

РККИ-взаимодействие в одномерном кристалле с беспорядком и температурой

К. А. Барышников¹⁾, И. В. Крайнов

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН, 194021 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 18 апреля 2020 г.

После переработки 3 мая 2020 г.

Принята к публикации 4 мая 2020 г.

Получено аналитическое выражение для энергии косвенного обменного взаимодействия двух магнитных примесей в одномерном кристалле с учетом наличия как беспорядка, так и температуры. Включение даже слабого беспорядка в одномерном кристалле приводит к локализации носителей заряда в нем, и, как следствие, к подавлению дальнедействующего косвенного обменного взаимодействия (РККИ-взаимодействия) между двумя магнитными примесями на длине локализации носителей заряда. Увеличение температуры, в свою очередь, приводит к исчезновению когерентности электронной плотности, за счет которой обеспечивается РККИ-взаимодействие. Показано, что оба эти эффекта оказывают влияние независимо друг от друга и приводят к экспоненциальному подавлению величины обменного взаимодействия с увеличением расстояния между примесями. Другое важное проявление беспорядка заключается в изменении степенной зависимости от расстояния между примесями: взаимодействие РККИ спадает с расстоянием быстрее, чем $1/r$.

DOI: 10.31857/S1234567820120071

В настоящий момент прогресс в нанотехнологии вызвал большой интерес к теоретическим и экспериментальным исследованиям свойств одномерных систем с магнитными примесями [1–6]. Ключевым вопросом является взаимодействие и упорядочение таких центров. Косвенное обменное взаимодействие (Рудермана–Киттеля–Касуя–Йосиды, РККИ-взаимодействие) [7] является одним из основных механизмов взаимодействия магнитных центров в металлах и полупроводниках. Оно было хорошо изучено для систем с идеальным вырожденным электронным газом различной размерности [8] как для квадратичного спектра, так и для линейного спектра в графене [9, 10] и в углеродных нанотрубках [11]. РККИ-взаимодействие появляется за счет спин-зависимого рассеяния электронов в кристалле на магнитных центрах и интерференции рассеянных волн в точке других центров. В связи с этим, важным условием наличия такого взаимодействия является когерентность электронной спиновой плотности в разных точках кристалла. Однако данное условие начинает нарушаться при появлении температурного размытия состояний в системе, а включение беспорядка приводит к существенному изменению интерференции рассеянных волн.

В одномерном кристалле наличие беспорядка является критичным для интерференционных эффектов, поскольку беспорядок приводит к локализации всех носителей заряда [12, 13]. В то время как при отсутствии беспорядка РККИ-взаимодействие дальнедействующее и падает с расстоянием как $1/r$, локализация приводит к резкому ослаблению взаимодействия магнитных центров с расстоянием между ними, что было показано с помощью численного расчета восприимчивости магнитных центров в таких кристаллах [14]. Одномерные системы сильно отличаются от систем с большей размерностью. Усреднение по слабому беспорядку в 2D и 3D системах приводит к экспоненциальному подавлению косвенного обмена, из-за потери когерентности. Однако, как было показано в работах [15, 16], при усреднении среднего квадрата константы обменного взаимодействия экспоненциального подавления не происходит. Это связано с появлением так называемой “диффузионной лестницы” при усреднении квадратичной величины. Так же появляются интерференционные поправки, аналогичные слабой локализации, но приводящие к увеличению дисперсии косвенного обмена в системе с беспорядком по сравнению с чистой системой. В одномерных системах поправки, связанные с рассеянием назад, не могут быть учтены по теории возмущений, так как приводят к расходимостям, что связано с локализацией. В связи с этим в

¹⁾e-mail: barysh.1989@gmail.com

одномерных системах учет беспорядка не может быть сделан в рамках теории возмущений по беспорядку. Как будет показано ниже, из-за корреляции огибающих волновых функций локализованных состояний изменяется стандартная $\sim 1/r$ степенная зависимость РККИ-взаимодействия от расстояния. Другим важным фактором, влияющим на косвенное обменное взаимодействие, является температура, приводящая к сбою фазы электронов и изменению заселенности уровней энергии в системе. Однако до сих пор не исследовалось одновременное влияние этих факторов на РККИ-взаимодействие.

