

Вязкое движение сферических наночастиц, рассеивающих лазерное излучение в режиме Рэлея

М. Я. Амусья^{+*1)}, А. С. Балтенков[×]

⁺Институт физики им. Рака, Еврейский университет, 91904 Иерусалим, Израиль

^{*}Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе, 194021 С.-Петербург, Россия

[×]Институт ионно-плазменных и лазерных технологий им. Арифова, 100125 Ташкент, Узбекистан

Поступила в редакцию 6 марта 2020 г.

После переработки 19 марта 2020 г.

Принята к публикации 19 марта 2020 г.

Анализируется механизм поперечной вязкости света для наносфер, движущихся в лазерном поле. Показано, что в процессе рассеяния света этими частицами помимо силы \mathbf{F}_s , ускоряющей их в направлении распространения излучения, и градиентной силы \mathbf{F}_g , которая обусловлена пространственной неоднородностью потока света, существует сила \mathbf{F}_{visc} , которая замедляет движение частиц в поперечных направлениях. Это сила вязкости света, которая обусловлена доплеровским сдвигом частоты рассеянного излучения. Получено общее выражение для этой силы, которая действует на частицы, рассеивающие излучение в рэлеевском режиме. Это выражение использовано для оценки влияния этой силы на левитирующие наносферы, а также на медленные электроны, движущиеся в лазерном и магнитном полях. Обсуждаются возможные эксперименты по наблюдению эффектов световой вязкости.

DOI: 10.31857/S1234567820080108

1. Оптическая левитация одиночных нано- или микрочастиц в лазерном луче является предметом исследований для целого ряда статей (см., например, [1–9] и ссылки в них). Левитация изолирует частицы от окружающей среды и обеспечивает возможность точных измерений слабых сил, таких как квантовая сила трения [10] или сила Казимира [11], если такую частицу можно привести во вращение с достаточно высокими угловыми скоростями и расположить вблизи поверхности [12]. Подобная вращательная микро-манипуляция была достигнута с несферическими частицами или с частицами, обладающими двойным лучепреломлением при использовании линейно поляризованного света [13–15]. В частности, в эксперименте [14] была исследована оптическая левитация кремниевых наногантелей в высоком вакууме. В этой работе с помощью циркулярно-поляризованного лазерного поля наногантели ускорялись до частоты вращения свыше 1 ГГц. Линейная скорость наносфер, образующих гантель, достигала $v \approx 10^4$ см/с. При таких скоростях движения наносфер перпендикулярно световому потоку (именно это и происходит в экспериментах [16]), вязкость света и соответствующая сила трения света, вызванные эффектом Доплера, могут стать заметными.

Происхождение силы вязкости легко понять, рассмотрим следующий мысленный эксперимент. Представим себе идеальный бильярдный стол, на поверхности которого, без трения и потерь энергии, вечно движется бильярдный шар. Предположим, что поверхность шара изотропно отражает фотоны с частотой ω , поток которых падает перпендикулярно на стол. Если шар неподвижен относительно светового потока, частота рассеянного им излучения равна ω . Частота излучения ω' , рассеянного шаром, движущимся со скоростью \mathbf{v} относительно бильярдного стола, определяется следующим выражением [17]

$$\omega' \approx \omega \left[1 + \frac{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}')}{c} \right]. \quad (1)$$

Здесь \mathbf{n}' – вектор излучения рассеянного фотона. Согласно (1), частота фотонов, излучаемых вперед (в направлении вектора \mathbf{v}), больше частоты фотонов, излучаемых в противоположном направлении. Разница между импульсами рассеянного излучения вдоль вектора \mathbf{v} и против него равна $\Delta\hbar\omega'/c \approx 2\hbar\omega v/c^2$. Эта разница вычитается из импульса шара, который замедляет свое движение поперек потока фотонов.

