-1}(T), \quad (3)$$

причем m здесь и далее везде понимается как *зонная* эффективная масса, а $\Gamma(T) = \frac{1}{\tau(T)}$ – зависящая от температуры частота релаксации (рассеяния), обусловленная неупругим рассеянием электронов на фононах (или других аналогичных возбуждениях) и линейно растущая с температурой в области $T > 0.2\Theta_D$. Соответственно, для сопротивления имеем:

$$\rho(T) - \rho_0 = \frac{m}{ne^2} \Gamma(T). \quad (4)$$

Представление о “планковской” релаксации можно ввести из элементарных соображений [9]. При $T > 0$ работают процессы неупругого рассеяния за счет

¹⁾e-mail: sadovski@iep.uran.ru

различных механизмов взаимодействия (электрон-фононный, взаимодействие со спиновыми флуктуациями, квантовые флуктуации произвольной природы). В частности, именно такие процессы ответственны за установление термодинамического равновесия в системе электронов и формирование распределения Ферми. Проводимость металла (вырожденный случай) определяется распределением электронов в слое шириной $\sim k_B T$ вокруг уровня Ферми (химпотенциала).

Проведем элементарную оценку, воспользовавшись соотношением неопределенности энергия – время:

$$\Delta E \tau > \hbar, \quad (5)$$

где τ – время жизни квантового состояния, а ΔE – неопределенность его энергии. Естественно, что в рассматриваемой ситуации $\tau = \tau(T)$, а $\Delta E \sim k_B T$, откуда немедленно следует упомянутая выше оценка:

$$\Gamma(T) = \frac{1}{\tau(T)} < \alpha \frac{k_B T}{\hbar} \equiv \alpha \Gamma_P = \frac{\alpha}{\tau_P}, \quad (6)$$

где $\alpha \sim 1$. Видим, что согласно такой элементарной оценке “планковская” релаксация определяет именно *верхнюю* границу сопротивления за счет неупругих процессов рассеяния:

$$\rho(T) - \rho_0 = \frac{m}{ne^2} \Gamma(T) < \frac{m}{ne^2} \alpha \frac{k_B T}{\hbar} \equiv \alpha \rho_P(T). \quad (7)$$

Очевидно, что эта оценка является достаточно спекулятивной в системе многих взаимодействующих частиц.

Рассмотрим следующий гамильтониан взаимодействия электронов металла с произвольными квантовыми флуктуациями бозевского типа²⁾:

$$H_{\text{int}} = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{p}\mathbf{q}} g_{\mathbf{q}} a_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}^+ a_{\mathbf{p}} \rho_{\mathbf{q}}. \quad (8)$$

Здесь использованы стандартные обозначения операторов рождения и уничтожения электронов, $\rho_{\mathbf{q}}$ – оператор квантовой флуктуации “чего угодно” (плотности ионов, например, если речь идет о решетке), $g_{\mathbf{q}}$ – соответствующая константа связи (матричный элемент потенциала взаимодействия) [12, 13]. Введем соответствующую (мадубаровскую) функцию Грина как:

$$F(\mathbf{q}, \tau) = - \langle T_{\tau} \rho_{\mathbf{q}}(\tau) \rho_{\mathbf{q}}^{\dagger}(0) \rangle. \quad (9)$$

Для нее можно выписать обычное спектральное (бозевское) представление [14]:

$$F(\mathbf{q}, i\omega_m) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{A(\mathbf{q}, \omega)}{i\omega_m - \omega}, \quad (10)$$

где $\omega_m = 2\pi mT$, а спектральная плотность определяется как:

$$A(\mathbf{q}, \omega) = Z^{-1} \sum_{mn} e^{-\frac{E_n}{T}} |(\rho_{\mathbf{q}})_{nm}|^2 \left(1 - e^{-\frac{\omega_{mn}}{T}}\right) \delta(\omega - \omega_{mn}), \quad (11)$$

где $\omega_{mn} = E_m - E_n$, $(\rho_{\mathbf{q}})_{nm} = \langle n | \rho_{\mathbf{q}} | m \rangle = (\rho_{\mathbf{q}}^{\dagger})_{mn}$.