Целью настоящего сообщения является исследование влияния локализации носителей заряда и температуры на косвенное обменное взаимодействие магнитных центров в одномерном кристалле. Данное сообщение состоит из трех частей. В первой выводится общее выражение для косвенного обменного взаимодействия, верное для любой размерности при произвольных функции распределения носителей и волновых функций электронов. Во второй части проверено, что из общего выражения, полученного в первой части, выводится хорошо известное выражение для случая нулевой температуры при отсутствии беспорядка. В третьей части получено и проанализировано аналитическое выражение для общего случая с беспорядком и температурой.

Общее выражение для косвенного обменного взаимодействия. Мы будем действовать в рамках модели кристалла как непрерывной среды, тогда взаимодействие магнитных центров с носителями заряда в кристалле происходит контактным образом и дается следующим выражением:

$$\hat{V} = A(\hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{I}}_1)\delta(x - x_1) + A(\hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{I}}_2)\delta(x - x_2), \quad (1)$$

где A – константа обменного взаимодействия магнитного центра с электроном, $x_{1,2}$ – положения магнитных примесей в кристалле, $\hat{\mathbf{I}}_1, \hat{\mathbf{I}}_2$ – операторы спинов магнитных примесей, $\hat{\mathbf{S}}$ – оператор спина электрона. Энергия РККИ-взаимодействия $E_{II}(r)$ – это функция в эффективном гамильтониане, описывающая взаимодействие спинов магнитных центров

$$\hat{V}_{II} = E_{II}(r)(\hat{\mathbf{I}}_1\hat{\mathbf{I}}_2). \quad (2)$$

Для слабой константы обменного взаимодействия $A\nu(E_F) \ll 1$ (где $\nu(E_F)$ – плотность состояний на уровне Ферми), когда не важны многочастичные эффекты (эффект Кондо), спины магнитных примесей можно рассматривать классическими и фиксированными, а их операторы заменить на обычные векторы [17–19]. В данном подходе вычисление энергии

косвенного обменного взаимодействия сводится к вычислению энергий электронного газа с параллельной и антипараллельной ориентацией спинов магнитных центров

$$E_{II}(r) = \frac{1}{2I_1I_2}(E_{\uparrow\uparrow} - E_{\uparrow\downarrow}). \quad (3)$$

Вычисление энергии электронного газа при фиксированной ориентации примесей необходимо производить до второго порядка теории возмущений по потенциалу взаимодействия с примесями (1). Из вида эффективного гамильтониана (2) можно заключить, что нам будут важны именно квадратичные по \hat{V} члены. Тогда используя уравнение на электронную матрицу плотности и найдя поправки к ней первого ($\hat{\rho}_1$) и второго ($\hat{\rho}_2$) порядка, получим

$$\langle E \rangle_2 = \text{Sp} \left(\hat{V}\hat{\rho}_1 + \hat{H}_0\hat{\rho}_2 \right), \quad (4)$$

где \hat{H}_0 – гамильтониан электронной системы без магнитных примесей, а Sp означает операцию взятия следа матрицы. Расчет показывает, что последнее слагаемое в (4) равно нулю из-за внедиагональной структуры $\hat{\rho}_2$. Таким образом, энергия взаимодействия полностью определяется $\hat{\rho}_1$, которое выражается через невозмущенную матрицу плотности системы, отвечающую условию термодинамического равновесия $\hat{\rho}_0 = \exp\{(\mu\hat{N} - \hat{H}_0)/T\}$, где T – температура, μ – химический потенциал системы, а \hat{N} – оператор количества электронов в системе. В стационарном случае

$$\hat{\rho}_1 = \sum_{nm} \rho_{nm}^1 |n\rangle\langle m|, \quad \rho_{nm}^1 = \frac{V_{nm}}{E_n - E_m} (\rho_{nn}^0 - \rho_{mm}^0). \quad (5)$$

