

Зависимость объема собственных мод одномерного случайного лазера от инверсной населенности активной среды

Ю. В. Юанов^{+,*}, А. А. Зябловский^{+,*1)}, Е. С. Андрианов^{+,*}, И. В. Доронин^{+,*}, А. А. Пухов^{+,*},
А. П. Виноградов^{+,*}, А. А. Лисянский[×]

⁺Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н. Л. Духова, 127055 Москва, Россия

^{*}Институт теоретической и прикладной электродинамики РАН, 125412 Москва, Россия

[×]Department of Physics, Queens College of CUNY, 11367 New York, USA

Поступила в редакцию 21 октября 2020 г.

После переработки 21 октября 2020 г.

Принята к публикации 5 ноября 2020 г.

Рассматривается одномерный случайный лазер, состоящий из неупорядоченной системы слоев с различными значениями диэлектрической проницаемости, часть из которых содержит активную среду. Такая система моделируется как цепочка Фабри–Перо резонаторов, разделенных нерезонансными подсистемами слоев. Предполагается, что проходя через такие подсистемы, свет ослабевает. Мы исследуем свойства парциальных собственных мод таких резонаторов при возрастании мощности накачки активной среды. Показано, что затягивание частот мод, происходящее с ростом мощности накачки, приводит к формированию связанных цепочек резонаторов и увеличению среднего объема парциальных собственных мод.

DOI: 10.31857/S1234567820230020

Введение. Известно, что в бесконечной неупорядоченной системе слоев с различными значениями диэлектрической проницаемости на любой частоте всегда найдутся случайные сочетания слоев, представляющие собой на этой частоте брэгговские отражатели [1]. При прохождении электромагнитных волн через брэгговские отражатели амплитуда волн затухает, что приводит к андерсоновской локализации света [2, 3]. Между двумя такими брэгговскими отражателями может возникнуть Фабри–Перо резонатор (или таммовское состояние [4, 5], которое по свойствам идентично Фабри–Перо резонатору). Иными словами, на каждой частоте случайную систему можно представить, как случайную цепочку Фабри–Перо резонаторов, разделенных нерезонансными системами брэгговских зеркал, проходя которые, свет ослабевает [1]. Парциальные моды таких резонаторов являются локализованными состояниями, имеющими различные собственные частоты и добротности.

Если внутри таких Фабри–Перо резонаторов добавить активную среду, то в таком резонаторе может происходить лазерная генерация. Такие системы относят к случайным лазерам [6–8]. Спектр такого лазера в силу мезоскопичности исходной неупорядочен-

ной среды носит случайный характер. Такие лазеры представляют интерес в ряде приложений, например в получении изображений без бликов [9].

Хотя генерация в случайных средах изучается в течение нескольких последних десятилетий, в этой области существует ряд нерешенных проблем. Одна из таких проблем – это влияние активной среды на локализованные моды в случайной среде. Известно, что активная среда изменяет распределение электромагнитного (ЭМ) поля в модах в случайной среде [10]. Однако физические процессы, приводящие к изменению распределения электромагнитного поля, остаются неясными.

В данной статье мы рассматриваем модель одномерного случайного лазера, состоящего из большого количества резонаторов, разделенных брэгговскими отражателями. Парциальные моды этих резонаторов могут взаимодействовать друг с другом через активную среду. В работе показано, что такое взаимодействие приводит к изменению пространственного распределения мод и к уменьшению степени их локализации.

Модель одномерного случайного лазера. Мы рассматриваем одномерный случайный лазер, построенный на основе сильно неупорядоченной среды, конечной длины. Как известно, в одномерной разупорядоченной системе все состояния электро-

¹⁾e-mail: zyaablovskiy@mail.ru

магнитного поля являются локализованными [2]. Каждое из этих состояний имеет максимум поля, лежащий внутри собственного резонатора, формирующегося случайным образом в данной структуре [1]. При добавлении активного вещества, которое затем подвержено некогерентной накачке извне, данная система становится способна генерировать лазерное излучение. Локализованные состояния в этом случае играют роль мод лазера. Эти моды распределены по пространству рассматриваемой структуры и, вообще говоря, могут перекрываться в пространстве. Так как система является случайной, то и собственные частоты мод такой системы принимают случайные значения. Вид этого распределения зависит от меры и типа разупорядоченности структуры.

