Письма в ЖЭТФ, том 49, вып. 10, стр. 545–548 *25 мая 1989 г.*

ЭФФЕКТ "ЗАПИРАНИЯ" ПЛАЗМЕННОЙ ВОЛНЫ РЕЛЯТИВИСТСКИМ ЭЛЕКТРОННЫМ СГУСТКОМ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ В ЗАДАЧАХ КОЛЛЕКТИВНОГО УСКОРЕНИЯ ЧАСТИЦ

В.А.Базылев, В.В.Головизнин

Рассмотрена задача о возбуждении кильватерных колебаний протяженным сгустком релятивистских электронов. Найдены самосогласованные уединенные решения БГК-типа, для которых сгусток не испытывает торможения со стороны кильватерного потенциала. Показано, что при этом генерируются значительные электрические поля, представляющие интерес для задач коллективного ускорения.

В связи с задачей коллективного ускорения частиц в работах [1,2] было предложено использовать для возбуждения плазменных волн релятивистский электронный сгусток малых размеров $(L \ll \omega_p^{-1}$, где ω_p – плазменная частота; здесь и далее $\hbar = c = 1)$. Выяснилось, однако, что хотя амплитуда ускоряющего электрического поля E^+ в кильватерной волне растет с увеличением числа частиц в сгустке N, $E^+ \sim Ne\omega_p^2$, но одновременно пропорционально N уменьшается время жизни сгустка, так как на каждую частицу сгустка действует тормозящее поле E^- того же порядка величины. В ряде последующих работ [3,4] с целью оптимизации отношения $R = E^+/E^-$ была рассмотрена генерация плазменной волны протяженным сгустком $(L \gtrsim \omega_p^{-1})$ с заданным законом распределения электронной плотности по продольной координате. На наш взгляд, такой подход страдает двумя существенными недостатками: во-первых, не учитывается обратное влияние плазменной волны на форму электронного сгустка и, во-вторых, не снимается основное затруднение – сгусток по-прежнему интенсивно тормозится за счет передачи энергии кильватерным колебаниям плотности заряда.

В данной работе показано, что в пучково-плазменной системе возможны самосогласованные уединенные незатухающие решения БГК-типа, сочетающие в себе значительные ускоряющие поля, пропорциональные N, с одной стороны, и отсутствие торможения электронного сгустка как целого, с другой стороны. Такой результат достигается за счет того, что плазменная волна "запирается" электронным сгустком: она нарастает от переднего фронта к центральной части, а затем убывает и обращается в ноль на заднем фронте. Передачи энергии кильватерному полю не происходит, поэтому отношение R эффективно стремится к бесконечности.

Итак, рассмотрим протяженный электронный сгусток, движущийся в однородной плазме с релятивистской скоростью $V_0 = 1 - \frac{1}{2}\gamma_0^{-2}$ $(\gamma_0 \gg 1)$ вдоль оси z. Как было сказано выше, нас интересуют такие решения, которые зависят от времени лишь в комбинации $\xi = z - V_0 t$. Для упрощения не будем пока учитывать поперечные степени свободы, то есть рассмотрим пучок как последовательность бесконечно тонких заряженных дисков с фиксированным распределением заряда $\varphi(\mathbf{r}_\perp)$, чьи поперечные размеры малы по сравнению с ω_p^{-1}; функцию $\varphi(\mathbf{r}_\perp)$ нормируем условием $\int d^2 r_\perp \varphi(\mathbf{r}_\perp) = 1$. Пренебрежем также электростатическим расталкиванием, поскольку с ростом γ_0 его величина убывает по сравнению с взаимодействием через кильватерную волну.

В такой модели сила F, действующая на частицу с координатой ξ, равна

$$F(\xi) = -Ne^2\omega_p^2\kappa \int_0^\infty d\Delta \cos(\omega_p \Delta) f(\xi + \Delta), \tag{1}$$

где $f(\xi)$ – плотность распределения частиц по продольной координате, нормированная условием

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\xi f(\xi) = 1; \tag{2}$$

κ – численный коэффициент, равный

$$\kappa = 2\int d^2 r_\perp \varphi(\mathbf{r}_\perp) \int d^2 r'_\perp \varphi(\mathbf{r}'_\perp) K_0(\omega_p |\mathbf{r}_\perp - \mathbf{r}'_\perp|). \tag{3}$$

Чтобы замкнуть систему уравнений, рассмотрим движение отдельной частицы сгустка в коллективном поле (1). Уравнения движения

$$\begin{cases} \dfrac{d\xi}{dt} = \dfrac{1}{2}(\gamma_0^{-2} - \gamma^{-2}) & (4) \\[2ex] \dfrac{d(m\gamma)}{dt} = F(\xi) & (5) \end{cases}$$

