

Ударное акустическое излучение при столкновении капли изменяющейся формы с поверхностью воды

В. Е. Прохоров¹⁾

Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, 119526 Москва, Россия

Поступила в редакцию 26 июня 2020 г.
После переработки 17 сентября 2020 г.
Принята к публикации 29 сентября 2020 г.

Излучение звука на стадии сверхзвукового расширения контактного пятна при столкновении капли с водной поверхностью рассматривается в теоретической и экспериментальной постановке. Измерения акустических сигналов проведены с одновременной видеорегистрацией падающей капли. Амплитуда ударного импульса не зависит от формы подводного сегмента капли, она определяется только скоростью соударения и текущими геометрическими параметрами надводного сегмента, форма которого фиксируется на момент последнего перед столкновением видеокадра. Огибающая формы аппроксимируется непрерывной функцией, с помощью которой моделируется сверхзвуковое расширение контактного пятна, рассчитывается амплитуда ударного импульса. Близость расчетных и экспериментальных данных подтверждают стабильность формы надводного сегмента капли во время излучения ударного импульса.

DOI: 10.31857/S123456782021003X

Акустическое излучение при столкновении капли с поверхностью воды исследуется на протяжении многих десятилетий как фундаментальная проблема, а также в рамках прикладных наук – метеорологии (неконтактное измерение интенсивности осадков на удаленных акваториях [1–3], акустики океана (модель шумового фона океана [4, 5]), в интересах флота (малозумность испытательных полигонов [6]), экологии (защита морских животных [7]).

Практический интерес представляют эффекты, создаваемые множеством капель, однако наибольшее количество работ посвящено именно одиночным каплям, так как данная постановка позволяет детализировать физические механизмы излучения.

Природа излучения двойка – в начальной стадии (несколько наносекунд) излучается ударный звуковой импульс, основной спектр которой находится в высокочастотной области. Механизм ударного излучения – сверхзвуковое расширение контактного пятна, образуемого каплей с поверхностью [8–10]. Ударный импульс устойчиво появляется при каждом столкновении при условии, что конечная скорость капли превышает пороговое значение, определяемое поверхностным натяжением и вязкостью [11].

На последующих стадиях (десятки миллисекунд после контакта) вступает в действие резонансное звучание воздушных пузырей, отрывающихся от подводных каверн [12, 13]. Спектр резонансного излуче-

ния лежит в области существенно более низких частот. Данный тип излучения не отличается высокой повторяемостью и стабильностью – размеры отрывающихся пузырей, а также их количество, заметно разнятся от опыта к опыту, и в результате сильно различаются параметры излучаемых звуковых пакетов – частота, амплитуда, длительность [14].

Первые комплексные измерения акустического излучения одиночных капель в полосе частот 0.1–100 кГц с одновременной киносъемкой (80 к/с) проведены в 1959 г. [8]. В экспериментах выделены ударная и резонансная компоненты, вычислены спектры излучаемого звука и сопоставлены с аналогичными спектрами акустического излучения, генерируемого искусственным дождем на водной поверхности. Аналогичные эксперименты проводились и впоследствии [13, 15], однако их общая особенность – ограниченность полосы акустических измерений (не выше 200 кГц) в пользу ее равномерности, что обеспечивало качественное воспроизведение амплитуды во всей полосе, но было явно недостаточно для восстановления фронта ударного импульса.

Аналитическое описание ударного излучения звука при столкновении капли с жидкостью построено на основе заимствований из теории, разработанной для твердой сферы, соударяющейся с поверхностью жидкости [8, 16]. В развитие аналогии рассматривается капля правильной формы – сферической [9], или сфероидальной [10]; последующий анализ основан на том, что форма капли сохраняется неизмен-

¹⁾e-mail: prohorov@ipmnet.ru

ной (включая ее подводный сегмент) в течение стадии сверхзвукового расширения контактного пятна. Благодаря этому получаются простые формулы параметров контактного пятна – радиуса и скорости расширения, которые входят в конечное выражение для ударного импульса [9, 17].

Однако форма капли обычно далека от идеальной – во время падения капли осциллирует [18], при подлете к поверхности дополнительно деформируется ее донный сегмент [19, 20], и на момент контакта она превращается в неправильный сфероид [21]. В серии повторяющихся опытов конечная форма капли меняется случайным образом, а сопутствующие ударные акустические импульсы столь же случайно меняются по амплитуде от опыта к опыту [21], не имея видимой связи с теорией.