2. Аналогичную картину можно наблюдать в экспериментах с левитирующими наносферами, рассеивающими лазерное излучение в режиме Рэлея. Хо-

¹⁾e-mail: amusia@vms.huji.ac.il

рошо известно, что существуют две качественно разные оптические силы, которые действуют на частицу в электромагнитном поле [18]. Первая из них называется силой рассеяния \mathbf{F}_s . Она пропорциональна сечению рассеяния частицы и луча света. Для нерасходящихся пучков сила направлена вдоль вектора Пойнтинга \mathbf{S} и ускоряет частицу в направлении распространения световой волны. Вторая называется градиентной силой \mathbf{F}_g . Эта сила возникает при наличии пространственного градиента интенсивности светового пучка. Она равна силе Лоренца, действующей на индуцированный дипольный момент частицы, и совпадает с направлением градиента интенсивности. В [18] получены формулы для сил \mathbf{F}_s и \mathbf{F}_g , действующих на диэлектрическую сферу, находящуюся в лазерном пучке с гауссовым профилем распределения интенсивности света. Левитирующая сфера, движущаяся через этот луч, оказывается также под действием дополнительной силы вязкости излучения \mathbf{F}_{visc} , которая замедляет его движение. Насколько нам известно, влияние этой силы на поведение левитирующей наночастицы до сих пор не рассматривалось²⁾. Ниже мы выводим формулу для этой силы и обсуждаем возможности ее экспериментального наблюдения.

Дифференциальное сечение рэлеевского рассеяния неполяризованного излучения малой сферой в телесный угол $d\Omega'$ вокруг единичного вектора \mathbf{n}' имеет вид [21]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega'} = \frac{1}{2} \left(\frac{\omega}{c}\right)^4 |\alpha(\omega)|^2 [1 + (\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}')^2]. \quad (2)$$

Здесь c – скорость света, \mathbf{n} – единичный вектор направления падающей волны, ω – ее частота, $\alpha(\omega)$ – динамическая поляризуемость сферы. Радиус сферы предполагается малым по сравнению с длиной волны излучения $\lambda = 2\pi c/\omega$. Полное сечение упругого рассеяния излучения определяется выражением

$$\sigma(\omega) = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{\omega}{c}\right)^4 |\alpha(\omega)|^2. \quad (3)$$

Сила рассеяния или светового давления на сферу хорошо известна и определяется [17] формулой

$$\mathbf{F}_s = \sigma(\omega)W\mathbf{n}', \quad (4)$$

где $W = \langle E^2/4\pi \rangle$ – усредненная по времени плотность энергии электромагнитного излучения, \mathbf{E} –

²⁾Заметим, что на качественном уровне эффект вязкости света для атомов в лазерном луче рассматривался впервые в нашей работе [19]. Влияние вязкости света на быстрые электроны впервые обсуждалось в [20].

электрическое поле световой волны. Предположим, что плотность потока энергии в направлении вверх (вдоль оси Z) такова, что сила светового давления равна весу сферы

$$|\mathbf{F}_s| = \sigma(\omega)W = mg, \quad (5)$$

где m – ее масса, а g – ускорение силы тяжести.

Рассмотрим двумерное движение сферы в плоскости XY , а Z пусть будет направлением пучка налетающих фотонов. Как и в случае бильярдного шара (1), частота рассеянных фотонов ω в результате упругого рассеяния света преобразуется в частоту ω' . В терминах передачи импульса рассеянного излучения процесс рассеяния можно рассматривать как поглощение фотонов, движущихся вдоль вектора \mathbf{n} , с последующим излучением новых фотонов в направлении рассеянного излучения \mathbf{n}' . Результирующий переданный импульс представляет собой вектор разности между импульсами испущенного и налетающего фотонов соответственно. Проекция импульса фотона, рассеянного сферой, на ее вектор движения \mathbf{v} , равна единице. Усредняя эту проекцию импульса фотона по всем направлениям его рассеяния, мы получим с помощью сечения (2) следующее выражение для силы вязкости света, ответственной за замедление поступательного движения сферы, перпендикулярного потоку фотона, в XY плоскости