С целью упростить рассматриваемую систему, будем предполагать, что собственная частота каждой из мод ω_j является случайной величиной, имеющей равномерное распределение в промежутке $[\omega_0 - \gamma_\sigma, \omega_0 + \gamma_\sigma]$, где ω_0 – это частота перехода активных атомов, содержащихся в данной структуре, а γ_σ – естественная ширина линии данного перехода. Обратное время релаксации поля в модах γ_j будем считать также случайной величиной, подчиняющейся равномерному распределению на промежутке $[0.5\gamma_\sigma, 0.8\gamma_\sigma]$. Отметим, что равномерное распределение частот и релаксаций не является необходимым условием для наблюдения, описываемого в статье, процесса перестройки собственных мод, происходящего в результате затягивания частот отдельных мод к частоте перехода в активной среде.

Каждая мода отвечает сформированному некоторым образом в данной структуре резонатору, и мы будем полагать, что каждая мода взаимодействует с активными атомами, как в ее собственном резонаторе, так и в соседних резонаторах. Хорошо известно, что логарифм средней интенсивности электромагнитного поля в неупорядоченной среде линейно убывает с увеличением расстояния от резонатора. Такое убывание является следствием того, что в неупорядоченной среде случайным образом возникают брэгговские зеркала [1]. При прохождении через области неупорядоченной среды, в которых выполняется условие брэгговского отражения, происходит экспоненциальное затухание амплитуды электромагнитного поля. Взаимодействие атомов с внешним полем носит дипольный характер, а энергия взаимодействия пропорциональна частоте осцилляций Раби $\Omega_R = (dE)/\hbar$. Так как амплитуда электрического поля в любой из мод экспоненциально спадает при удалении от своего резонатора, то константа взаимодействия моды с активными атомами также убыва-

ет с расстоянием. Поэтому, в дальнейших расчетах, мы будем полагать, что взаимодействие j -й моды с атомами, расположенными в k -м резонаторе, имеет следующую зависимость:

$$\Omega_{jk} = \Omega_0 \exp(-\alpha|j - k|). \quad (1)$$

Здесь все резонаторы пронумерованы по убыванию расстояния от одного из концов рассматриваемой случайной системы. Тогда j и k – порядковые номера мод данной системы, а константа α также является случайной величиной с равномерным распределением, значение которой зависит от неупорядоченности случайной среды. Этой зависимостью мы также предполагаем два важных свойства. Первое свойство заключается в том, что константа взаимодействия каждой из мод с атомами в собственном резонаторе равна Ω_0 . Второе же свойство является следствием леммы Лоренца для немагнитных и линейных сред [11] и состоит в том, что j -ая мода взаимодействует с атомами в k -ом резонаторе таким же образом, как k -ая мода взаимодействует с атомами в j -ом резонаторе.

Число атомов в каждом резонаторе будем полагать одинаковым и равным N_{at} . γ_P – скорость накачки атомов, а γ_D – скорость затухания инверсии населенности.

Описывать определенную выше систему будем при помощи уравнений Максвелла–Блоха [12–14]:

$$\frac{da_j}{dt} = (-i\Delta_j - \gamma_j)a_j - iN_{\text{at}} \sum_m \Omega_{jm} \sigma_m, \quad (2)$$

$$\frac{d\sigma_m}{dt} = -\gamma_\sigma \sigma_m + i \sum_j \Omega_{jm}^* a_j D_m, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{dD_m}{dt} &= (\gamma_P - \gamma_D) - (\gamma_P + \gamma_D)D_m + \\ &+ 2i \sum_j (\Omega_{jm} a_j^* \sigma_m + \Omega_{jm}^* a_j \sigma_m^*). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь a_j – амплитуда электрического поля в моде j -ого резонатора, σ_m и D_m – средние значения поляризации и инверсионной населенности атомов в m -ом резонаторе. $\Delta_j = \omega_j - \omega_0$ – отстройка частоты моды от частоты перехода атома ω_0 .

