Письма в ЖЭТФ, том 49, вып. 10, стр. 570–573 *25 мая 1989 г.*

РЕЗОНАНСНЫЙ ДЖОЗЕФСОНОВСКИЙ ТОК ЧЕРЕЗ КОНДО-ПРИМЕСИ В ТУННЕЛЬНОМ БАРЬЕРЕ

Л.И.Глазман, К.А.Матвеев

Вычислен джозефсоновский ток в контакте, содержащем резонансные примесные уровни в туннельном барьере. В зависимости от соотношения между температурой сверхпроводящего перехода и шириной этих уровней, кулоновское отталкивание электронов на примесях приводит или к подавлению джозефсоновского тока, или к его стимуляции благодаря эффекту Кондо.

Проводимость туннельного контакта очень чувствительна к наличию примесных состояний в барьере, разделяющем металлические берега. Резонансное туннелирование через эти состояния дает основной вклад в ток, начиная с весьма низких концентраций примесей [1]. В реальных веществах примесные состояния имеют как правило малый радиус $a \lesssim 10$ Å, что приводит к сильному кулоновскому отталкиванию $U \gtrsim 0{,}1$ эВ двух электронов, занимающих один уровень. Это отталкивание не приводит к существенному изменению нормального тока, поскольку он обусловлен туннелированием одиночных электронов. В отсутствие кулоновского взаимодействия джозефсоновский ток также может протекать через резонансные состояния [2]. Джозефсоновский ток, однако, обусловлен коррелированным туннелированием пар, а не одиночных электронов, и может подавляться кулоновским отталкиванием.

Роль кулоновского взаимодействия различна в зависимости от соотношения двух характерных времен: времени туннелирования фермиевского электрона, которое совпадает с обратной шириной Γ^{-1} резонансного примесного состояния, и характерного времени T_c^{-1} корреляции электронов в куперовской паре (T_c – температура сверхпроводящего перехода). В случае большого времени туннелирования ($\Gamma < T_c$) основной вклад в резонансный джозефсоновский ток при $U = 0$ дают процессы, в которых оба электрона пары одновременно оказываются на центре. Кулоновское отталкивание $U \gg T_c$ запрещает такие процессы и приводит к сильному подавлению джозефсоновского тока. В случае большой ширины уровня $\Gamma \gg T_c$ процессы туннелирования электронов пары разнесены во времени, и величина джозефсоновского тока определяется амплитудами туннелирования одиночных электронов. Как и в случае контакта с несверхпроводящими берегами, одноэлектронная амплитуда не подавляется кулоновским отталкиванием. Более того, благодаря образованию коллективного кондо-резонанса на уровне Ферми, кулоновское отталкивание увеличивает вероятность туннелирования через глубокие примесные уровни. Поэтому, как показано ниже, при $T_c < \Gamma$ кулоновское взаимодействие приводит к увеличению джозефсоновского тока.

Джозефсоновский контакт с примесью в туннельном барьере будем описывать гамильтонианом

$$
\begin{aligned}
&H = H_0 + H_i + H_\Delta + H_T\,,\\
&H_0 = \sum_{k\sigma} \xi_k \left(a^+_{k\sigma} a_{k\sigma} + b^+_{k\sigma} b_{k\sigma}\right), \qquad H_i = \sum_\sigma \epsilon_0 d^+_\sigma d_\sigma + U d^+_\uparrow d_\uparrow d^+_\downarrow d_\downarrow\,,\\
&H_\Delta = \sum_k \left(\Delta_1 a^+_{k\uparrow} a^+_{-k\downarrow} + \Delta_1^* a_{-k\downarrow} a_{k\uparrow} + \Delta_2 b^+_{k\uparrow} b^+_{-k\downarrow} + \Delta_2^* b_{-k\downarrow} b_{k\uparrow}\right),\\
&H_T = \sum_{k\sigma} \left[\, t_1 (a^+_{k\sigma} d_\sigma + d^+_\sigma a_{k\sigma}) + t_2 (b^+_{k\sigma} d_\sigma + d^+_\sigma b_{k\sigma}) \,\right].
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Здесь a^+, b^+, d^+ – операторы рождения электрона в левом и правом берегах и на примеси;

энергии ξ_k и ϵ_0 отсчитываются от уровня Ферми, $U \to \infty$; t_1 и t_2 – туннельные матричные элементы, связывающие примесь с левым и правым берегами; Δ_1 и Δ_2 – сверхпроводящие параметры порядка в берегах. Ток в контакте определяется выражением

$$I = e\langle \frac{d}{dt} \sum_{k\sigma} a^+_{k\sigma} a_{k\sigma} \rangle = 2e\,\mathrm{Im} \sum_{k\sigma} t_1 \langle a^+_{k\sigma} d_\sigma \rangle . \qquad (2)$$