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{\text{visc}} &= -W\mathbf{n}'' \int \frac{d\sigma}{d\Omega'} \left[1 + \frac{v}{c}(\mathbf{n}' \cdot \mathbf{n}'')\right] (\mathbf{n}' \cdot \mathbf{n}'')d\Omega' = \\ &= -\frac{3}{10} \frac{\mathbf{v}}{c} W\sigma(\omega) = -\frac{3}{10} \frac{\mathbf{v}}{c} |\mathbf{F}_s|. \end{aligned} \quad (6)$$

Заменяя в формуле (6) сечения неполяризованного излучения (2) на сечение поляризованного света [21]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega'} = \left(\frac{\omega}{c}\right)^4 |\alpha(\omega)|^2 [1 - (\mathbf{e} \cdot \mathbf{n}')^2], \quad (7)$$

получаем следующее выражение для силы световой вязкости, действующей на наносферу, движущуюся в поле поляризованного излучения

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{\text{visc}} &= -\frac{1}{5} \frac{\mathbf{v}}{c} [2 - (\mathbf{e} \cdot \mathbf{n}'')^2] W\sigma(\omega) = \\ &= -\frac{1}{5} \frac{\mathbf{v}}{c} [2 - (\mathbf{e} \cdot \mathbf{n}'')^2] |\mathbf{F}_s|. \end{aligned} \quad (8)$$

Значение силы (8) зависит от взаимной ориентации вектора поляризации излучения \mathbf{e} и вектора скорости \mathbf{v} : оно достигает максимального значения, когда \mathbf{e} перпендикулярно \mathbf{v} , и минимально, когда $\mathbf{e} \parallel \mathbf{v}$. Величины сил (6) и (8) составляют определенные доли силы (4), и эти доли полностью определяются сечениями дифференциального рассеяния Рэлея (2) и

(7). Движение наносфер под действием этих сил напоминает их движение в вязкой среде под действием силы Стокса.

Оценим значение силы вязкости света (6) для одной левитирующей наносферы. Сила рассеяния (или сила светового давления), создаваемого в установке, описанной в [16] сфокусированным на сфере лазером с мощностью $P = 0.5$ Вт и длиной волны $\lambda = 1550$ нм, составляет $F_s = P/c = 1.7 \cdot 10^{-9}$ Н. Линейная скорость сферы из наногантели в эксперименте [16] есть $v \approx 85$ нм \times 1 ГГц = $8.5 \cdot 10^3$ см/с. Используя это значение скорости, получим значение $F_{\text{visc}} = 1.4 \cdot 10^{-16}$ Н для силы (6). Она превышает силы примерно в зептоньютон, исследованные в работе [22], на пять порядков.

3. В качестве возможного эксперимента по наблюдению сил световой вязкости или трения рассмотрим вращение наногантели, рассеивающей лазерное излучение в режиме Рэлея. Рассмотрим левитирующую гантель не в форме двух слипшихся шариков, как в [16], а в виде кавендишского торсионного баланса с двумя сферами, соединенными рукояткой длиной l (см. димер из наносфер в работе [14]). Мы также предполагаем, что рукоятка нашей гантели представляет собой достаточно тонкий стержень, вязким трением которого в световом потоке можно пренебречь. Пусть длина гантели $l \gg \lambda$, так что рассеяние излучения шарами гантели можно рассматривать в режиме Рэлея (Rel). Предположим, что лазерный луч изначально линейно поляризован, и гантель захватывается оптическим пинцетом, так что середина стержня находится в центре лазерного луча. Следовательно, сумма градиентных сил \mathbf{F}_g , действующих на шары гантели, равна нулю. Как и в [16], гантель ускоряется циркулярно-поляризованным излучением до угловой скорости $\dot{\varphi}_0$ ³⁾. После этого лазерное излучение мгновенно преобразуется в неполяризованное. В результате вращение гантели в плоскости XU замедляется под действием вязкой силы (6). Следующее простое уравнение описывает этот процесс:

$$m \frac{l^2}{2} \ddot{\varphi} = -\frac{3}{10} \frac{2mg}{c} \frac{l^2}{2} \dot{\varphi}. \quad (9)$$