Результаты теории и эксперимента удается сблизить, если в расчетах вместо исходного интегрального радиуса взять локальный радиус плоского изображения капли. Локальный радиус можно измерить одним из возможных способов – путем осреднения по множеству радиусов эквивалентной (т.е. восстановленной по трем точкам) окружности [11], или по кривизне профиля вертикального сечения капли. Для обеспечения точности требуется высокая степень дискретизации контактной зоны на временном интервале порядка 10 нс. Однако инструменты, способные обеспечить такое разрешение, пока отсутствуют.

Идеализации капли не позволяет экспериментально обосновать теорию: сложно создать условия, в которых капля к моменту столкновения имеет правильную форму. С другой стороны, для реальной капли с произвольной формой невозможно в течение наносекундного интервала осуществить достаточно пространственное разрешение, позволяющее выделить геометрические параметры, определяющие ударное излучение.

В настоящей работе предложена конечная формула ударного импульса, в которую вместо характерных размеров капли входят текущие параметры контактного контура и показатель формы капли на сверхзвуковой стадии. Проверка формулы проводится методом математического моделирования, в котором исходными данными являются зарегистрированные в эксперименте ударный импульс и видеокadres капли.

Оцифрованная огибающая капли, зафиксированной на последнем перед приводнением видеокadre, аппроксимируется непрерывной функцией, посредством которой в аналитическом виде моделируется расширение контактного контура с достаточным для

сверхзвуковой стадии временным разрешением. Выходные данные моделирования – геометрические параметры контактного контура используются для расчета амплитуд ударного давления, которые сравниваются с измеренными в эксперименте. Метод не лишен недостатка: временной промежуток от последнего кадра до столкновения меняется случайным образом, что снижает степень соответствия модельного профиля его реальному виду и приводит к случайным отклонениям вычисляемого ударного давления.

Рассматривается случай с осевой симметрией, когда ударное излучение принимается в точке на продолжении линии падения капли (рис. 1). Выбор простой геометрии позволяет провести экспериментальную проверку с помощью единственного гидрофона.

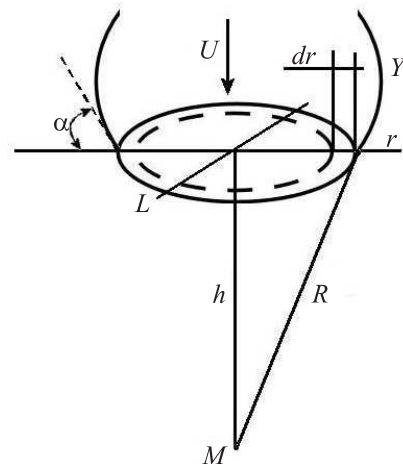


Рис. 1. Геометрия задачи при соударении капли с поверхностью. Y – свободная поверхность капли; L – контур сечения капли поверхностью жидкости; M – точка приема излучения

Форма и скорость капли принимаются фиксированными на момент съемки последнего перед приводнением кадра. Форма донного сегмента – одновыпуклая, в отличие от случая высокоскоростного соударения капли с твердой поверхностью, где отчетливо наблюдается двугорбая форма [22].

Излучение звука при радиальном расширении контура L со сверхзвуковой скоростью эквивалентно суммарному действию распределенных по контуру элементарных источников объемом dV и плотностью q , так что каждый из них характеризуется объемной скоростью $dQ = q \cdot dV$.

Уравнение распространения звука возьмем в виде [23]

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\rho \frac{\partial q}{\partial t},$$

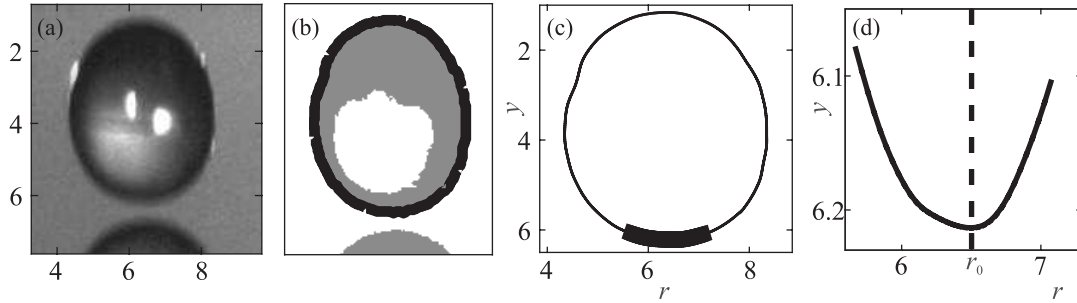


Рис. 2. Вид (а) капли непосредственно перед приводнением; контур (черный) вокруг бинарного изображения капли (b), контур в координатах r, y (с) с выделенным участком, аппроксимирующая кривая выделенного участка (d) вблизи точки контакта r_0 . Деления в мм

стандартное решение которого

$$p(R, t) = \rho \frac{d}{dt} \int_V \frac{dQ(\tau)}{4\pi R},$$

где $\tau = t - R/c$, c – скорость звука в воде.