Мы исследуем поведение собственных решений и собственных частот случайного лазера ниже порога лазерной генерации. Полагая, что амплитуды электрического поля в модах системы достаточно малы, мы пренебрегаем последним слагаемым в уравнении (4):

$$\frac{dD_m}{dt} = (\gamma_P - \gamma_D) - (\gamma_P + \gamma_D)D_m. \quad (5)$$

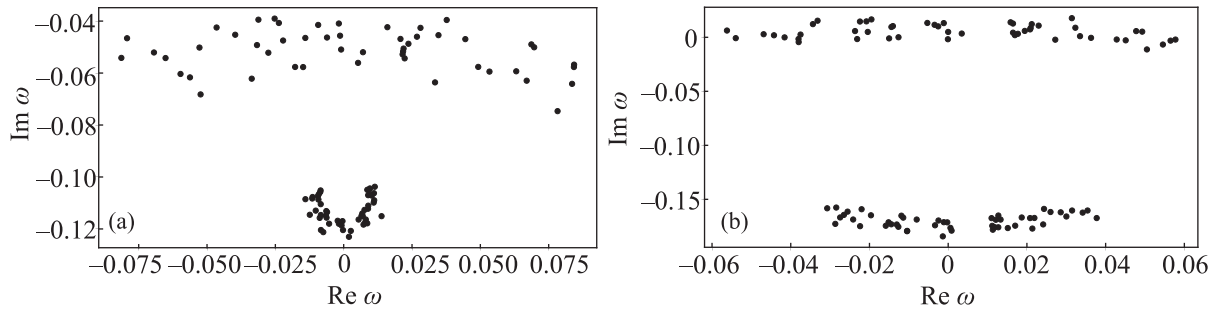


Рис. 1. Положение собственных частот одномерного случайного лазера в комплексной плоскости, когда инверсная населенность активной среды D равна 0.01 (а) и 0.08 (б)

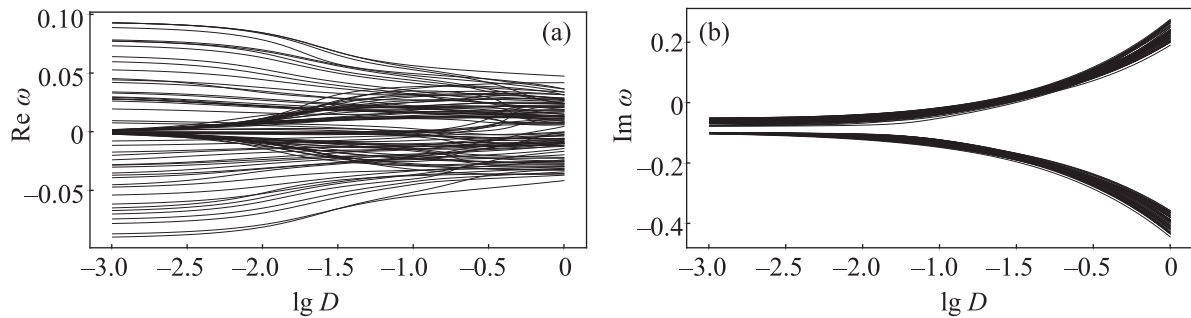


Рис. 2. Зависимость действительной (а) и мнимой (б) частей собственных частот одномерного случайного лазера от десятичного логарифма инверсной населенности

В таком приближении инверсия населенностей принимает следующее стационарное значение:

$$D_m = D = \frac{\gamma_P - \gamma_D}{\gamma_P + \gamma_D}. \quad (6)$$

Подставляя его в уравнения (2), (3), получаем систему линейных дифференциальных уравнений [15].