Здесь $ml^2/2$ – момент инерции гантели, $2mg$ – сила рассеяния (5), которая обеспечивает левитацию гантели в луче света, а $\ddot{\varphi}$ есть угловое ускорение оси гантели. Решение этого уравнения очевидно: $\dot{\varphi}(t) = \dot{\varphi}_0 \exp(-t/\tau_R)$. Здесь

$$\tau_{\text{Rel}} = 5c/3g \approx 5.1 \cdot 10^7 \text{ с} \quad (10)$$

³⁾Точка над символом угловой скорости обозначает дифференцирование по времени.

есть время релаксации, т.е. период времени, необходимый для уменьшения угловой (или линейной) скорости левитирующей наногантели примерно в 3 раза. Примечательно, что это характерное время в режиме Рэлея не зависит от размера и массы левитирующей гантели, но определяется только сечением рассеяния излучения (6).

Рэлеевский режим рассеяния излучения предполагает, что длина волны электромагнитного излучения намного больше радиуса наносферы a ($\lambda \gg a$). Рассмотрим, как и в случае вышеописанного миллиардного шара, другой предельный случай: когда длина волны λ мала по сравнению с радиусом сфер, образующих наногантель. Будем считать эти сферы идеально проводящими и, следовательно, прекрасно отражающими. Рассеяние ими излучения может быть рассмотрено в приближении геометрической оптики, в рамках которой дифференциальное сечение рассеяния фотонов на сфере [23] есть

$$\frac{d\sigma}{d\Omega'} = \frac{a^2}{4}. \quad (11)$$

Подставляя это сечение в формулу (6), получаем следующее выражение для силы вязкости, действующей на наносферу в световом потоке W :

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{\text{visc}} &= -W \mathbf{n}'' \frac{a^2}{4} \int \left[1 + \frac{v}{c} (\mathbf{n}' \cdot \mathbf{n}'') \right] (\mathbf{n}' \cdot \mathbf{n}'') d\Omega' = \\ &= -\frac{1}{3} \frac{\mathbf{v}}{c} \pi a^2 W = -\frac{1}{3} \frac{\mathbf{v}}{c} |\mathbf{F}_s|. \end{aligned} \quad (12)$$

Для времени замедления скорости вращения левитирующей наногантели вместо (10) получаем следующий результат:

$$\tau_{\text{Geom}} = 3c/2g \approx 4.6 \cdot 10^7 \text{ с}. \quad (13)$$

Приведенные выше значения времени τ_{Rel} и τ_{Geom} могут быть уменьшены, если увеличить плотность излучения W . Добавим к первому лазерному лучу второй, направленный вертикально вниз вдоль оси Z . Предположим, что мощности лазерного луча 1 (с W_1) и лазерного луча 2 (с W_2) таковы, что наногантель, как и прежде, левитирует в оптическом резонаторе, создаваемом двумя встречными лазерными лучами (см. рис. 1b в [1]). В этом экспериментальном устройстве силы рассеяния или светового давления $\mathbf{F}_s^{(1)}$ и $\mathbf{F}_s^{(2)}$ вычитаются, а силы вязкости \mathbf{F}_{visc} суммируются. Это следует из того факта, что силы вязкости определяются только плотностью электромагнитного излучения W , т.е. количеством фотонов на единицу объема, независимо от направления движения фотона. В этом случае в формулах (6) и (12) мы