Динамический структурный фактор флуктуаций определяется как [12, 13]:

$$S(\mathbf{q}, \omega) = Z^{-1} \sum_{mn} e^{-\frac{E_n}{T}} |(\rho_{\mathbf{q}})_{nm}|^2 \delta(\omega - \omega_{mn}). \quad (12)$$

Сравнивая (11), (12), получаем:

$$A(\mathbf{q}, \omega) = S(\mathbf{q}, \omega) [1 - e^{-\frac{\omega}{T}}]. \quad (13)$$

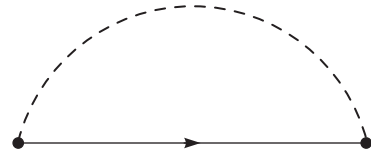


Рис. 1. Диаграмма второго порядка для собственно энергетической части. Пунктирная линия – функция Грина квантовых флуктуаций F , сплошная линия – функция Грина электрона G

Электронная функция Грина в мадубаровском представлении записывается как:

$$G(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_{\mathbf{p}} - \Sigma(\varepsilon_n, \mathbf{p})}, \quad (14)$$

где $\varepsilon_n = (2n+1)\pi T$, $\xi_{\mathbf{p}}$ – электронный спектр, отсчитанный от уровня химпотенциала. Собственно энергетическую часть одноэлектронной функции Грина, предполагая справедливость теоремы Мигдала [15], можно взять в простейшем приближении, показанном на диаграмме рис. 1:

$$\begin{aligned} \Sigma(\varepsilon_n, \mathbf{p}) &= \\ &= \frac{T}{N} \sum_{\mathbf{q}} g_{\mathbf{q}}^2 \sum_m F(\mathbf{q}, i\omega_m) G(\varepsilon_n + \omega_m, \mathbf{p} + \mathbf{q}) = \\ &= \frac{T}{N} \sum_{\mathbf{q}} g_{\mathbf{q}}^2 \sum_m \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{S(\mathbf{q}, \omega)}{i\omega_m - \omega} (1 - e^{-\frac{\omega}{T}}) \times \\ &\quad \times \frac{1}{i\varepsilon_n + i\omega_m - \xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}}. \end{aligned} \quad (15)$$

Рассмотрим теперь случай, когда средняя частота флуктуаций $\langle \Omega \rangle$ существенно ниже температуры T . Тогда в (15) достаточно ограничиться лишь слагаемым с $m = 0$ и перейти, таким образом, к картине *квазиупругого* рассеяния на флуктуациях:

²⁾В дальнейшем полагаем $\hbar = k_B = 1$.

$$\begin{aligned} \Sigma(\varepsilon_n, \mathbf{p}) &= \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} g_{\mathbf{q}}^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{S(\mathbf{q}, \omega)}{i\varepsilon_n - \xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}} = \\ &= \sum_{\mathbf{q}} g_{\mathbf{q}}^2 S(\mathbf{q}) \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}}, \end{aligned} \quad (16)$$

где ввели структурный фактор флуктуаций [13]:

$$S(\mathbf{q}) = \frac{1}{N} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega S(\mathbf{q}, \omega). \quad (17)$$

Фактически, это прямой аналог известного приближения Займана–Эдвардса в теории жидких металлов. Случай $S(\mathbf{q}) = \text{const}$ соответствует хаотическому распределению статических рассеивающих центров [15].

Оператор флуктуации $\rho_{\mathbf{q}}$ для случая некоторой коллективной моды может быть выражен через (бозевские) операторы уничтожения и рождения соответствующих квантов (например, фононов) [13]:

$$\rho_{\mathbf{q}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (b_{\mathbf{q}}^+ + b_{-\mathbf{q}}). \quad (18)$$

Соответственно имеем:

$$\begin{aligned} S(\mathbf{q}, \omega) &= \\ &= Z^{-1} \sum_m e^{-\beta E_m} [\langle m | b_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}}^+ | m \rangle \delta(\omega - \omega_{\mathbf{q}}) + \\ &+ \langle m | b_{-\mathbf{q}}^+ b_{-\mathbf{q}} | m \rangle \delta(\omega + \omega_{\mathbf{q}})], \end{aligned} \quad (19)$$

