

Масштабно-инвариантная структура сейсмической кинетики в условиях сильной неравновесности среды

И. Р. Стаховский¹⁾

Институт физики Земли им. О. Ю. Шмидта РАН, 123242 Москва, Россия

Поступила в редакцию 23 сентября 2020 г.

После переработки 12 ноября 2020 г.

Принята к публикации 12 ноября 2020 г.

Представлены результаты скейлингового анализа ряда времен ожидания для сейсмических событий, составляющих серию землетрясений Риджкрест 2019 г. в Восточной Калифорнии. Показано, что ряд времен ожидания перед сильным землетрясением с магнитудой $M = 7.1$ приобретает масштабно-инвариантную структуру. Причиной появления статистического самоподобия в ряде времен ожидания является переход среды в очаговой области в сильно неравновесное состояние. Полученный результат можно интерпретировать как появление в процессе сейсмической кинетики временной диссипативной структуры. Предложено использовать скейлинговый анализ данных сейсмической кинетики как средство мониторинга текущего состояния сейсмогенерирующей среды.

DOI: 10.31857/S1234567820240088

Введение. Один из фундаментальных выводов теории диссипативных структур заключается в том, что многокомпонентные системы в условиях сильной неравновесности могут спонтанно эволюционировать к состоянию более высокой сложности [1]. Результатом самоорганизации сильно неравновесных систем является образование в них пространственно-временных диссипативных структур, организация которых, как правило, подчинена гиперболическим распределениям [2, 3]. В сейсмофизике исследования пространственных диссипативных структур, т.е. пространственных распределений эпицентров сейсмических событий (точек диссипации энергии в сейсмогенерирующих системах) в последние десятилетия проводятся достаточно интенсивно [4, 5]. Однако опыт изучения временных диссипативных структур в процессах сейсмической кинетики пока еще остается фрагментарным [6, 7].

В установленном сейсмическом режиме кинетика появления мелкомасштабных событий хаотична [8]. Так, например, аттракторы, реконструируемые по временным сейсмическим рядам (на основе доказательства теоремы Ф. Такенса), оказываются странными хаотическими аттракторами с положительной сигнатурой показателей Ляпунова [9, 10]. Однако в очаговых областях готовящихся литосферных землетрясений перед актом хрупкого разрушения среды (т.е. перед главным толчком землетрясения) материал литосферы переходит в сильно неравновесное

состояние, что изменяет его свойства прежде всего из-за неограниченного роста флуктуаций. Главной проблемой исследований сейсмической кинетики в условиях сильной неравновесности среды является то, что время пребывания среды в этом состоянии в большинстве случаев неизвестно.

Определенный шаг вперед в исследовании сейсмической кинетики в условиях сильной неравновесности удалось сделать благодаря уникальным обстоятельствам, сопровождавшим серию землетрясений Риджкрест 2019 г. в Восточной Калифорнии [11, 12]. Эта серия землетрясений захватила небольшую область в районе, считавшемся до этого слабо сейсмичным, и включала два сильных землетрясения, эпицентры которых располагались на расстоянии 11 км друг от друга. Интервал времени между главными толчками этих событий составил 33 ч 46 мин, в течении которых в ограниченной области с линейными размерами ≈ 20 км проходил очень интенсивный сейсмический процесс (более 3300 событий с магнитудой $M > 0$). В ближайших окрестностях этой области находится значительное число сейсмостанций сейсмической сети SCSN (Southern California Seismic Network) [13]. Таким образом, в данном случае место и время серии землетрясений, индуцированных локализованной сейсмогенерирующей системой, заведомо находившейся в сильно неравновесном состоянии, оказались известными, а информация о событиях сейсмического потока, включая данные слабой сейсмичности, попала в сейсмический каталог.

¹⁾e-mail: stakhov@ifz.ru

Ниже представлены результаты мультифрактального анализа ряда временных интервалов между последовательно происходившими событиями (ряда времен ожидания) в серии землетрясений Риджкрест. В расчетах использованы данные каталога SCSN. Анализ проведен с использованием масштабной сетки высокого разрешения (1024 боксов). Показано, что ряд времен ожидания обладает статистически самоподобной структурой (временной диссипативной структурой), вызванной сильно неравновесным состоянием среды. Предложено использовать скейлинговый анализ данных сейсмической кинетики как инструмент мониторинга текущего состояния сейсмогенерирующей среды.