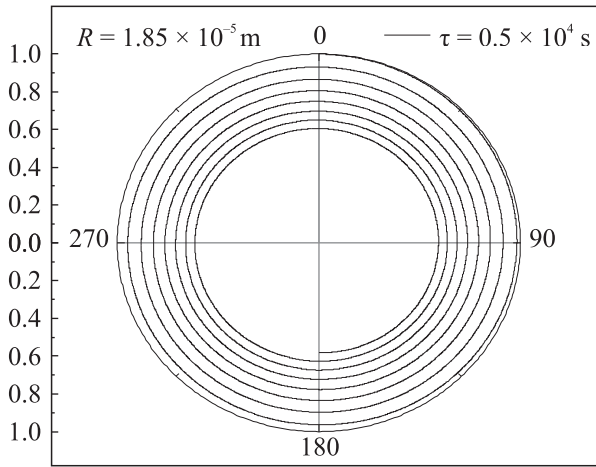


Рис. 1. Траектория электрона в магнитном и лазерном полях, рассчитанная по формуле (14) для начального радиуса $R \approx 1.85 \cdot 10^{-5}$ м и времени $\tau \approx 0.5 \cdot 10^4$ с

должны заменить W на сумму плотностей $W_1 + W_2$. Увеличение плотности фотонов, конечно, ограничивается индуцированным лазером нагревом и испарением наносфер.

4. Рассмотрим нанообъект, который рассеивает лазерное излучение в режиме Рэлея, и для которого проблемы нагрева и испарения не существует. Предположим, что оптический резонатор, образованный двумя лазерными лучами, рассмотренными выше, расположен в сильном магнитном поле \mathbf{B} , направленном вдоль оси Z . Медленный электрон со скоростью v вводится в эту полость перпендикулярно оси Z , и начинает двигаться по круговой траектории с радиусом $R = vm/eB$ в плоскости XY . Здесь e и m – заряд и масса электрона соответственно. Предположим также, что радиус оптического резонатора w_0 немного больше циклотронного радиуса $w_0 \geq R$. При этом условии круговая орбита электрона остается внутри светового пятна. Уравнения движения электрона в световом и магнитном полях определяются по формулам

$$\begin{aligned} m\dot{v}_x &= -ev_y B - \beta v_x, \\ m\dot{v}_y &= -ev_x B - \beta v_y. \end{aligned} \tag{14}$$

Параметр β в (14) определяется соотношением:

$$\beta = \frac{3}{10} \frac{W\sigma}{c}. \tag{15}$$

Здесь σ – томсоновское сечение упругого рассеяния света σ [17]

$$\sigma = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2. \tag{16}$$

Умножив уравнения (14) на v_x и v_y соответственно и сложив их, получим уравнение, $\dot{v} = -(\beta/m)v$, где $v^2 = v_x^2 + v_y^2$. Решение этого уравнения следующее:

$$v(t) = v_0 e^{-\frac{\beta}{m}t}. \tag{17}$$

Временной параметр в показателе степени (17) определяется выражением

$$\tau = \frac{m}{\beta} = \frac{5}{3} \frac{\pi w_0^2 mc^2}{\sigma P}. \tag{18}$$

В формуле (18) мы предполагаем, что мощности P луча 1 и луча 2 одинаковы. Следовательно, величины продольных сил светового давления, направленных друг против друга, равны, а плотность электромагнитного излучения W увеличивается в два раза. Для медленного электрона с энергией $\epsilon \approx 30$ эВ в магнитном поле $B = 1$ Тл радиус циклотронной орбиты составляет $R \approx 1.85 \cdot 10^{-5}$ м. Для оценки подставим $w_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ в уравнение (18). При мощности пучка $P = 0.5$ кВт время эксперимента, необходимое для уменьшения начальной скорости электрона $v_0 \approx 3.25 \cdot 10^6$ м/с в три раза есть $\tau \approx 0.5 \cdot 10^4$ с. Спиральный путь электрона в суперпозиции магнитного и вязкого поля света представлен на рис. 1. Магнитные поля B и электронные энергии ϵ , использованные в этом эксперименте, вполне доступны.