При заданной геометрии (рис. 1) $h = \text{const}$ и $r \cdot dr = R \cdot dR$, поэтому $dQ = U \cdot dS = U \cdot 2\pi r \cdot dr = 2\pi UR \cdot dR$ и

$$p(R, t) = \frac{\rho}{2} \frac{d}{dt} \int_h^{R(\tau)} U \cdot dR = \frac{\rho U}{2} \frac{dR(\tau)}{dt}. \quad (1)$$

Далее,

$$\frac{dR(\tau)}{dt} = \frac{dR(\tau)}{d\tau} \frac{d\tau}{dt} = \frac{dR(\tau)}{d\tau} \left(1 - \frac{1}{c} \frac{dR(\tau)}{dt} \right),$$

откуда, обозначив $dR(\tau)/d\tau = \dot{R}(\tau)$,

$$\frac{dR(\tau)}{dt} = \frac{c}{1 + c/\dot{R}(\tau)}. \quad (2)$$

Подстановка (2) в (1) дает

$$p(R, t) = \frac{\rho U}{2} \frac{c}{1 + c/\dot{R}(\tau)}. \quad (3)$$

Сделав замену $\dot{R} = \dot{r}r/R$, и, учитывая $R = \sqrt{h^2 + r^2} \approx h$ ввиду $r \ll h$ (размер излучающего контура исчезающе мал в сравнении с любым из характерных размеров задачи), получим из (3)

$$p(r, t) = \frac{\rho U c}{2} \left(1 + \frac{c}{\dot{r}r} \right)^{-1}. \quad (4)$$

Из геометрии задачи (рис. 1) следует $\dot{r} = U \text{ctg } \alpha$, $\text{ctg } \alpha = (dy/dr)^{-1}$, где α – угол между касательной к профилю вертикального сечения капли и осью r . Произведение $\dot{r}r$ в момент контакта представляет собой неопределенность вида $\infty \cdot 0$, так как $\text{ctg } \alpha = \infty$

и $r = 0$ при $\tau = 0$. Для разрешения неопределенности локальный радиус капли R_d в точке касания должен быть конечной величиной (для этого достаточно отличной от нуля второй производной кривой Y на рис. 1 в точке касания). Поскольку в течение всей сверхзвуковой стадии выполняется $\alpha \approx 0$, то $r = R_d \cdot \sin \alpha$ и $\dot{r}r = U \cdot R_d \cos \alpha \approx UR_d$. При $R_d \ll h \cdot c/U$ (4) переходит в

$$p(r, t) = \frac{\rho U^2 r}{2h} \text{ctg } \alpha. \quad (5)$$

Входящие в (5) локальные геометрические параметры $r(\tau)$ и $\alpha(\tau)$ относятся к надводному сегменту капли, примыкающему к поверхности со стороны воздушной среды. В формуле отсутствуют параметры неконтролируемого подводного сегмента – при дозвуковой скорости капли он не может влиять на уходящий под воду ударный фронт, так как отстает от фронта на расстояние $(c - U)t$; приняв форму подводного сегмента неизменной, мы не нарушаем условий распространения ударной волны. Кроме того, на временном отрезке $t < t_c$ граница надводного сегмента остается невозмущенной, так как возбужденные элементарные волны не успевают за ней ($\dot{r} > c$). Другими словами, можно считать, что на сверхзвуковой стадии форма капли неизменна, и, если каплю заменить на твердое тело, скорость и форма которого такие же, как и у капли на момент контакта, то амплитуда ударного излучения не изменится.