Исходные данные. Серия землетрясений Риджкрест началась 04.07.2019 в 17:33:49 (UTC) землетрясением с магнитудой $M = 6.4$ и координатами эпицентра 35.70° N , 117.50° W . Ощутимые форшоки этому землетрясению не предшествовали. Далее в ближайших окрестностях эпицентра этого землетрясения вдоль двух небольших разломов последовательно произошли несколько тысяч мелкомащтабных сейсмических событий. 06.07.2019 в 03:19:53 (UTC) произошло второе сильное землетрясение с магнитудой $M = 7.1$ и координатами эпицентра 35.76° N , 117.59° W . Оно сопровождалось многочисленными афтершоками.

Эпицентры событий, входивших в серию землетрясений Риджкрест, в плане покрывают вытянутую, частично изогнутую область, окруженную территорией, практически не излучавшей сейсмической энергии в период времени между моментами землетрясений с магнитудами $M = 6.4$ и $M = 7.1$. Сплошной поток сейсмических событий в этой области за указанный период времени позволяет говорить, что локализованная сейсмогенерирующая система в данном случае непрерывно находилась в условиях сильной неравновесности, не переходя в состояние разгрузки. Фактически всю последовательность сейсмических событий от землетрясения с магнитудой $M = 6.4$ до главного толчка землетрясения с магнитудой $M = 7.1$ можно рассматривать как проявление единого процесса подготовки второго из этих сильных землетрясений ($M = 7.1$). Каждое событие участвовало в генезисе последующих событий, будучи само следствием предыдущих.

В последовательности сейсмических событий между землетрясениями с магнитудами $M = 6.4$ и $M = 7.1$ 1081 событие имело значение магнитуды, превышающее порог представительности каталога SCSN (порог представительности $M \approx 1.7$ [13]). Эти события со значениями магнитуд в диапазоне

$1.7 \leq M \leq 5.37$ составили выборку данных каталога, исследуемую далее. Выборка содержала одно событие с магнитудой $M > 5$ и 20 событий с магнитудами в диапазоне $4 \leq M < 5$. При этом 98% событий оказались сосредоточены в приповерхностном слое земной коры и имели глубины $H \leq 11$ км.

Перенумеруем события в выборке в хронологическом порядке с помощью индекса i ($i = 1, 2, 3 \dots$), тогда момент времени t , соответствующий i -тому событию, можно обозначить t_i . Временем ожидания Δt_i будем называть интервал времени между последовательно происходившими событиями, т.е.:

$$\Delta t_i = t_{i+1} - t_i. \quad (1)$$

Величины Δt_i неотрицательны ($\Delta t_i \geq 0$) и аддитивны ($\sum_{i=i_{\min}}^{i_{\max}} \Delta t_i = t_{i_{\max}} - t_{i_{\min}}$, где i_{\max} и i_{\min} – наибольшее и наименьшее значения индекса i для любого непрерывного отрезка ряда, а $(i_{\max} - i_{\min})$ – общее число времен ожидания в этом отрезке ряда), что делает эти параметры сейсмической кинетики удобными для скейлингового анализа [14]. Разместив величины Δt_i в порядке возрастания индекса i , получим ряд времен ожидания, графически представленный на рис. 1.

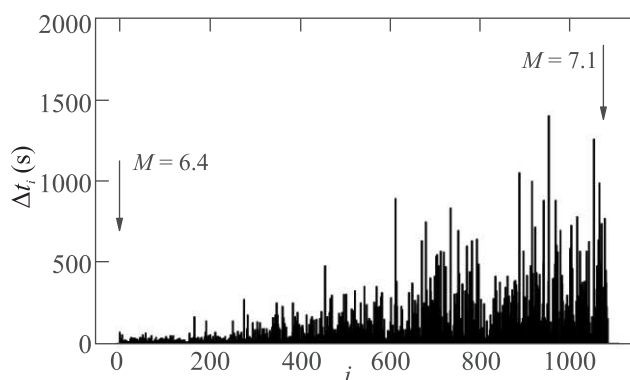


Рис. 1. Ряд времен ожидания для исследовавшейся выборки данных. По оси абсцисс отложены порядковые индексы событий, по оси ординат – значения времен ожидания Δt_i в секундах. Стрелки указывают моменты землетрясений с магнитудами $M = 6.4$ и $M = 7.1$

Подобное представление данных каталога отличается от традиционных временных сейсмических рядов (элементами которых являются количества событий в единицу астрономического времени). В традиционных временных сейсмических рядах информация о времени каждого события теряется, тогда как в ряде времен ожидания Δt_i она сохраняется и может быть напрямую использована в расчетах. Число элементов ряда времен ожидания оказывает

ся достаточно большим для применения методов статистического анализа. При этом значения элементов ряда времен ожидания Δt_i могут быть определены с высокой точностью, т.к. сами астрономические времена сейсмических событий определяются с точностью до секунд. Как видим, ряд времен ожидания Δt_i сохраняет практически всю временную информацию о процессе сейсмической кинетики, которая присутствует в каталоге.