могут быть решены в общем виде; однако наиболее просто решение выглядит при условии $|\gamma - \gamma_0| \ll \gamma_0$. Обозначая $\nu = \gamma - \gamma_0$ и вводя потенциал $\upsilon(\xi)$ согласно соотношению

$$F(\xi) = -\frac{m}{\gamma_0^3}\frac{d\upsilon}{d\xi}, \tag{6}$$

находим интеграл движения E:

$$E = \frac{\nu^2}{2} + \upsilon(\xi) = \text{const}. \tag{7}$$

Фазовая траектория частицы имеет простой вид

$$\nu(\xi) = \pm\sqrt{2(E - \upsilon(\xi))}. \tag{8}$$

Нас интересуют локализованные решения, для которых $f(\xi) \to 0$ и $F(\xi) \to 0$ при $\xi \to \pm\infty$. Ограничивая себя классом "одноямных" потенциалов и полагая $\upsilon(\pm\infty) = 0$, приходим к следующей системе уравнений, описывающих искомое незатухающее решение:

$$\begin{cases} \dfrac{dv(\xi)}{d\xi} = \alpha \int\limits_0^\infty d\Delta \cos(\omega_p \Delta) f(\xi+\Delta) & (9) \\ f(\xi) = \int\limits_{v(\xi)}^0 \dfrac{dE\, n(E)}{\tau(E)\sqrt{E - v(\xi)}} & (10) \\ \tau(E) = \int\limits_{\xi_1(E)}^{\xi_2(E)} \dfrac{d\chi}{\sqrt{E - v(\chi)}}, & (11) \end{cases}$$

где $\alpha = Ne^2 \omega_p^2 \gamma_0^3 \kappa/m$, $\xi_1(E)$ и $\xi_2(E)$ – корни уравнения $v(\xi) = E$, причем $\xi_1 < \xi_2$.

Уравнения (10) – (11) являются уравнениями БГК-типа [5]; они определяют $f(\xi)$ через новую неизвестную функцию $n(E)$, представляющую собой плотность распределения частиц по переменной E и нормированную условием

$$\int\limits_{E_{min}}^0 dE n(E) = 1. \qquad (12)$$

Интересующий нас вопрос, таким образом, сводится к следующему: существуют ли такие нормируемые функции $n(E)$, которые обеспечивают требуемое асимптотическое поведение $f(\xi)$ и $F(\xi)$ и, кроме того, удовлетворяют очевидным физическим требованиям $f(\xi) \geqslant 0$ и $n(E) \geqslant 0$.

Легко убедиться, что такие решения есть, поскольку система уравнений (9) – (11) может быть решена в явном виде. Именно, для всякого потенциала $v(\xi) \leqslant 0$, $v(\pm\infty) \to 0$, нормированного условием

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} d\xi v(\xi) = -\alpha\omega_p^{-2}, \qquad (13)$$

можно указать функции

$$f(\xi) = -\frac{1}{\alpha}\left(\frac{d^2 v}{d\xi^2} + \omega_p^2 v(\xi)\right) \qquad (14)$$

и

$$n(E) = \frac{\tau(E)}{2\pi}\left(\int\limits_{-\infty}^{\xi_1(E)} \frac{d\xi}{\sqrt{v(\xi)-E}}\frac{df}{d\xi} - \int\limits_{\xi_2(E)}^{\infty} \frac{d\xi}{\sqrt{v(\xi)-E}}\frac{df}{d\xi}\right), \qquad (15)$$

обращающие уравнения (9) – (11) в тождества и имеющие необходимое асимптотическое поведение и нормировку. Требования неотрицательности $f(\xi)$ и $n(E)$ лишь несколько ограничивают класс допустимых потенциалов $v(\xi)$.

Итак, нами описан некоторый новый класс уединенных самосогласованных решений БГК-типа, представляющих собой пакет плазменных волн, перемещающийся с релятивистской скоростью вместе с порождающим его электронным сгустком. Эти решения генерируют продольное электрическое поле того же порядка величины, что и точечный заряд, в чем легко убедиться из формул (6) и (13). Однако, в отличие от точечного заряда, они не испытывают торможения со стороны кильватерной волны, что открывает новые возможности для приложений в области коллективного ускорения частиц. Вопрос об устойчивости найденных решений весьма сложен и требует дальнейшего исследования.

Литература

1. *Chen P., Huff R.W., Dawson J.M.* Bull. Am. Phys. Soc., 1984, 29, 1355.
2. *Chen P., Dawson J.M., Huff R.W., Katsouleas T.* Phys. Rev. Lett., 1985, 54, 693.

3. *Chen P., Dawson J.M.* Laser Acceleration of Particles. AIP Conf. Proc. № 130. Ed. C.Joshy, T.Katsouleas, 1985, p. 201.
4. *Chen P. et al.* Phys. Rev. Lett., 1986, 56, 1252.
5. *Bernstein I.B., Green G.M., Kruskal M.D.* Phys. Rev., 1957, 108, 546.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
10 апреля 1989 г.