Радиус контура $r(t)$, ограничивающего окружность сечения капли поверхностью, определяется решением $y(r) - Ut = 0$, где $y(r)$ – участок огибающей $Y(r)$ плоского изображения (видеокадра) капли. Сама огибающая Y получена специальной компьютерной обработкой, выделяющей на видеокадре (рис. 2а) высокоградиентную границу изображения капли (рис. 2b, c) согласно методике [24, 25]. Уча-

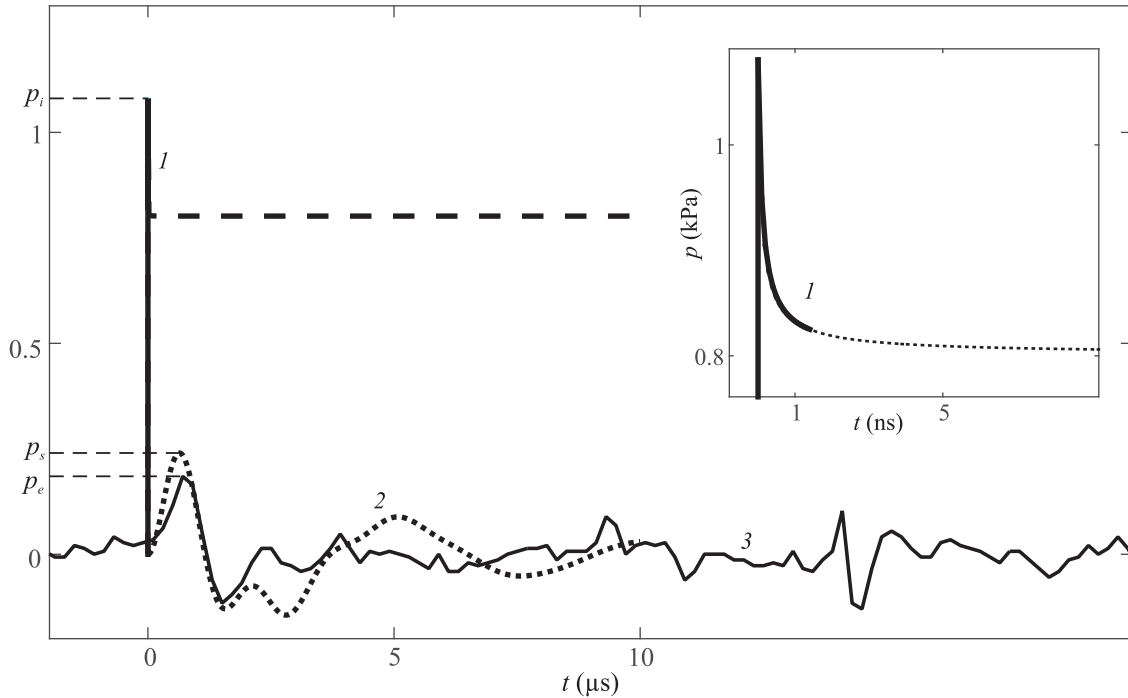


Рис. 3. Ударное давление: 1 – по формуле (5); 2 и 3 – на выходе синтезированного и реального гидрофонов. Вставка: развернутый начальный участок кривой 1. $U = 3.9 \text{ м/с}$, $h = 1.5 \text{ см}$

сток $y(r)$ выделялся таким образом, чтобы точка (рис. 2с, d) контакта r_0 находилась внутри него. Участок аппроксимировался аналитической функцией (полиномом 5-й степени, рис. 2d), после чего моделировалось его движение вниз со скоростью U на временном интервале 0.1–10 нс с шагом 0.1 нс. Таким образом было получено 100 значений радиуса r контактного контура, его временной производной $\dot{r} = U_e$ и показателя формы $\text{ctg } \alpha$.

По скорости приведения U (вычислялась по последним пяти видеокдрам) и начальным значениям r , $\text{ctg } \alpha$ определялась амплитуда ударного импульса (5). Расчетное значение сравнивалось с измеренным давлением.

Капля воды отрывалась под собственным весом от сопла диаметром 4 мм и падала на водную поверхность.

Видеосъемка производилась камерой “Optronis CR3000x2” на скорости 10000 к/с пространственным разрешением 0.04 мм.

Ударный импульс измерялся гидрофоном ГИ800 [26] с цилиндрическим пьезоэлементом диаметром 0.5 см. Глубина установки гидрофона – $h = 1.5 \text{ см}$.

Специальный интерфейс обеспечивал синхронизацию видеосъемки и акустических измерений, а также дискретизацию выхода гидрофона с шагом 0.2 мкс.