Результаты расчетов. Для целей мультифрактального анализа ряд времен ожидания покрывался одномерной ренормируемой масштабной сеткой непесекающихся боксов. Будем нумеровать боксы сетки индексом j ($j = 1, 2, 3 \dots$). Распределение времен ожидания моделировалось мерой P , содержание которой в j -том боксе сетки p_j оценивалось с помощью нормировки:

$$p_j = \Delta t_j / \sum_{i=1}^N \Delta t_i, \quad (2)$$

где N – общее число боксов сетки. В формуле (2) подразумевается, что i -тый элемент ряда времен ожидания Δt_i попадает в j -тый бокс масштабной сетки. Процедура ренормирования меры P включала использование биномиальной каскадной схемы с максимальным разрешением масштабной сетки $2^{10} = 1024$. Алгоритм анализа включал составление статистических сумм:

$$Z_q(r) = \sum_{i=1}^N p_i^q(r), \quad q \in \{-\infty, +\infty\} \quad (3)$$

где q – порядок момента меры, r – размер бокса сетки (масштаб). Ренормирование задавало изменения масштаба r ($r = r_1, r_2, r_3 \dots$). В численных расчетах значения q перебирались дискретно с шагом $\Delta q = 0.1$ в диапазоне значений $-30 \leq q \leq 30$. Для текущих значений q с учетом (3) строились вектора:

$$\mathbf{X}_r = \left[\ln \left(\sum_{j=1}^N p_j^q(r) \right), \ln r \right], \quad (4)$$

составлявшие матрицу данных Y_q , использовавшуюся при определении характера соотношения между суммой моментов меры и масштабом (точнее, между их логарифмами):

$$Y_q = [\mathbf{X}_{r_1} \ \mathbf{X}_{r_2} \ \mathbf{X}_{r_3} \ \dots]^T. \quad (5)$$

По компонентам матриц (5) строились зависимости $\ln(\sum_{j=1}^N p_j^q(r))$ от $\ln r$, после чего цикл расчетов повторялся со следующим значением q .

Рисунок 2 показывает, что зависимости $\ln(\sum_{j=1}^N p_j^q(r))$ от $\ln r$ практически линейны, т.е. реальные зависимости сумм моментов меры от масштаба являются степенными. Прямыми линиями на рис. 2 показаны графики линейных регрессий, аппроксимирующих расчетные зависимости (точки). Регрессии построены с использованием метода наименьших квадратов.

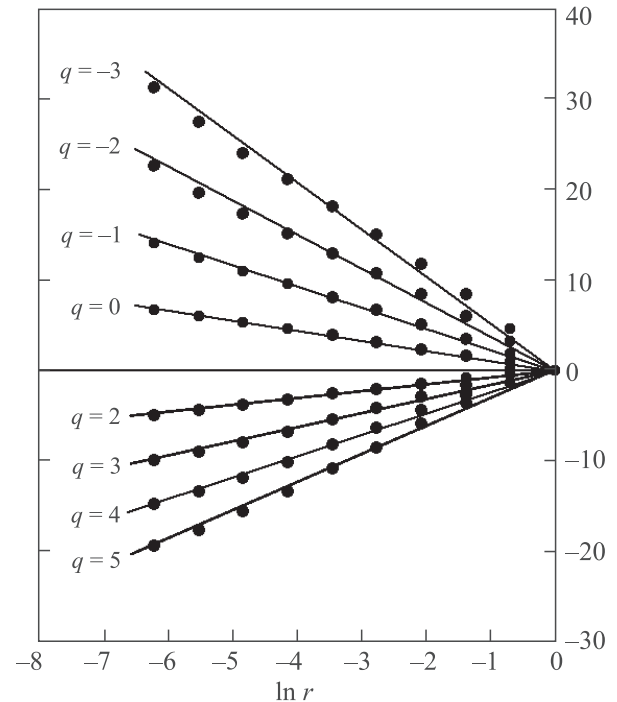


Рис. 2. Зависимости сумм моментов меры P от масштаба r при разных значениях порядка момента меры q . По оси абсцисс отложены значения логарифма размера бокса масштабной сетки $\ln r$, по оси ординат – значения логарифма суммы моментов меры $\ln(\sum_{j=1}^N p_j^q(r))$. Прямые линии – графики линейных регрессий, аппроксимирующих расчетные зависимости (точки)

Линейный характер зависимостей $\ln(\sum_{j=1}^N p_j^q(r))$ от $\ln r$ доказывает, что исследуемый ряд времен ожидания не является хаотическим, а моменты времени, в которые происходили сейсмические события, не являются произвольными. Ряд обладает статистически самоподобной структурой. Сейсмические события, по которым построен ряд, предшествуют сильному землетрясению и сами могут рассматриваться как “бесконечные” флуктуации сейсмической энергии в исследуемой системе, что отмечает факт пребывания системы в сильно неравновесном состоянии. Скейлинговая структура ряда сформирована флуктуационной природой процесса, что позволяет

интерпретировать ее как временную диссипативную структуру.