Теперь мы можем найти поправку к энергии электронного газа во втором порядке теории возмущений

$$\langle E \rangle_2 = \sum'_{nm} \frac{V_{mn}V_{nm}}{E_n - E_m} (\rho_{nn}^0 - \rho_{mm}^0), \quad (6)$$

где штрих (') у суммы означает суммирование по состояниям $m \neq n$. Из-за симметрии к перестановке индексов $|V_{nm}| = |V_{mn}|$ мы можем переписать данное выражение в виде:

$$\langle E \rangle_2 = 2 \sum'_{nm} \frac{V_{mn}V_{nm}}{E_n - E_m} (\rho_{nn}^0 - \rho_{00}^0). \quad (7)$$

Отметим важность слагаемого с ρ_{00}^0 в (7) в одномерном случае. Если убрать матрицы плотности, то оставшаяся часть выражения антисимметрична по

индексам n, m , и стало быть, равна нулю. Однако в 1D она не равна нулю из-за наличия полюса в точке, где $n = 0$, вклад которого компенсируется вычитанием ρ_{00}^0 , эквивалентно тому, как это было учтено в (6). Этот же факт связан с наличием и важностью локализованных состояний при расчете 1D РККИ [20]. В размерностях больших единицы из-за стремящейся к нулю плотности состояний в той же точке полюса не будет, и слагаемое с ρ_{00}^0 можно отбросить. Подставляя выражение (7) с фиксированной ориентацией магнитных центров в (3), найдем энергию косвенного обменного взаимодействия. Преимущество выражения (7) состоит в возможности одновременно учесть температурное распределение электронов, а также произвольно выбранные состояния и спектр электронов.

Косвенное обменное взаимодействие через вырожденный свободный электронный газ. Для начала вычислим хорошо известное выражение для РККИ в 1D на свободных носителях, используя (7). В базисе плоских волн $\psi_k = \exp(ikx)/\sqrt{L}$, где L — размер системы (бесконечная величина в термодинамическом пределе), квадрат матричного элемента

$$|V_{kp}|^2 = \frac{A^2}{L^2} \left[\langle s_k | (\hat{\mathbf{S}}_1) \hat{\rho}_p^s (\hat{\mathbf{S}}_1) | s_k \rangle + \langle s_k | (\hat{\mathbf{S}}_2) \hat{\rho}_p^s (\hat{\mathbf{S}}_2) | s_k \rangle + \langle s_k | (\hat{\mathbf{S}}_1) \hat{\rho}_p^s (\hat{\mathbf{S}}_2) | s_k \rangle e^{i(p-k)(x_1-x_2)} + \langle s_k | (\hat{\mathbf{S}}_2) \hat{\rho}_p^s (\hat{\mathbf{S}}_1) | s_k \rangle e^{-i(p-k)(x_1-x_2)} \right], \quad (8)$$

где $\hat{\rho}_p^s = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ — начальная (невозмущенная) спиновая матрица плотности состояния p , $\langle s_k |$ — конечное спиновое состояние k . Суммируя по конечным спиновым состояниям, найдем

$$\sum_{s_k} |V_{kp}|^2 = \frac{A^2}{2L^2} \left[(\mathbf{I}_1 \mathbf{I}_1) + (\mathbf{I}_2 \mathbf{I}_2) + 2(\mathbf{I}_1 \mathbf{I}_2) \cos(p-k)(x_1-x_2) \right] \rightarrow \frac{A^2}{L^2} (\mathbf{I}_1 \mathbf{I}_2) \cos(p-k)(x_1-x_2). \quad (9)$$

В последнем слагаемом мы опустили $\mathbf{I}_1 \mathbf{I}_1$, $\mathbf{I}_2 \mathbf{I}_2$, так как они не описывают взаимодействия между магнитными примесями, а соответствуют лишь общему сдвигу энергий для всего электронного газа, независимому от взаимного расположения магнитных моментов примесей. Тогда из (7) выражение для поправки к энергии электронного газа $\langle E \rangle_2$, отвечаю-

щее взаимодействию двух магнитных примесей, равно $2A^2(\mathbf{I}_1 \mathbf{I}_2)$ умноженному на интеграл

$$P.V. \iint \frac{dkdp}{(2\pi)^2} \frac{\cos(p-k)(x_1-x_2)}{E_k-E_p} [\theta(E_F-E_k) - 1],$$