где $\omega_{\mathbf{q}}$ – спектр соответствующих возбуждений. Вводя обычное бозевское распределение:

$$n_{\mathbf{q}} = Z^{-1} \sum_m e^{-\beta E_m} \langle m | b_{\mathbf{q}}^+ b_{\mathbf{q}} | m \rangle = \frac{1}{e^{\beta \omega_{\mathbf{q}}} - 1}, \quad (20)$$

получаем [13]

$$\begin{aligned} S(\mathbf{q}, \omega) &= [(n_{\mathbf{q}} + 1)\delta(\omega - \omega_{\mathbf{q}}) + n_{\mathbf{q}}\delta(\omega + \omega_{\mathbf{q}})] = \\ &= \delta(\omega - \omega_{\mathbf{q}}) + n_{\mathbf{q}} [\delta(\omega - \omega_{\mathbf{q}}) + \delta(\omega + \omega_{\mathbf{q}})]. \end{aligned} \quad (21)$$

В условиях, когда $T \gg \omega_{\mathbf{q}}$, имеем:

$$n_{\mathbf{q}} = \frac{T}{\omega_{\mathbf{q}}} \quad (22)$$

и, соответственно:

$$S(\mathbf{q}) = \frac{2T}{\omega_{\mathbf{q}}}, \quad (23)$$

т.е. получаем структурный фактор, линейно растущий с температурой, импульсная зависимость которого определяется просто спектром соответствующей коллективной моды (флуктуации). Тогда:

$$\Sigma(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = T \sum_{\mathbf{q}} \frac{2g_{\mathbf{q}}^2}{\omega_{\mathbf{q}}} \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}}. \quad (24)$$

Для дальнейшего упрощения модели предположим, что спектр флуктуаций является бездисперсионным (типа эйнштейновского фонона или оптического фонона с очень слабой дисперсией), полагая $\omega_{\mathbf{q}} = \Omega_0$. Тогда проводя все вычисления аналогично задаче об электроны в поле случайных примесей [15], получаем:

$$\Sigma(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = -i\pi \text{sign } \varepsilon_n \frac{2g_0^2}{\Omega_0} N(0)T, \quad (25)$$

где $N(0)$ – плотность состояний на уровне Ферми. Соответственно, затухание записывается как:

$$\frac{\Gamma(T)}{2} = \pi \frac{2g_0^2}{\Omega_0} N(0)T = \pi \lambda_0 T, \quad (26)$$

где стандартным образом ввели безразмерную константу связи:

$$\lambda_0 = \frac{2g_0^2 N(0)}{\Omega_0}. \quad (27)$$

Функция Грина электрона имеет при этом обычный вид [15]:

$$G(i\varepsilon_n, \mathbf{p}) = \frac{1}{i\varepsilon_n - \varepsilon_{\mathbf{p}} + \frac{i}{2}\Gamma(T)\text{sign } \varepsilon_n}, \quad (28)$$

где отсутствуют какие-либо перенормировочные факторы (вычет в полюсе функции Грина $Z = 1$), что естественно для температур, существенно превышающих частоты квантовых флуктуаций.

Проводя стандартные вычисления [15], получим электросопротивление в виде:

$$\rho(T) = \frac{m}{ne^2} \Gamma(T) = 2\pi \lambda_0 \rho_P(T), \quad (29)$$

что, по существу, просто совпадает с высокотемпературным пределом теории Элиашберга–МакМиллана [16]. При этом константа α , обычно используемая при записи “планковского” времени релаксации в виде (6), выражается через параметры теории как:

$$\alpha = 2\pi \lambda_0. \quad (30)$$

Естественно, что она не универсальна и просто пропорциональна константе взаимодействия.

Все это, по сути дела, давно известно и тривиально обеспечивает линейный рост сопротивления с температурой, в соответствии с многочисленными экспериментами. Для того, чтобы такой рост наблюдался при низких температурах, достаточно выполнения неравенства $\Omega_0 \ll T$. В окрестности квантовой критической точки (любой природы) можно ожидать типичного “смягчения” флуктуационной моды в духе соотношения [17]:

$$\Omega_0 \sim |x - x_c|^{2\nu}, \quad (31)$$

где x , например, – концентрация носителей вблизи критической x_c , а ν и z – стандартные критические индексы теории квантовых фазовых переходов, определяющие критическое поведение характерных длин:

$$\xi \sim |x - x_c|^{-\nu}, \quad \xi_\tau \sim |x - x_c|^{-z\nu}, \quad (32)$$

где τ обозначает мнимое (мацубаровское) время, так что выше мы можем просто положить $\Omega_0 \sim \xi_\tau^{-1}$. Это и обеспечивает линейное поведение по температуре в системах типа купратов.