Полагая туннельную ширину уровня малой, $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 \ll T_c$, для вычисления тока воспользуемся теорией возмущений по туннельному гамильтониану H_T (здесь $\Gamma_{1,2} = \pi\nu t^2_{1,2}$, где ν – плотность электронных состояний в берегах). Для краткости ограничимся случаем нулевой температуры. При вычислении тока в первом неисчезающем приближении, усреднение в (2) следует производить по волновой функции основного состояния, найденной с точностью до третьего порядка по H_T. В результате находим

$$I = \lambda \frac{e}{\hbar} \frac{\Gamma_1\Gamma_2}{\Delta} F\left(\frac{|\epsilon_0|}{\Delta}\right) \sin\varphi, \qquad F(x) = \frac{1}{\pi^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{dt_1\, dt_2}{(\mathrm{ch}t_1 + \mathrm{ch}t_2)(x + \mathrm{ch}t_1)(x + \mathrm{ch}t_2)}, \qquad (3)$$

где φ – разность фаз параметров порядка Δ_1 и Δ_2; $\lambda = 2$ при $\epsilon_0 > 0$ и $\lambda = -1$ при $\epsilon_0 < 0$. (Аномальный знак тока обусловлен наличием в барьере локализованного спина при $\epsilon_0 < 0$, [3]). Можно убедиться, что если бы кулоновское отталкивание отсутствовало ($U = 0$), то джозефсоновский ток через резонансную примесь превышал бы (3) в $\Delta/\Gamma \gg 1$ раз.

Рассмотрим теперь противоположный предел: $T_c \ll \Gamma_1, \Gamma_2$. В отсутствие сверхпроводимости ($\Delta_1 = \Delta_2 = 0$) при $\epsilon_0 < 0$ гамильтониан (1) описывает примесь со спином $S = 1/2$. Обменное взаимодействие примесного спина с зонными электронами в берегах приводит благодаря эффекту Кондо к образованию коллективного резонансного состояния на уровне Ферми [4]. Это состояние, сформированное электронами обоих берегов, вносит вклад в амплитуду туннелирования фермиевского электрона. При симметричном расположении примеси в барьере этот вклад становится максимальным и соответствует унитарному пределу. Если $T_c \ll T_K$, сверхпроводимость не разрушает коллективный резонанс, вследствие чего примесный вклад в джозефсоновский ток также достигает своего максимального значения (здесь $T_K \sim \Gamma \exp\left(-\frac{\pi|\epsilon_0|}{2\Gamma}\right)$ – температура Кондо). Поэтому примеси с отрицательными значениями ϵ_0 дают основной вклад в ток.

Для сведения задачи о джозефсоновском токе через одну примесь к проблеме кондо-рассеяния перейдем в гамильтониане $\widetilde{H} = H_0 + H_i + H_T$ к новым переменным $A_{k\sigma} = (t_1 a_{k\sigma} + t_2 b_{k\sigma})/t$, $B_{k\sigma} = (t_2 a_{k\sigma} - t_1 b_{k\sigma})/t$, $t = (t_1^2 + t_2^2)^{1/2}$. В результате $\widetilde{H}$ представляется в виде суммы гамильтониана Андерсона и гамильтониана свободных частиц:

$$\widetilde{H} = H_A + H_B, \quad H_A = \sum_{k\sigma} \xi_k A^+_{k\sigma} A_{k\sigma} + H_i + t \sum_{k\sigma} (A^+_{k\sigma} d_\sigma + d^+_\sigma A_{k\sigma}), \quad H_B = \sum_{k\sigma} \xi_k B^+_{k\sigma} B_{k\sigma}$$

Гамильтониан H_A исследовался методом численной ренормгруппы в работе [5]. В [5] было показано, что в состояниях с энергиями $\epsilon \ll T_K$ примесный спин заэкранирован зонными электронами, и на этих масштабах энергии H_A эквивалентен гамильтониану

$$H'_A = \sum_{k\sigma} \xi_k A^+_{k\sigma} A_{k\sigma} + (V/N) \sum_{kk'\sigma} A^+_{k\sigma} A_{k'\sigma}, \qquad V \to \infty ,$$

не содержащему динамических переменных примесного центра. Нас интересует случай $T_c \ll T_K$. Поэтому мы можем заменить H_A на H'_A. После возвращения к прежним переменным вместо (1) получим

$$H = H_0 + H_\Delta + \frac{V}{t^2 N} \sum_{kk'\sigma} (t_1 a^+_{k\sigma} + t_2 b^+_{k\sigma})(t_1 a_{k'\sigma} + t_2 b_{k'\sigma}). \qquad (4)$$