где $P.V.$ означает операцию взятия интеграла в смысле главного значения, а $\theta(E_F-E_k)$ — функция Хэвисайда, ступенькой меняющая свое значение с 1 на 0, когда энергия состояния k превышает энергию Ферми E_F данного вырожденного электронного газа. Учтем, что $x_1-x_2=r$ и что

$$P.V. \int_{-\infty}^{\infty} dp \frac{\sin pr}{k^2-p^2} = 0, \quad P.V. \int_{-\infty}^{\infty} dp \frac{\cos pr}{k^2-p^2} = \pi \frac{\sin kr}{k},$$

тогда окончательно имеем

$$\langle E \rangle_2 = (\mathbf{I}_1 \mathbf{I}_2) \frac{A^2 m}{2\pi \hbar^2} \int dk \frac{\sin 2kr}{k} [\theta(E_F-E_k) - 1]. \quad (10)$$

Из выражения (10) видно, что не вычитание ρ_{00}^0 в (7) привело бы к отсутствию падения взаимодействия с увеличением расстояния между примесями, т.е. дальнедействию, что, разумеется, неверно. В итоге получаем выражение для энергии РККИ в 1D без беспорядка и при $T=0$ [8, 20]

$$E_{II}(r) = -\frac{A^2 m}{\pi \hbar^2} \int_{2k_F r}^{\infty} dz \frac{\sin z}{z} = \frac{A^2 m}{\pi \hbar^2} \text{si}(2k_F r). \quad (11)$$

Учет беспорядка. Наличие сколь угодно слабого беспорядка в 1D приводит к локализации носителей. Длина локализации связана с точностью до двойки с длиной свободного пробега, рассчитанного по золотому правилу Ферми [12], для состояний с $p\xi_p \gg 1$, где ξ_p — длина локализации состояния p . Время рассеяния τ_p состояния p , связанное с наличием случайного потенциала $U(x)$, задается выражением

$$\frac{1}{\tau_p} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_k |\langle k | \hat{U} | p \rangle|^2 \delta(E_k - E_p). \quad (12)$$

Предполагая U слабым возмущением над потенциалом кристаллической решетки, оно будет приводить к рассеянию состояний электронов, описываемых плоскими волнами. Тогда

$$|\langle k | \hat{U} | p \rangle|^2 = \int dx dy \frac{e^{i(k-p)(x-y)}}{L^2} U(x)U(y) = \int \frac{d\rho}{L} e^{i(k-p)\rho} \int \frac{dx}{L} U(x)U(x-\rho). \quad (13)$$

Поскольку U – случайное поле, то в пределе $L \rightarrow \infty$ выполняется аналог эргодической гипотезы

$$\int \frac{dx}{L} U(x)U(x-\rho) = \langle\langle U(0)U(\rho) \rangle\rangle, \quad (14)$$

где скобки $\langle\langle \dots \rangle\rangle$ означают усреднение по ансамблю реализаций случайной величины U . В результате выражение для τ_p запишется в виде

$$\frac{1}{\tau_p} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_k \frac{1}{L} \int dr e^{i(k-p)r} \langle\langle U(0)U(r) \rangle\rangle \delta(E_k - E_p). \quad (15)$$

Для нахождения длины свободного пробега воспользуемся тем фактом, что в одномерии достаточно учесть вклады процессов рассеяния назад [12], тогда положив рассеянное состояние $|k\rangle = |-p\rangle$, имеем

$$\frac{1}{\tau_p} = \frac{m}{p\hbar^3} \int dr e^{i2pr} \langle\langle U(0)U(r) \rangle\rangle, \quad (16)$$

$$\frac{1}{\xi_p} = \frac{1}{2v_p\tau_p} = \frac{m^2}{2p^2\hbar^4} \int dr e^{i2pr} \langle\langle U(0)U(r) \rangle\rangle, \quad (17)$$

где v_p – скорость состояния p , предполагая квадратичный спектр электронов с массой m (т.е. $E_p = \hbar^2 p^2 / 2m$). Например, для короткодействующего потенциала с корреляционной длиной $r_{cKF} \ll 1$ получим

$$U(x) = \sum_i U_0 \delta(x - x_i), \quad \langle\langle U(0)U(r) \rangle\rangle = U_0^2 n \delta(r),$$

$$\frac{1}{\xi_p} = \frac{m}{E_p 4\hbar^2} U_0^2 n, \quad (18)$$

где U_0 – характерная величина случайного поля U , а n – среднее количество дефектов, являющихся источником беспорядка, на единицу длины.