Можно обойтись без явного введения фононов (или других квазичастиц, связанных с флуктуациями). Из уравнения (13) при $\omega \ll T$ следует:

$$A(\mathbf{q}, \omega) \approx \frac{\omega}{T} S(\mathbf{q}, \omega) \quad (33)$$

или

$$S(\mathbf{q}, \omega) \approx \frac{T}{\omega} A(\mathbf{q}, \omega). \quad (34)$$

Подставляя это выражение в (16), получаем следующее выражение для собственно энергетической части:

$$\Sigma(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = \frac{T}{N} \sum_{\mathbf{p}'} g_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} \frac{A(\mathbf{p} - \mathbf{p}', \omega)}{i\varepsilon_n - \xi_{\mathbf{p}'}} \quad (35)$$

где определяющую роль имеет спектральная плотность флуктуаций $A(\mathbf{q}, \omega)$, которая не обязательно имеет квазичастичный вид. Естественно, что для простейшей модели с $A(\mathbf{q}, \omega) = \delta(\omega - \Omega_0)$ (эйнштейновская модель флуктуаций) из (35) немедленно следуют полученные выше результаты (25)–(27).

Далее предполагаем, что флуктуации рассеивают электроны в некотором достаточно узком слое вокруг поверхности Ферми, ширина которого определяется их характерными частотами ($\langle \Omega \rangle \ll T$). Тогда, действуя в духе теории Элиашберга–МакМиллана, можно ввести собственно энергетическую часть, усредненную по импульсам на поверхности Ферми:

$$\Sigma(\varepsilon_n) = \frac{1}{N(0)} \sum_{\mathbf{p}} \delta(\xi_{\mathbf{p}}) \Sigma(\varepsilon_n, \mathbf{p}), \quad (36)$$

а также эффективное (усредненное по начальным и конечным импульсам на поверхности Ферми) взаимодействие:

$$\begin{aligned} & g_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}^2 A(\mathbf{p} - \mathbf{p}', \omega) \implies \\ \implies & \frac{1}{N(0)} \sum_{\mathbf{p}} \frac{1}{N(0)} \sum_{\mathbf{p}'} g_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}^2 A(\mathbf{p} - \mathbf{p}', \omega) \delta(\xi_{\mathbf{p}}) \delta(\xi_{\mathbf{p}'}) \equiv \\ & \equiv \frac{1}{N(0)} \alpha^2(\omega) F(\omega), \quad (37) \end{aligned}$$

где

$$F(\omega) = \sum_{\mathbf{q}} A(\mathbf{q}, \omega) \quad (38)$$

– плотность состояний флуктуаций. Тогда для (36) из (35) получаем:

$$\begin{aligned} \Sigma(\varepsilon_n) &= \frac{T}{N(0)} \times \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} \alpha^2(\omega) F(\omega) N(0) \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi} = \\ & = -i\pi \text{sign} \varepsilon_n T \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} \alpha^2(\omega) F(\omega) = \\ & = -i\pi \text{sign} \varepsilon_n \lambda T \equiv -i \frac{\Gamma(T)}{2} \text{sign} \varepsilon_n, \quad (39) \end{aligned}$$

где ввели безразмерную константу связи как в теории МакМиллана–Элиашберга:

$$\lambda = 2 \int_0^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} \alpha^2(\omega) F(\omega), \quad (40)$$

величина которой фактически определяется (усредненной согласно (37)) спектральной плотностью флуктуаций $A(\mathbf{q}, \omega)$.

Итак, мы получаем:

$$\Gamma(T) = 2\pi\lambda T, \quad (41)$$

что формально имеет тот же вид, что и (26) и сразу же приводит к результату типа (29).