Зависимость собственных частот системы от инверсной населенности. Мы вычисляем собственные частоты и собственные значения линеаризованной системы уравнений (2), (3) для различных значений инверсной населенности. При малых значениях инверсной населенности D все собственные частоты лежат ниже действительной оси (см. рис. 1а). Все собственные моды разделяются на две группы. Первую группу формируют моды, чьи частоты лежат вблизи точки $(\text{Re}\omega = 0, \text{Im}\omega = \gamma_\sigma)$. Главный вклад в такие моды дают поляризации атомов (т.е. элементы собственного вектора уравнений (2), (3), относящиеся к σ_m). Вторая группа состоит из мод, частоты которых заполняют протяженную область в комплексной плоскости (см. рис. 1а). При увеличении инверсной населенности D собственные частоты мод из первой группы движутся вниз в комплексной плоскости. В то же время, собственные частоты мод из второй группы движутся вверх (см. рис. 1б).

Лазерная генерация начинается, когда одна из собственных частот выходит в верхнюю полуплоскость [16].

Важно заметить, что действительные части собственных частот мод из второй группы с ростом накачки затягиваются к частоте перехода атомов. Зависимость действительной и мнимой частей собственных частот показана на рис. 2. Затягивание частот – известное явление в лазерной физике, имеющее место при нелинейном взаимодействии мод электромагнитного поля с активной средой.

Существует несколько возможных механизмов, приводящих к затягиванию частот в одномерном случайном лазере. Во-первых, если перекрытие в пространстве между разными локализованными модами является незначительным, то моды взаимодействуют с активной средой независимо друг от друга. В этом случае собственные частоты мод затягиваются к частоте перехода атома, как в обычном одномодовом лазере. Частота каждой моды определяется скоростью релаксации электромагнитного поля γ_j и скоростью релаксации поляризации атомов γ_σ . На пороге генерации отстройка частоты j -й моды от частоты перехода задается следующим образом: $\Delta_{\text{gen}} = \Delta_j \gamma_\sigma / (\gamma_\sigma + \gamma_a)$ (данное выражение получается из формулы для частоты генерации с учетом то-

го, что частоты отсчитываются от частоты перехода атома [12, 17]). Важно отметить, что в таком случае частоты мод остаются независимо распределенными.

Вторым важным случаем является случай сильного перекрытия мод в пространстве. В таком режиме моды могут сближаться друг с другом по частоте, переходя в режим синхронизации. В таком случае в распределении по частотам возникают корреляции между частотами разных мод.

Первый механизм из описанных имеет место в любом лазере. Чтобы проверить, имеет ли место второй механизм, следует рассмотреть характеристики взаимодействия мод. Для этого пронумеруем все моды в порядке возрастания их частоты и будем рассматривать такую характеристику, как вероятность отстройки двух соседних мод на частоту Δ , т.е. $P(\Delta)$.

Если частоты мод распределены независимо друг от друга, то вероятность $P(\Delta)$ спадает экспоненциально с ростом Δ , скорость спада равна среднему значению $\langle \Delta \rangle$. Если же имеет место явление синхронизации, то происходит дополнительное увеличение вероятности $P(\Delta)$ в окрестности $\Delta \rightarrow 0$ (частоты мод взаимно притягиваются).

Численное моделирование показало, что $P(\Delta)$ экспоненциально зависит от Δ при малых значениях инверсной населенности D (см. рис. 3). С увеличением D происходит отклонение $P(\Delta)$ от экспоненциальной зависимости в окрестности $\Delta \rightarrow 0$. Таким образом, можно сделать заключение о том, что частоты мод взаимно притягиваются. Данный эффект сильнее проявляется при большем пространственном перекрытии между модами.