Условие мультифрактальности меры $\sum_{j=1}^N p_j^q(r) \propto r^{-\tau(q)}$ включает так называемую кумулянт-генерирующую функцию $\tau(q)$. Коэффициенты регрессий, построенных по зависимостям $\ln(\sum_{j=1}^N p_j^q(r))$ от $\ln r$ (рис. 2), можно рассматривать как аппроксимации значений кумулянт-генерирующей функции $\tau(q)$ при соответствующих значениях q :

$$\tau(q) = \lim_{r \rightarrow 0} \left[\ln \sum_{j=1}^N p_j^q(r) / \ln(1/r) \right], \quad q \in \{-\infty, +\infty\}. \tag{6}$$

Кумулянт-генерирующая функция $\tau(q)$ описывает неоднородность скейлинга меры. Она определена в бесконечном диапазоне изменения q и не имеет экстремумов. При численных расчетах диапазон изменения q определяется допустимым объемом памяти компьютера, но при обработке эмпирических данных диапазон изменения q ограничен в первую очередь нехваткой данных, приводящей к существенным искажениям функции $\tau(q)$ при больших значениях $|q|$. Так, при обработке данных сейсмических каталогов нехватка данных вызвана прежде всего наличием у каталогов порога представительности, отсекающего от исследуемой выборки информацию о наиболее слабых событиях, т.е. приводящего к разрыву скейлинга. Поэтому использование в численных расчетах больших значений $|q|$ преимущественно лишено смысла.

График кумулянт-генерирующей функции $\tau(q)$ для меры P , моделирующей ряд времен ожидания Δt_i (рис. 1), приведен на рис. 3. Функцию $\tau(q)$ можно преобразовать в спектр обобщенных фрактальных размерностей $D_q = (1 - q)^{-1} \tau(q)$ [15]. Целесообразно, однако, избавиться от уходящих в бесконечность ($\pm\infty$) ветвей функции $\tau(q)$, придав производной от $\tau(q)$ смысл новой переменной, т.е. с помощью преобразования Лежандра сменить координаты $\{q, \tau(q)\}$ на координаты $\{a, f(a)\}$, где переменную a называют индексом сингулярности, а функцию $f(a)$ – спектром сингулярностей:

$$a = -\frac{d}{dq} \tau(q), \tag{7}$$

$$f(a) = aq + \tau(q). \tag{8}$$

Величины a и $f(a)$ имеют самостоятельный геометрический смысл [16]:

$$a_j = \lim_{r \rightarrow 0} [\ln p_j / \ln r], \tag{9}$$

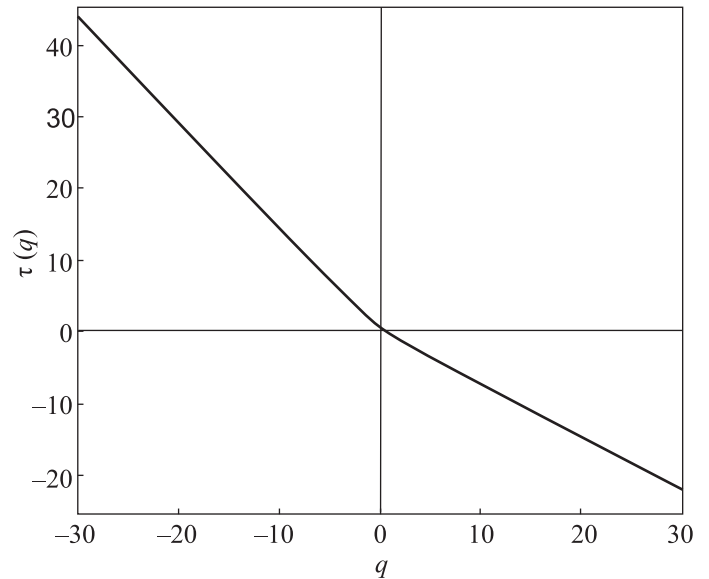


Рис. 3. График кумулянт-генерирующей функции $\tau(q)$ для меры P , моделирующей ряд времен ожидания Δt_i , представленный на рис. 1

где обозначение a_j означает принадлежность индекса сингулярности j -тому боксу масштабной сетки, т.е. индекс сингулярности a_j характеризует локальное самоподобие меры в тех точках, в которых мера определена;

$$f(a) = -\lim_{r \rightarrow 0} \left[\ln \left(\sum N_a \right) / \ln r \right], \tag{10}$$

где $\sum N_a$ – число боксов масштабной сетки с общим значением индекса сингулярности a , т.е. спектр сингулярностей $f(a)$ описывает глобальное самоподобие меры.