Ширина полосы гидрофона 0.1–1 МГц, неравномерность 6 дБ, чувствительность на верхнем пределе полосы около 0.04 Па/мкВ. Так как спектр фронта ударного импульса лежит существенно выше полосы гидрофона, выходной сигнал корректировался с помощью математической модели гидрофона, которая была синтезирована по его реальным характеристикам в виде фильтра Чебышева I рода 2-го порядка. В качестве входного сигнала модели служил импульс давления (5), рассчитанный на временном интервале $[0, t_c]$ по данным U , r и $\text{ctg } \alpha$ в конкретном опыте.

Рассчитанный импульс (рис. 3, сплошная кривая 1 на основном поле графика и вставке) продолжался аналитически аппроксимирующей функцией (штриховая) далеко за пределы сверхзвуковой стадии. Тем самым имитировался длительный спад ударного импульса в первые несколько микросекунд, что позволяло получить отклик (кривая 2) синтезированного гидрофона, пригодный для сопоставления с выходом (кривая 3) реального гидрофона. По амплитудам расчетного ударного импульса p_i , откликов синтезированного и реального гидрофонов (p_s и p_e) вычислялась величина $p_m = p_i \cdot p_e / p_s$, которой присваивалось значение амплитуды ударного импульса на входе реального гидрофона.

Из всего экспериментального материала отбирались опыты, в которых дистанция z между дном кап-

ли и его отражением на последнем видеокадре соответствовала условию $z_{\min} < z < z_{\max}$, где $z_{\max} = 0.4$ мм (считалось, что при $z > 0.4$ мм форма донного сегмента недостаточно близка к конечной на момент столкновения), z_{\min} – минимально различимый зазор между каплей и отражением – принимался равным удвоенному разрешению видеокамеры 0.08 мм. При $U \approx 4$ м/с расхождение в фиксации момента столкновения составляло $z/2U = 10\text{--}50$ мкс.

Всего отобрано 47 опытов, из которых 22 – при двух фиксированных значениях высоты отрыва $H = 112$ и 122 см (по 11 на каждой), и 25 опытов при изменяющейся высоте $H = 96\text{--}144$ см с шагом 2 см.

В случае, когда форма капли далека от правильной (рис. 4, вставка 1), профиль $y(r)$ заметно асим-

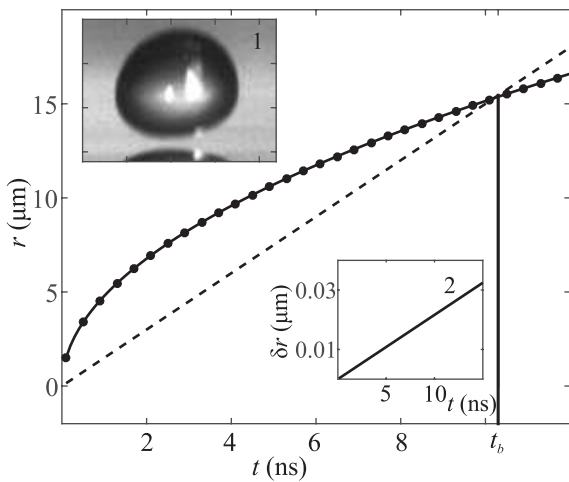


Рис. 4. Горизонтальные размеры контура слева r_1 (—) и справа r_2 (●) от точки контакта, вид приводняющейся капли (вставка 1) и разность $\delta r = r_1 - r_2$ (вставка 2). Штриховая линия – зависимость $r = ct$. Деление на фото – 2 мм. $U = 4.2$ м/с, $H = 102$ см

метричен, и при его перемещении со скоростью U точки его пересечения с поверхностью воды будут располагаться несимметрично относительно точки контакта r_0 . Однако в наносекундном временном интервале эта разница весьма незначительна: на рис. 4 размеры контура слева и справа от точки контакта – соответственно, r_1 и r_2 – неразличимы в масштабе графика. Разность $\delta r = |r_2 - r_1|$ составляет около 0.1% от текущего среднего значения $r_m = (r_1 + r_2)/2$ и линейно растет со временем (рис. 4, вставка 2), достигая всего лишь 0.01 мкм за 5 нс.

Следовательно, на интервале сверхзвукового расширения контактный контур с высокой точностью можно считать окружностью с радиусом $r = r_m$, а лежащий под ней участок донного сегмента – поверхностью вращения.

В отмеченный на рис. 4 момент t_b (пересечение кривой $r(t)$ с прямой $r = ct$) первичная ударная волна, возникшая при начальном контакте ($t = 0$), достигает расширяющуюся границу капли. С этого момента прекращается свободное распространение ударной волны и нарушается целостность границы поверхностного сегмента капли.