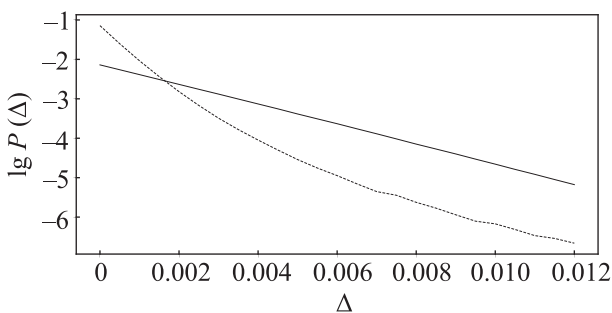


Рис. 3. Вероятность $\lg P(\Delta)$ при значениях инверсии населенностей активного вещества $D = 0.0$ (сплошная линия) и $D = 1.0$ (штрих-пунктирная линия)

Зависимость распределения электромагнитного поля в собственных модах системы от инверсной населенности. Затягивание частот приводит к изменению распределения электромагнитного поля в собственных модах случайного

лазера. Как показывают вычисления, с увеличением инверсии населенностей собственные моды становятся менее локализованными в пространстве. Для того чтобы показать данный переход, рассмотрим такую величину, как объем моды [18]:

$$V_j = \sum_{i=1}^{N_{\text{mode}}} |a_i^{(j)}|^2 / (\max_i |a_i^{(j)}|^2), \quad (7)$$

где $a_i^{(j)}$ – это компонента, отвечающая амплитуде поля в i -ом резонаторе для j -го собственного вектора матрицы системы уравнений (2), (3) $\mathbf{e}_j = (a_1^{(j)}, \dots, a_N^{(j)}, \sigma_1^{(j)}, \dots, \sigma_n^{(j)})$. Объем моды характеризует меру локализации электромагнитного поля в системе. Если j -ая собственная мода полностью локализована, то каждая компонента этого собственного решения равна нулю, кроме одной, в таком случае объем минимален и равен 1. В случае же, когда мода распределена по всему пространству, все компоненты $a_i^{(j)}$ собственного вектора равны между собой и объем принимает максимальное значение, равное числу резонаторов в рассматриваемой системе.

Вычисления показали, что среднее значение объема мод электромагнитного поля $\langle V_j \rangle$ увеличивается с ростом инверсии населенностей D (см. рис. 4). Таким образом, степень локализации мод электромагнитного поля уменьшается.

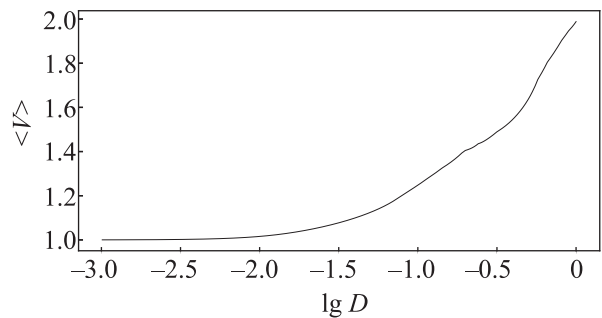


Рис. 4. Зависимость среднего объема собственных мод системы $\langle V_j \rangle$ от десятичного логарифма инверсной населенности

Увеличение объема собственных мод связано с затягиванием собственных частот. Известно, что свет может туннелировать между резонаторами с близкими частотами [19]. Когда непрерывная цепочка таких резонаторов существует вдоль всей одномерной разупорядоченной структуры, возникают “цепочечные” моды (*necklace states*) [19, 20]. В рассматриваемой системе затягивание собственных частот приводит к формированию цепочек резонаторов, между которыми свет может туннелировать. Как результат, собственные моды распространяются сразу на

несколько резонаторов и объемы собственных мод увеличиваются. Таким образом, затягивание частот вызывает увеличение объема собственных мод.