5. Приведены формулы, позволяющие рассчитать силу радиационной вязкости и исследовать ее особенности. Сила, вполне ожидаемо, оказалась малой, но, в принципе, влиятельной и отличной от других сил, с помощью которых луч света воздействует на нанообъекты и электроны. Недавно разработанная оптомеханическая экспериментальная техника позволяет наблюдать силу вязкости света. Мы предложили некоторые эффекты, которые могут продемонстрировать наличие этой силы. Полагаем, что экспериментальное обнаружение этих новых физических проявлений вязкости света, а также подтверждение их предсказанных значений представляло бы большой интерес.

А. С. Балтенков выражает благодарность за поддержку Узбекскому фонду, грант ОТ-Ф2-46 и доктору А. В. Зиновьеву за полезные обсуждения.

1. A. Ashkin, Phys. Rev. Lett. **24**, 156 (1970).
2. A. Ashkin, *Optical trapping and manipulation of neutral particles using lasers*, World Scientific, Singapore (2006).
3. M. Aspelmeyer, T. J. Kippenberg, and F. Marquardt, Rev. Mod. Phys. **86**, 1391 (2014).

4. Z. Cheng, P. M. Chaikin, and T. G. Mason, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 108303 (2002).
5. K. G. Libbrecht and E. D. Black, *Phys. Lett. A* **321**, 99 (2004).
6. Y. Arita, M. Mazilu, and K. Dholakia, *Nat. Commun.*; doi: 10.1038/ncomms3374.
7. A. Ashkin and J. M. Dziedzic, *Appl. Phys. Lett.* **19**, 283 (1971).
8. A. Ashkin and J. M. Dziedzic, *Appl. Phys. Lett.* **24**, 586 (1974).
9. A. Ashkin and J. M. Dziedzic, *Appl. Phys. Lett.* **28**, 333 (1976).
10. R. Zhao, A. Manjavacas, F. J. Garcia de Abajo, and J. B. Pendry, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 123604 (2012).
11. A. Manjavacas, F. J. Rodriguez-Fortuno, F. J. Garcia de Abajo, and A. V. Zayats, *Phys. Rev. Lett.* **118**, 133605 (2017).
12. Z. Xu and T. Li, *Phys. Rev. A* **96**, 033843 (2017).
13. Z. Cheng, P. M. Chaikin, and T. G. Mason, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 108303 (2002).
14. W. Lechner, S. J. M. Habraken, N. Kiesel, M. Aspelmeyer, and P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 143604 (2013).
15. A. I. Bishop, T. A. Nieminen, N. R. Heckenberg, and H. Rubinsztein-Dunlop, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 198104 (2004).
16. J. Ahn, Z. Xu, J. Bang, Y. Deng, T. M. Hoang, Q. Han, R. Ma, and T. Li, *Phys. Rev. Lett.* **121**, 033603 (2018).
17. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *The Classical Theory of Fields (Volume 2 of A Course of Theoretical Physics)*, Pergamon Press, Oxford (1971).
18. Y. Harada and T. Asakura, *Opt. Commun.* **124** 529 (1996).
19. M. Ya. Amusia and A. S. Baltenkov, *Tech. Phys. Lett.* **14**, 877 (1988) (in Russian).
20. M. Ya. Amusia, A. S. Baltenkov, Z. Felfli, A. Z. Msezane, and A. B. Voitkiv, *Phys. Rev. A* **66**, 063416 (2002).
21. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Electrodynamics of Continuous Media (Volume 8 of A Course of Theoretical Physics)*, Pergamon Press, Oxford (1960).
22. G. Ranjit, M. Cunningham, K. Casey, and A. A. Geraci, *Phys. Rev. A* **93**, 053801 (2016).
23. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Mechanics (Volume 1 of A Course of Theoretical Physics)*, Pergamon Press, Oxford (1976).