Для нахождения энергии РККИ-взаимодействия нам необходимо знать волновые функции в системе с беспорядком. Задача об усреднении произведений значений волновых функций в различных точках по беспорядку хорошо изучена, и в случае слабого беспорядка $p\xi_p \gg 1$ волновая функция может быть представлена в виде произведения быстроосцилирующей части и плавной огибающей [21, 22]. Плавная огибающая описывает локализацию частицы около центра локализации [23] и спадает на масштабе ξ_p . По сути это означает, что система модельно разбивается на квантовые ящики размером ξ_p , в каждой из которых существует набор дискретных состояний, описываемых квантовыми числами p .

$$\psi_{p,i} = \sqrt{2} \cos [px + \delta] \Phi_{\xi_p, x_i}(x), \quad (19)$$

где x_i – центр волновой функции (центр локализации состояния), δ – фаза, медленно меняющаяся от x на масштабе $1/p$, но быстро меняющаяся в зависимости от p на масштабе $1/\xi_p$. Быстроосцилирующая часть определяет энергию частицы, аналогично плоской волне $E_{p,i} = \hbar^2 p^2 / 2m$.

При вычислении матричных элементов можно перейти от суммирования к интегрированию по p и k , домножая каждый член суммы в (7) на $dp\xi_p = 1$ и $dk\xi_k = 1$. Кроме того, мы можем избавиться от быстро меняющейся фазы δ , произведя замену подынтегральной функции \mathcal{F} на ее среднее значение на масштабе Δp : $1/\xi_p \ll \Delta p \ll p$, т.е.

$$\int dp \mathcal{F}(px) \rightarrow \int dp \frac{1}{\Delta p} \int_p^{p+\Delta p} dq \mathcal{F}(qx). \quad (20)$$

Квадрат матричного элемента РККИ в этом случае в нулевом порядке по $(p\xi_p)^{-1}$ будет иметь вид

$$\sum_{s_k} |V_{kp}|^2 \rightarrow (\mathbf{I}_1 \mathbf{I}_2) A^2 \cos(pr) \cos(kr) \times$$

$$\times \frac{1}{2} (\Phi_{\xi_k, x_i}^*(x_1) \Phi_{\xi_p, x_j}^*(x_1) \Phi_{\xi_p, x_j}(x_2) \Phi_{\xi_k, x_i}(x_2) + \text{h.c.}). \quad (21)$$

При вычислении (7) нам также необходимо просуммировать по положениям центров локализации. При суммировании выполним также по ним усреднение, предполагая однородным распределение центров локализации в пространстве (см. ссылки в [23]). Главный вклад от суммирования по положениям центров будет даваться теми членами суммы, для которых $x_i = x_{i'}$, в то время как вклад членов с $x_i \neq x_{i'}$ будет экспоненциально подавлен, так как волновые функции в них разнесены более, чем на ξ .

$$\xi_p \xi_k \sum_{x_i, x_j} \langle \Phi_{\xi_k, x_i}^*(x_1) \Phi_{\xi_p, x_j}^*(x_1) \Phi_{\xi_p, x_j}(x_2) \Phi_{\xi_k, x_i}(x_2) \rangle \approx$$

$$\xi \nu^{-1} \langle \sum_{q, x_i} \delta(E_p - E_q) \Phi_{\xi_k, x_i}^*(0) \Phi_{\xi_q, x_i}^*(0) \Phi_{\xi_q, x_i}(r) \Phi_{\xi_k, x_i}(r) \rangle$$