В работах [1, 2] экспериментальные данные по сопротивлению обрабатывались по формуле Друде (4), где эффективная масса определялась из низкотемпературных измерений (электронной теплоемкости или осцилляционных эффектов в сильном магнитном поле) и которая получается из зонной эффективной массы простой заменой $m \rightarrow \tilde{m} = m(1 + \lambda)$, явно учитывающей фононную перенормировку. Некорректность такого подхода отмечалась в работе [18]. Покажем, что именно такая обработка данных и создает иллюзию универсальной планковской релаксации в металлах. В самом деле, выражение (29) для высокотемпературного предела сопротивления фактически тождественно переписывается следующим образом:

$$\rho(T) = \frac{m(1 + \lambda)}{ne^2} \frac{\Gamma(T)}{1 + \lambda} = \frac{\tilde{m}}{ne^2} \tilde{\Gamma}(T), \quad (42)$$

где

$$\tilde{\Gamma}(T) = 2\pi \frac{\lambda}{1 + \lambda} T, \quad (43)$$

что при $\lambda \gg 1$ дает:

$$\tilde{\Gamma}(T) = 2\pi T \quad (44)$$

и, таким образом, просто имитирует универсальное “планковское” поведение частоты релаксации (6) с $\alpha = 2\pi$, не зависящее от константы взаимодействия электронов с флуктуациями (фононами). Замена $m \rightarrow \tilde{m} = m(1 + \lambda)$ в (42) вполне корректна, несмотря на то, что мы имеем дело с пределом высоких температур – при обработке экспериментов в [1, 2] используется именно эффективная масса \tilde{m} , полученная из *низкотемпературных* измерений, включающая эффекты перенормировки. Для количественных оценок достаточно существенным оказывается учет перенормировки массы за счет межэлектронного взаимодействия, при котором выражение (43) нужно переписать как:

$$\tilde{\Gamma}(T) = 2\pi \frac{\lambda}{1 + \lambda + \lambda_{ee}} T, \quad (45)$$

где λ_{ee} – безразмерный параметр, определяющий перенормировку массы за счет межэлектронного взаимодействия. Например, в теории ферми-жидкости Ландау–Силина $\lambda_{ee} = \frac{F_1^s}{3}$, где F_1^s – соответствующий коэффициент в разложении функции Ландау [13]. Прямые DMFT расчеты в модели Хаббарда дают значения фактора перенормировки для металлической фазы $Z = (1 + \lambda_{ee})^{-1}$, монотонно меняющиеся с ростом величины хаббардовского взаимодействия U в интервале от 1 до 0 [19]. Поэтому, для грубых оценок можно использовать для типичных металлов оценку $\lambda_{ee} \sim 1$. Тогда:

$$\alpha = \frac{2\pi\lambda}{1 + \lambda + \lambda_{ee}}. \quad (46)$$

Тогда интервалу значений $\alpha = 0.7 - 2.7$ [1, 2] при $\lambda_{ee} = 1$ соответствует интервал $\lambda = 0.25 - 1.5$, что кажется вполне разумным. Например, для Al имеем расчетное значение $\lambda = 0.44$ [16], что немедленно дает $\alpha = 1.03$ в прекрасном соответствии с “экспериментальным” значением $\alpha = 1$ из работы [1]. Для Pb, принимая $\lambda = 1.68$ [16], получаем $\alpha \sim 2.86$ в разумном согласии с $\alpha = 2.7$ [1]. Аналогичным образом для Nb имеем $\lambda = 1.26$ [16], и мы получаем $\alpha \sim 2.42$, в неплохом согласии со значением $\alpha = 2.3$ [1]. В целом, с учетом грубости оценки $\lambda_{ee} \sim 1$ такое согласие представляется достаточно убедительным³⁾.

Таким образом, “экспериментально” наблюдаемая универсальная планковская релаксация в металлах, не зависящая от величины взаимодействия, является не более, чем *иллюзией*, связанной с принятой в работах [1, 2] процедурой представления экспериментальных данных.

³⁾Мы всюду пренебрегаем незначительным [16] отличием λ от λ_{tr} .