У каплей с визуально правильной формой (рис. 5а, б) отличия в размерах правого и левого

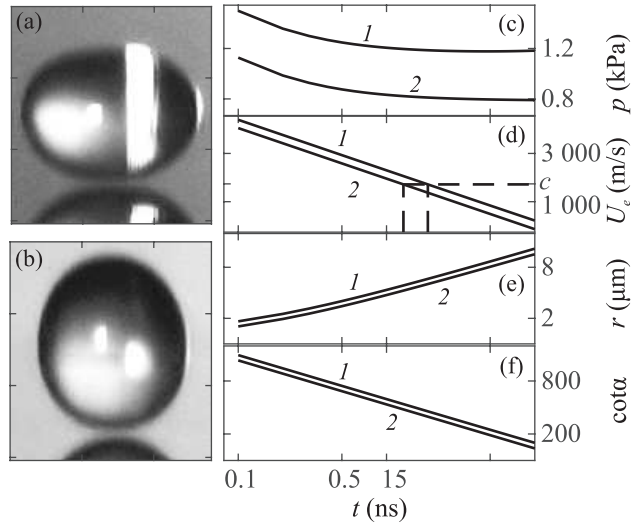


Рис. 5. Сплюснутая ((а), $U = 4.1$ м/с) и вытянутая ((б), $U = 3.9$ м/с) капли непосредственно перед приводнением. $H = 122$ см. 1 и 2 – соответствующие временные зависимости ударного давления (с), скорости расширения (д) и радиуса (е) контактного контура, и $\cot \alpha$ (ф). Масштаб – двойной логарифмический. Штриховые вертикали – время завершения сверхзвуковой стадии $t_c = 2$ (1) и 1.5 (2) нс. Деление на фото 2 мм

радиусов имеют порядок 10^{-5} мкм, что в сравнении с абсолютным размером пренебрежимо мало. На рисунке 5 у обеих капель конечные скорости U близки, однако звуковое давление, исходящее от сплюснутой капли, примерно в 1.5 раза выше (рис. 5с). Превышение обеспечено за счет высоких значений скорости (рис. 5д) и радиуса U_e (рис. 5е) контактного контура, развиваемой благодаря более пологому углу касания α (рис. 5ф). На рисунке 5д отмечены моменты t_c окончания сверхзвуковых стадий согласно условию $U_e = c$. Начиная с t_c , излучение звука прекращается, горизонтальное расстояние между первичным фронтом ударной волны и границей капли начинает сокращаться, исчезая при $t = t_b$ (рис. 4).

Во время сверхзвуковой стадии текущий линейный размер r и угол α меняются в соответствии

с формой поверхностного сегмента, которую капля принимает случайным образом от опыта к опыту. Начальные значения r и $\text{ctg } \alpha$ вместе со скоростью столкновения U определяют расчетную (согласно (5)) амплитуду p_i ударного импульса – начальные максимумы кривой $p(t)$ (рис. 3, кривая 1, рис. 5с). Последовательности форм, реализуемых в серии опытов, соответствует последовательность параметра $\chi = U^2 r \text{ctg } \alpha$. Отметим, что значения переменных r и α относятся к поверхностному сегменту и не зависят от возможной деформации подводного сегмента. Если в каждом опыте форма поверхностного сегмента, зафиксированная на момент столкновения, остается неизменной в течение сверхзвуковой стадии, то экспериментальная зависимость амплитуды ударного давления от χ в серии опытов должна быть линейной.

На рисунке 6 приведены амплитуды ударного давления, измеренные в повторяющихся опытах при падении капли с двух различных высот. Прямая 1 получена подстановкой в (5) измеренной скорости приведения U и начальных значений r и $\text{ctg } \alpha = (dy/dr)^{-1}$, рассчитанных по профилю формы Y .

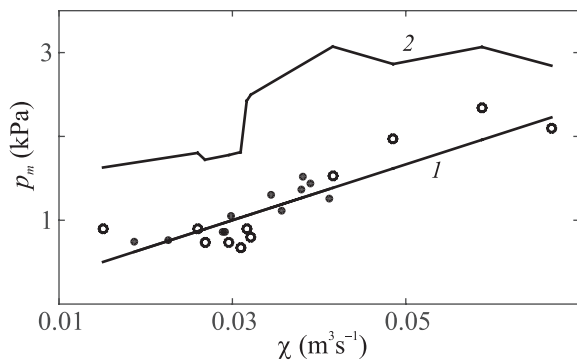


Рис. 6. Амплитуда p_m ударного давления в повторяющихся опытах при фиксированной высоте отрыва капли в зависимости от $\chi = U^2 r \text{ctg } \alpha$. Эксперимент: $H = 112$ (точки) и 122 (кружки) см. 1 – теория (5), 2 – расчет по интегральным параметрам капли-сфероида [10]

Обе серии экспериментальных точек группируются вблизи теоретической зависимости (5), которая является линейной функцией аргумента $\chi = U^2 r \text{ctg } \alpha$.