$$\equiv S_{k,p}(r), \quad (22)$$

где $\nu = m/2\pi k \hbar^2$ – плотность состояний. Здесь ξ – длина локализации, взятая на уровне Ферми. Тогда усредненный квадрат матричного элемента РККИ в конечной форме примет вид

$$(\mathbf{I}_1 \mathbf{I}_2) A^2 \cos(kr) \cos(pr) S_{k,p}(r). \quad (23)$$

Внутренний интеграл в (7) может быть вычислен стандартными методами комплексного анализа

$$\int_{-\infty}^{\infty} dp \frac{\cos pr}{k^2 - p^2} S_{k,p}(r) = \pi \frac{\sin kr}{k} S_{k,k}(r). \quad (24)$$

Здесь мы предположили, что у коррелятора огибающих отсутствуют полюса (однако это не общее утверждение). Тогда выражение для 1D РККИ с учетом беспорядка и температуры записывается в следующем виде

$$E_{II}(r) = \frac{A^2 m}{\pi \hbar^2} \int_0^\infty dk \frac{\sin(2kr)}{k} S_{k,k}(r) (f_k - f_0), \quad (25)$$

где $f_k = 1/(1 + \exp((E_k - \mu)/T))$ – функция Ферми–Дирака заселенности состояния k .

Заметим, что итоговое выражение, полученное в (25) в точности переходит в выражение (11), если температуру и беспорядок положить равными нулю (т.е. $\xi_k \rightarrow \infty$, $T \rightarrow 0$, $\mu = E_F = \text{const}$). Поскольку подавление косвенного обменного взаимодействия происходит при относительно больших r , интересно проанализировать асимптотику $E_{II}(r)$ при $k_F r \gg 1$. Для этого заметим, что из (25) можно получить простое аналитическое выражение в случае $k_F r \gg 1$ и $\mu \approx E_F \gg T$. Пользуясь последним условием, мы можем линейаризовать спектр вблизи энергии Ферми $E_k - E_F \approx \hbar v_F (|k| - k_F)$, и перейдя к новой переменной интегрирования $z = kr - k_F r$, переписать часть интеграла из (25) без f_0 в виде

$$\mathcal{I} = \int_{-k_F r}^\infty dz \frac{\sin(2z + 2k_F r)}{z + k_F r} S_{k_F + z/r}(r) \frac{1}{1 + e^{z\lambda_T/r}},$$

где мы ввели тепловую длину $\lambda_T = \hbar v_F/T$, с помощью которой условие $E_F \gg T$ можно переписать по-другому, как $k_F \lambda_T \gg 1$.

Устремив $k_F r \rightarrow \infty$, можно получить первый член асимптотического разложения для \mathcal{I} по $(k_F r)^{-1}$

$$\int_{-\infty}^\infty dz \frac{e^{i2z} e^{i2k_F r} - e^{-i2z} e^{-i2k_F r}}{2ik_F r} S_{k_F}(r) \frac{1}{1 + e^{z\lambda_T/r}}, \quad (26)$$

который далее будет вычислен в виде суммы вычетов по полюсам подынтегрального выражения.

Заметим, что в исходном выражении (25) также возникает полюс в нуле (от $1/k$), который, однако, компенсируется вычитаемой f_0 , как это подробно обсуждалось после вывода выражения (7). Поэтому асимптотика выражения (25) полностью определяется интегралом (26) и зависит только от полюсов функции f_k

$$1 + e^{z_n \lambda_T/r} = 0, \quad z_n = \frac{i\pi r}{\lambda_T} (1 + 2n), \quad (27)$$

$$\int_{-\infty}^\infty dz \frac{e^{i2z}}{1 + e^{z\lambda_T/r}} = -\frac{i\pi r}{\lambda_T \sinh(2r\pi/\lambda_T)}. \quad (28)$$

Отсюда при $\xi_F k_F \gg 1$, $k_F \lambda_T \gg 1$ и $k_F r \gg 1$ для 1D РККИ-взаимодействия получаем

$$E_{II}(r) = -\frac{A^2 m \cos(2k_F r)}{\pi \hbar^2} \frac{\pi T/\hbar v_F}{k_F \sinh(2r\pi T/\hbar v_F)} S_{k_F}(r). \quad (29)$$

В случае нулевой температуры и отсутствия беспорядка данное выражение в точности является асимптотическим пределом выражения (11) при $k_F r \gg 1$.