Вычисление джозефсоновского тока при квадратичном гамильтониане (4) сводится к простой, но громоздкой процедуре нахождения гриновской функции $G^{ba}_{kk'\sigma}(\tau - \tau') \equiv \equiv -\langle T_\tau b_{k\sigma}(\tau) a^+_{k'\sigma}(\tau')\rangle$,

$$I = -2\frac{t_1 t_2}{t^2}\lim_{V\to\infty}\frac{V}{N}\sum_{kk'\sigma}\operatorname{Im} G^{ba}_{kk'\sigma}(\tau = 0).$$

Несмотря на несохранение импульса в (4), система уравнений на гриновские функции может быть решена точно, благодаря независимости матричного элемента V/N от импульсов k и k' рассеивающихся частиц. В результате находим

$$I = 2\frac{e}{\hbar}\frac{\Gamma_1\Gamma_2}{(\Gamma_1+\Gamma_2)^2}\Delta(T)\frac{1}{f(\varphi)}\operatorname{th}\left(\frac{\Delta(T)f(\varphi)}{2T}\right)\sin\varphi, \tag{5}$$

$$f(\varphi) = \left(1 - \frac{4\Gamma_1\Gamma_2}{(\Gamma_1+\Gamma_2)^2}\sin^2\frac{\varphi}{2}\right)^{1/2}.$$

В пределе $T \to T_c$ ток $I \propto \Delta^2(T)\sin\varphi$. С понижением температуры I возрастает. Величина тока резко зависит от положения примеси и максимальна, когда примесь находится посредине барьера ($\Gamma_1 = \Gamma_2$). В этом случае при $T = 0$ зависимость $I(\varphi)$ существенно несинусоидальная, т. к. электронные состояния разных берегов сильно гибридизованы.

Для вычисления тока через контакт выражения (3) и (5) следует просуммировать по всем имеющимся в барьере примесным состояниям. Проводя суммирование будем полагать, что примеси равномерно распределены по координатам и энергиям с плотностью состояний g; ширины уровней экспоненциально зависят от расстояний до соответствующих берегов: $\Gamma_{1,2} = E_0\exp(-2r_{1,2}/a)$. При достаточно больших толщинах, когда $T_c \gg \Gamma_0 \equiv \equiv E_0\exp(-L/a)$, усреднение формулы (3) дает

$$\langle I\rangle \approx \frac{e}{\hbar}E_0^2 gS\left(L - a\ln\frac{E_0}{\Delta}\right)\exp\left(-\frac{2L}{a}\right)\sin\varphi, \tag{6}$$

S – площадь, а L – толщина туннельной прослойки. При меньших толщинах, когда $T_c \ll \Gamma_0$, существенен коллективный резонанс на примесях с $\Gamma_1 \approx \Gamma_2$. Примесь дает резонансный вклад (5) в ток при условии $T_K(\epsilon_0) > T_c$, которое выполняется для энергий в интервале $-(2/\pi)\Gamma_0\ln(\Gamma_0/\Delta) < \epsilon_0 < 0$. (Благодаря эффекту Кондо, этот интервал в $\ln(\Gamma_0/\Delta)$ раз больше ширины резонанса в задаче без кулоновского взаимодействия). Аномальный характер зависимости $I(\varphi)$ при низких температурах сохраняется:

$$\langle I\rangle = \frac{\pi\Delta}{2e}\left\langle\frac{1}{R}\right\rangle\cos\frac{\varphi}{2}\ln\frac{1+\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{1-\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}, \quad T \to 0. \tag{7}$$

Здесь $\langle 1/R\rangle \approx (e^2/\hbar)gSaE_0\ln(\Gamma_0/T_c)\exp(-L/a)$ – кондактанс контакта в нормальном состоянии при $T = T_c$, найденный с учетом эффекта Кондо [6].

Сравнение формул (6) и (7) показывает, что разрушение резонанса при увеличении L приводит к смене зависимости $\langle I\rangle \propto \exp(-L/a)$ более быстрой $\langle I\rangle \propto \exp(-2L/a)$, тогда как кондактанс остается пропорциональным $\exp(-L/a)$.

Авторы благодарны К.А.Кикоину, А.И.Ларкину и Д.Е.Хмельницкому за полезные обсуждения.

Литература

1. *Naito M., Beasley M.R.* Phys. Rev. B, 1987, **35**, 2548.
2. *Алмазов А.Г., Фистуль М.В.* ЖЭТФ, 1982, **92**, 1170.
3. *Shiba H., Soda T.* Progr. Theor. Phys., 1969, **41**, 25.
4. *Tsvelick A.M., Wiegman P.B.* Adv. Phys., 1983, **32**, 453.
5. *Krishna-murthy H.R., Wilkins J.W., Wilson K.G.* Phys. Rev. B, 1980, **21**, 1044.
6. *Глазман Л.И., Райх М.Э.* Письма в ЖЭТФ, 1988, **47**, 378.

Институт физики твердого тела
Академии наук СССР

Институт проблем технологии микроэлектроники
и особочистых материалов

Поступила в редакцию
13 апреля 1989 г.