Отклонение измеренного давления от прямой 1 вызвано, предположительно, неточным соответствием зависимости (5) реальным значениям давления. Причина – неопределенность момента контакта, из-за чего фиксируемая форма капли не вполне совпадает с действительной формой на момент приведения. Среднее значение отклонения эксперимен-

тальных данных p_m от прямой (5) составляет $\mu = \langle |p_m - p|/p_m \rangle = 0.18$.

Кривая 2 на рис. 6 – амплитуда P_s ударного давления, рассчитанная согласно [10] по формуле $P_s = \rho U^2 a^2 b / (2h)$ для капли в форме правильного сфероида, где a и b – горизонтальная и вертикальная полуоси капли, в качестве которых взяты высота и поперечный размер, взятые из конечного видеокadra. Кривая 2 лежит значительно выше прямой 1 и реально измеренных данных, и это не только масштабное отличие – видно, что в поведении экспериментальных данных и кривой 2 мало подобия.

При постоянной высоте отрыва нестабильность скорости приведения обусловлена изменяющейся в процессе падения формой капли. В опытах с изменяющейся высотой отрыва скорость дополнительно меняется за счет гравитационной компоненты: на рис. 7а конечная скорость растет с высотой (кривая 1, рис. 7а), совершая колебания большой (до 25 % текущего значения) амплитуды, оставаясь ниже гравитационной кривой $\sqrt{2gH}$.

Однако даже в этом случае экспериментальные данные ударного давления укладываются вдоль зависимости $p(\chi)$ (рис. 7б, прямая 1) при средней величине отклонения $\mu = 0.15$. Нарастание амплитуды давления не коррелировано с ростом высоты отрыва H – как высокие, так и низкие давления распределены во всем диапазоне высот. Расчет по интегральным параметрам капли-сфероида [10] дает, как и в предыдущем опыте (рис. 6), кривую 2 (рис. 7б), резко отличающуюся по амплитуде и форме от экспериментальной кривой.

В работе предложена и проверена экспериментально теоретическая формулировка ударного акустического излучения при столкновении капли произвольной формы с поверхностью воды. Амплитуда излучения – функция скорости и параметров формы капли, которые она приобретает к моменту столкновения. В контексте сказанного, замена капли на твердое тело, форма которого идентична форме капли, не приведет к изменению ударного излучения. В связи с этим теоретические представления ударного импульса, в основе которых лежит аналогия с твердым телом правильной формы формально не противоречивы, однако непригодны для расчетов.

Эксперименты выполнены на Гидрофизическом комплексе для моделирования гидродинамических процессов в окружающей среде и их воздействия на подводные технические объекты, а также распространения примесей в океане и атмосфере (“ГФК ИПМех РАН”) [27].