Вычисление коррелятора огибающих (22) может быть произведено точно. В работе [22] было найдено выражение для коррелятора плотность–плотность при одинаковой энергии. Позже, в работе [24], было показано, что при одинаковых состояниях коррелятор вида (22) с точностью до константы совпадает с коррелятором плотность–плотность. Приведем ниже асимптотическое выражение для РККИ-взаимодействия, используя асимптотику коррелятора (22)

$$E_{II}(r) \sim \frac{\cos(2k_F r)}{r^{5/2} k_F \xi_F^{-3/2}} e^{-r/4\xi_F}, \quad \lambda_T \gg r \gg \xi_F, \quad (30)$$

$$E_{II}(r) \sim \cos(2k_F r) \frac{T}{E_F} e^{-r2\pi/\lambda_T}, \quad \lambda_T \ll r \ll \xi_F. \quad (31)$$

Следует отметить, что использованная асимптотика коррелятора (30) предполагает $r \gg \xi_F$. На масштабах $r \sim \xi_F$ необходимо использовать точный вид коррелятора огибающих локализованных состояний и общий вид зависимости будет более сложным. На малых расстояниях $r \ll \xi_F$ коррелятор равен единице, что было использовано в (31).

Ответ (29) может быть относительно просто получен, если модельно выбрать огибающие в виде

$$\Phi_{\xi_F, x_i} = \frac{e^{-(x-x_i)^2/2\xi_F^2}}{\sqrt{\pi^{1/2}\xi_F}}. \quad (32)$$

Такой выбор гарантирует отсутствие полюсов у коррелятора, и тогда в точности получим

$$E_{II}(r) = -\frac{A^2 m \cos(2k_F r)}{\pi \hbar^2} \frac{\pi T/\hbar v_F}{k_F \sinh(2r\pi T/\hbar v_F)} e^{-r^2/2\xi_F^2}. \quad (33)$$

Однако выбранные в таком виде огибающие меняют характер затухания константы РККИ и неприменимы при $r \gg \xi_F$.

В настоящей работе было получено РККИ-взаимодействие в одномерном кристалле с учетом слабого беспорядка. Для одномерной системы учет беспорядка не может быть произведен по теории возмущений, как это может быть сделано в 2D и 3D системах. В системах с большей размерностью все четные

моменты константы косвенного обмена не спадают экспоненциально на масштабе длины свободного пробега из-за делокализации волновых функций. В связи с этим взаимодействие характеризуется дисперсией константы косвенного обмена. Однако в одномерной системе рассеяние на беспорядке приводит к локализации носителей и требуется точный учет беспорядка. Такой учет был произведен в данной работе для вычисления усредненной величины константы косвенного обмена и было показано, что беспорядок изменяет привычную $1/r$ степенную зависимость косвенного обмена, приводя к более быстрому степенному спаду при низких температурах. Важно отметить, что при $r \gg \xi_F$ более существенную роль начнут играть высокие моменты константы обмена. Оценки показывают, что усреднение второго момента по беспорядку будет спадать как $e^{-r/4\xi_F}/r^{7/2}$. Это означает, что вычисление нелинейных по константе РККИ термодинамических величин в одномерных кристаллах, где среднее расстояние $r \gg \xi_F$, потребует вычисления полной функции распределения константы РККИ, которая будет иметь асимметричный вид и тяжелые хвосты (что выходит за рамки обсуждения в данном коротком сообщении). Результаты же, полученные в данной работе, могут быть применены для анализа задач, где константа обмена может считаться малой.