В области низких температур ($T < \langle \Omega \rangle$) функция Грина имеет вид:

$$G(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = \frac{Z}{i\varepsilon_n - Z\xi_{\mathbf{p}} + \frac{i}{2}Z\Gamma(T)\text{sign}\varepsilon_n}, \quad (47)$$

где перенормировочный фактор $Z < 1$ считается для простоты константой. Вклад $Z\Gamma(T) = \tilde{\Gamma}(T)$ в знаменателе описывает затухание квазичастиц, для которого, как могло бы показаться, имеется “универсальный” высокотемпературный предел (44). Однако это не так – при высоких температурах ($T > \langle \Omega \rangle$), как видно из приведенных выше результатов, перенормировочный фактор $Z \rightarrow 1$. Но и при низких температурах, когда $Z < 1$, член $Z\xi_{\mathbf{p}}$ в знаменателе (47) описывает перенормированный спектр с массой $\tilde{m} = m(1 + \lambda)$, так что скорость электрона на поверхности Ферми $v_F = p_F/m \rightarrow \tilde{v}_F = p_F/\tilde{m} = v_F/(1 + \lambda)$. Перенормировка затухания соответствует перенормировке времени свободного пробега $\tilde{\Gamma}^{-1} = \Gamma^{-1}(1 + \lambda)$. Видим, что длина свободного пробега не перенормируется: $l = \tilde{v}_F\tilde{\Gamma}^{-1} = v_F\Gamma^{-1}$ и эффекты многочастичной перенормировки, существенные при низких температурах, вообще не влияют на проводимость (сопротивление) [20], так что никаких реальных ограничений на сопротивление системы отсюда не возникает. Этот результат есть прямое следствие общих тождеств Уорда [21].

Автор признателен Э.З.Кучинскому за многочисленные полезные обсуждения.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований # 20-02-00011.

1. J. A. N. Bruin, H. Sakai, R. S. Perry, and A. P. MacKenzie, *Science* **339**, 804 (2013).
2. A. Legros, S. Benhabib, W. Tabis et al. (Collaboration), *Nature Phys.* **15**, 142 (2019).
3. J. Zaanen, *Nature* **430**, 512 (2004).
4. V. R. Shaginyan, K. G. Popov, and V. A. Khodel, *Phys. Rev. B* **88**, 115103 (2013).
5. V. R. Shaginyan, M. Ya. Amusia, A. Z. Msezane, V. A. Stephanovich, G. S. Japaridze, and S. A. Artamonov, *JETP Lett.* **110**, 290 (2019).
6. A. A. Patel and S. Sachdev, *Phys. Rev. Lett.* **123**, 066601 (2019).
7. G. E. Volovik, *JETP Lett.* **110**, 352 (2019).
8. J. Zaanen, *Nature* **448**, 1000 (2007).
9. S. A. Hartnoll, *Nature Phys.* **11**, 54 (2015).
10. C. P. Herzog, P. Kovtun, S. Sachdev, and D. T. Son, *Phys. Rev. D* **75**, 085020 (2007).

11. S. A. Hartnoll, P. K. Kovtun, M. Muller, and S. Sachdev, *Phys. Rev. B* **76**, 144502 (2007).
12. Д. Пайнс, *Проблема многих тел*, Мир, М. (1963) [D. Pines, *The Many Body Problem*, W. A. Benjamin, N.Y. (1961)].
13. Д. Пайнс, Ф. Нозьер, *Теория квантовых жидкостей*, Мир, М. (1967) [D. Pines and P. Nozieres, *The Theory of Quantum Liquids*, W. A. Benjamin, N.Y. (1966), v. 1].
14. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Физматгиз, М. (1963), Добросвет, М. (1998) [A. A. Abrikosov, L. P. Gorkov, and I. E. Dzyaloshinskii, *Methods of Quantum Field Theory in Statistical Physics*, Pergamon Press, Oxford (1963)].
15. М. В. Садовский, *Диagramматика*, ИКИ–РХД, Москва–Ижевск (2019) [M. V. Sadovskii, *Diagrammatics*, World Scientific, Singapore (2019)].
16. S. Y. Savrasov and D. Y. Savrasov, *Phys. Rev. B* **54**, 16487 (1996).
17. S. Sachdev, *Quantum Phase Transitions*, Cambridge University Press, Cambridge (1999).
18. C. M. Varma, ArXiv:1908.05686.
19. A. Georges, G. Kotliar, W. Krauth, and M. J. Rozenberg, *Rev. Mod. Phys.* **68**, 13 (1996).
20. G. Grimvall, *Physica Scripta* **14**, 63 (1978).
21. V. Heine, P. Nozieres, and J. W. Wilkins, *Phil. Mag.* **13**, 741 (1966).