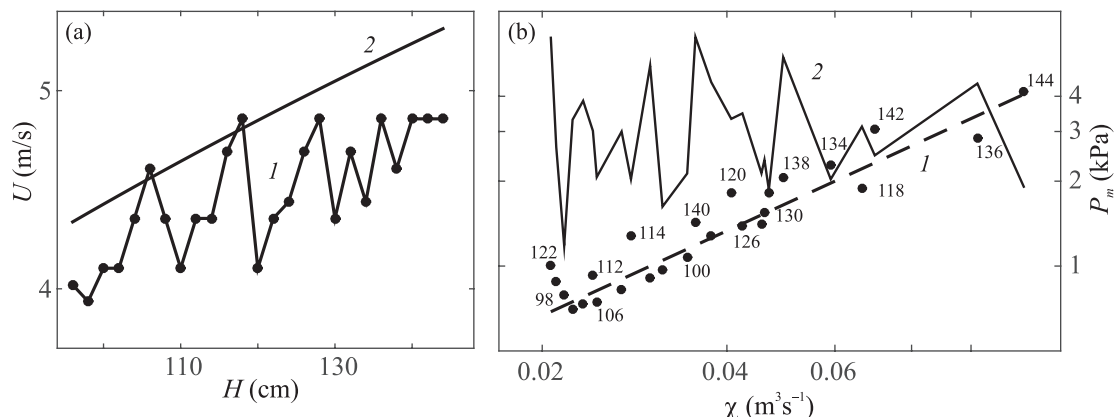


Рис. 7. (а) – Скорость приведения капли в диапазоне высоты отрыва $H = 96\text{--}144$ см, 1 – измерение по видеокдрам, 2 – $U = \sqrt{2gH}$. (б) – Амплитуда ударного импульса в зависимости от $\chi = U^2 r \text{ctg } \alpha$ (масштаб – двойной логарифмический). Точки – эксперимент (числа указывают выборочно высоту H отрыва капли), 1 – теория (5), 2 – расчет P_s по интегральным параметрам капли-сфероида [10]

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 19-19-00598 “Гидродинамика и энергетика капли и капельных струй: формирование, движение, распад, взаимодействие с контактной поверхностью”).

1. J. Scrimger, *Nature* **318**, 647 (1985).
2. L. Bjorno, *J. De Physique IV. Colloque C5, Supplement de J. De Physique 3* **4**, C5-1023 (1994).
3. M. Ashokan, G. Latha, and R. Ramesh, *Applied Acoustics* **88**, 114 (2015).
4. T. Heindsmann, R. Smith, and Arneson, *J. Acoust. Soc. Am.* **27**, 378 (1955).
5. J. A. Nystuen, S. E. Moore, and P. J. Stabeno, *J. Acoust. Soc. Am.* **128**(1), 58 (2010).
6. С. Г. Цыганков, Г. В. Теверовский, *Национальная оборона* **6**, 64 (2011).
7. E. R. Gerstein, *American Scientist* **90**, 154 (2002).
8. G. J. Franz, *J. Acoust. Soc. Am.* **31**(8), 1080 (1959).
9. Y. P. Guo and J. E. Ffowcs Williams, *J. Fluid Mech.* **227**, 345 (1991).
10. M. S. Howe and N. A. Hagen, *J. Sound Vib.* **330**, 625 (2011).
11. В. Е. Прохоров, *ЖЭТФ* **153**(4), 584 (2018).
12. A. Prosperetti and H. N. Oguz, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **25**, 577 (1993).
13. S. Phillips, A. Agarwal, and P. Jordan, *Sci. Rep.* **8**, 9515 (2018).
14. В. Е. Прохоров, Ю. Д. Чашечкин, *ДАН* **443**(6), 686 (2012).
15. G. Gillot, C. Derac, J.-M. G enevaux, and L. Benyahia, *Phys. Fluids* **32**, 062004 (2020).
16. M. Lee, R. G. Longoria, and D. E. Wilson, *J. of Fluid and Structures* **11**, 819 (1997).
17. J. E. Field, *Phys. Med. Biol.* **36** (1), 1475 (1991).
18. В. Е. Прохоров, Ю. Д. Чашечкин, *Изв. РАН. Механика жидкости и газа* **4**, 109 (2014).
19. T. Tran, H. de Maleprade, C. Sun, and D. Lohse, *J. Fluid Mech.* **726**, R3-1 (2013).
20. M. H. W. Hendrix, W. Bouwhuis, D. van der Meer, D. Lohse, and J. H. Snoeijer, *J. Fluid Mech.* **789**, 708 (2016).
21. Ю. Д. Чашечкин, В. Е. Прохоров, *ЖЭТФ* **149**(4), 864 (2016).
22. C. W. Visser, P. E. Frommhold, S. Wildeman, R. Mettin, D. Lohse, and C. Sun, *Soft Matter* **11**, 1708 (2015).
23. P. Morse, *Vibration and Sound*, McGraw-Hill Book Company Inc., N.Y. (1948).
24. R. C. Gonzalez, R. E. Woods, and S. L. Eddins, *Digital Image Processing Using MATLAB*, Pearson Prentice Hall, New Jersey (2004).
25. P. Soille, *Morphological Image Analysis: Principles and Applications*, Springer-Verlag, Berlin (1999).
26. Гидрофон ГИ800, <https://all-pribors.ru/docs/48796-11.pdf>.
27. Гидрофизический комплекс для моделирования гидродинамических процессов в окружающей среде и их воздействия на подводные технические объекты, а также распространения примесей в океане и атмосфере (“ГФК ИПМех РАН”). <http://www.ipmnet.ru/uniquequip/gfk/>.