Температура также приводит к подавлению взаимодействия из-за сбоя фазы носителей заряда на масштабе тепловой длины. Поскольку температура приводит к заселению более высокоэнергетических уровней с меньшей длиной локализации, то можно было бы ожидать, что длина эффективной “экранировки” РККИ-взаимодействия беспорядком обуславливалась бы и температурой, приводя к сложной зависимости величины эффекта от последней. Однако этого не наблюдается в случае слабого беспорядка ($k_F \xi_F \gg 1$): и беспорядок, и температура подавляют косвенное обменное взаимодействие независимо друг от друга, как это видно из (29), что позволяет экспериментально различать роль этих факторов. В случае же сильного беспорядка ($k_F \xi_F \ll 1$) необходимо учитывать дискретность в спектре электронов, что не было рассмотрено в настоящей работе и является предметом дальнейших исследований.

Данное исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (аналитическая теория, проект # 18-72-00115). И. В. Крайнов также благодарит Фонд развития теоретической физики и математики “БАЗИС” за финансовую поддержку.

1. И. И. Ситников, К. М. Цысарь, Е. М. Смелова, А. М. Салецкий, Письма в ЖЭТФ **103**(9), 673 (2016).
2. К. В. Фролов, Д. Л. Загорский, И. С. Любутин, М. А. Чуев, И. В. Перунов, С. А. Бедин, А. А. Ломов, В. В. Артемов, С. Н. Сульянов, Письма в ЖЭТФ **105**(5), 297 (2017).
3. S. Datta, I. Weymann, A. Plomińska, E. Flahaut, L. Marty, and W. Wernsdorfer, ACS Nano **13**(9), 10029 (2019).
4. S. Ncube, C. Coleman, A. S. de Sousa, C. Nie, P. Lonchambon, E. Flahaut, A. Strydom, and S. Bhattacharyya, J. Appl. Phys. **123**, 213901 (2018).
5. I. V. Krainov, J. Klier, A. P. Dmitriev, S. Klyatskaya, M. Ruben, W. Wernsdorfer, and I. V. Gornyi, ACS Nano **11**(7), 6868 (2017).
6. M. Schmitt, P. Moras, G. Bihlmayer, R. Cotsakis, M. Vogt, J. Kemmer, A. Belabbes, P. M. Sheverdyaeva, A. K. Kundu, C. Carbone, S. Blügel, and M. Bode, Nat. Commun. **10**, 2610 (2019).
7. M. A. Ruderman and C. Kittel, Phys. Rev. **96**, 99 (1954).
8. D. N. Aristov, Phys. Rev. B **55**, 8064 (1997).
9. S. Saremi, Phys. Rev. B **76**, 184430 (2007).
10. A. M. Black-Schaffer, Phys. Rev. B **81**, 205416 (2010).
11. J. Klinovaja and D. Loss, Phys. Rev. B **87**, 045422 (2013).
12. D. J. Thouless, J. Phys. C: Solid State Phys. **6**, L49 (1973).
13. N. F. Mott and W. D. Twose, Adv. Phys. **10**(38), 107 (1961).
14. J. A. Sobota, D. Tanasković, and V. Dobrosavljević, Phys. Rev. B **76**, 245106 (2007).
15. А. Ю. Зюзин, Б. З. Спивак, Письма в ЖЭТФ **43**, 185 (1986).
16. I. V. Lerner, Phys. Rev. B **48**, 9462 (1993).
17. S. R. Power and M. S. Ferreira, Crystals **3**, 49 (2013).
18. I. V. Rozhansky, I. V. Krainov, N. S. Averkiev, and E. Lahderanta, Phys. Rev. B **88**, 155326 (2013).
19. I. V. Krainov, I. V. Rozhansky, N. S. Averkiev, and E. Lahderanta, Phys. Rev. B **92**, 155432 (2015).
20. I. V. Rozhansky, N. S. Averkiev, I. V. Krainov, and E. Lahderanta, Phys. Status Solidi A **211**(5), 1048 (2014).
21. A. D. Mirlin, Phys. Rep. **326**, 259 (2000).
22. I. V. Kolokolov, Physica D **86**, 134 (1995).
23. Б. Л. Альгшулер, В. Н. Пригодин, ЖЭТФ **95**, 348 (1989).
24. D. A. Ivanov, M. A. Skvortsov, P. M. Ostrovsky, and Ya. V. Fominov, Phys. Rev. B **85**, 035109 (2012).