Закключение. Мы исследовали влияние накачки активной среды на собственные частоты и собственные моды одномерного случайного лазера ниже порога генерации. В качестве модели одномерного случайного лазера рассматривалась одномерная цепочка резонаторов, расположенных на случайном расстоянии друг от друга и имеющих случайное распределение собственных частот. Считалось, что моды частично перекрываются друг с другом в среде с активным веществом. Такое перекрытие приводит к эффективному взаимодействию между модами. Мы показали, что увеличение инверсии населенностей активного вещества приводит к затягивания частот мод, что, в свою очередь, приводит к увеличению объема мод.

Таким образом, в рассматриваемом случайном лазере наблюдается изменение распределения ЭМ поля в собственных модах системы при увеличении инверсной населенности активной среды.

1. A. P. Vinogradov and A. M. Merzlikin, Phys. Rev. E **70**, 026610 (2004).
2. P. W. Anderson, Phys. Rev. **109**, 1492 (1958).
3. D. S. Wiersma, P. Bartolini, A. Lagendijk, and R. Righini, Nature **390**, 671 (1997).
4. A. P. Vinogradov, A. V. Dorofeenko, S. G. Erokhin, M. Inoue, A. A. Lisyansky, A. M. Merzlikin, and A. B. Granovsky, Phys. Rev. B **74**, 045128 (2006).
5. T. Goto, A. V. Dorofeenko, A. M. Merzlikin, A. V. Baryshev, A. P. Vinogradov, M. Inoue, A. A. Lisyansky, and A. B. Granovsky, Phys. Rev. Lett. **101**, 113902 (2008).
6. D. S. Wiersma and A. Lagendijk, Phys. Rev. E **54**, 4256 (1996).
7. H. Cao, Y. G. Zhao, S. T. Ho, E. W. Seelig, Q. H. Wang, and R. P. H. Chang, Phys. Rev. Lett. **82**, 2278 (1999).
8. H. Cao, J. Y. Xu, D. Z. Zhang, S.-H. Chang, S. T. Ho, E. W. Seelig, X. Liu, and R. P. H. Chang, Phys. Rev. Lett. **84**, 5584 (2000).
9. B. Redding, M. A. Choma, and H. Cao, Nature Photon. **6**, 355 (2012).
10. J. Andreasen, A. A. Asatryan, L. C. Botten, M. A. Byrne, H. Cao, L. Ge, L. Labonte, P. Sebbah, A. D. Stone, H. E. Tureci, and C. Vanneste, Adv. Opt. Photonics **3**, 88 (2011).
11. Б. З. Каценеленбаум, *Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами*, Изд-во АН СССР, М. (1961).
12. H. Haken, *Laser light dynamics*, North-Holland Physics Publishing, Oxford (1985).
13. I. V. Doronin, E. S. Andrianov, A. A. Zyablovsky, A. A. Pukhov, Y. E. Lozovik, A. P. Vinogradov, and A. A. Lisyansky, Opt. Express **27**, 10991 (2019).
14. A. A. Zyablovsky, I. V. Doronin, E. S. Andrianov, A. A. Pukhov, Y. E. Lozovik, A. P. Vinogradov, and A. A. Lisyansky, Opt. Express **27**, 35376 (2019).
15. I. V. Doronin, A. A. Zyablovsky, E. S. Andrianov, A. A. Pukhov, and A. P. Vinogradov, Phys. Rev. A **100**, 021801 (2019).
16. А. В. Дорофеевко, А. А. Зябловский, А. А. Пухов, А. А. Лисянский, А. П. Виноградов, УФН **182**, 1157 (2012).
17. A. E. Siegman, *Lasers*, University Science Books, Mill Valley, CA (1986).
18. R. Coccioli, M. Boroditsky, K. W. Kim, Y. Rahmat-Samii, and E. Yablonovitch, IEE Proceedings-Optoelectronics **145**, 391 (1998).
19. J. Bertolotti, S. Gottardo, D. S. Wiersma, M. Ghulinyan, and L. Pavesi, Phys. Rev. Lett. **94**, 113903 (2005).
20. J. B. Pendry, J. Phys. C: Solid State Phys. **20**, 733 (1987).