Построенный численно, $f(a)$ -спектр меры P приведен на рис. 4. Как видим, он асимметричен, т.е. в структуре ряда времен ожидания количество элементов с малыми значениями существенно превышает количество элементов с крупными значениями. Ширину спектра, т.е. величину $a_{\max} - a_{\min}$ естественно рассматривать как количественную оценку стохастичности исследуемой меры P . Сложнее интерпретировать такие характеристики $f(a)$ -спектра как его форма, радиус кривизны в точке экстремума и т.д., поскольку скейлинговые характеристики любого физического процесса определяются прежде всего “уровнем неравновесности” исследуемой системы, т.е. свойством, изученным крайне слабо. Зависимость параметров $f(a)$ -спектра от физических процессов, приводящих к землетрясению, будет расшифровываться по мере появления достаточного числа подобных примеров.

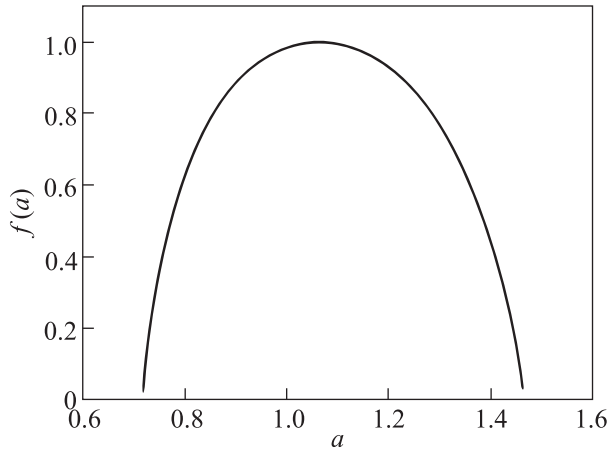


Рис. 4. Спектр сингулярностей ($f(a)$ -спектр) мультифрактальной меры P , моделирующей ряд времен ожидания для серии землетрясений Риджкрест

Спектр сингулярностей (рис. 4) как характеристика процесса сейсмической кинетики показывает, что сложное нерегулярное поведение сильно неравновесного процесса может быть описано в рамках строгого математического формализма. Характерно, что обнаружение масштабно-инвариантной структуры процесса сейсмической кинетики обусловлено не какими-либо идеализациями, упрощающими модельную сингулярную меру, а напротив – максимально возможным повышением объема анализируемых данных. Заметим также, что в силу недифференцируемости мультифрактальных мер перестройка структуры кинетического процесса перед разрушением сейсмогенерирующей системы не может быть обнаружена с помощью интегрирования каких-либо дифференциальных уравнений, моделирующих эволюцию системы. Эта перестройка происходит в пространстве масштабов, поэтому она обнаруживается с помощью масштабных преобразований.

Выводы. Ряд времен ожидания на рис. 1 можно рассматривать как временную развертку процесса сейсмической кинетики в очаговой области готовящегося сильного землетрясения и носитель прямой информации из исследуемой системы о физических процессах в формирующемся очаге, недоступном для непосредственного наблюдения. Важным свойством ряда является его высокая точность, поскольку численные значения времен ожидания, как правило, на несколько порядков величины превосходят погрешности их определения. При наличии достаточного объема данных это позволяет провести анализ тонкой структуры ряда, который дает новые нетривиальные характеристики процесса подготовки землетрясений.

Готовящееся в массиве литосферы землетрясение предваряется в его очаговой области переходом сейсмогенерирующей системы в сильно неравновесное состояние, что сопровождается перестройкой структуры системы и изменяет ее свойства. В условиях сильной неравновесности размах флуктуаций параметров системы неограниченно растет, превышая средние значения параметров, т.е. свойства системы начинают определяться флуктуациями. В соответствии с выводами теории [1] флуктуации стимулируют формирование диссипативных структур. Рисунки 2–4 показывают, что во временном ходе сейсмической кинетики в условиях сильной неравновесности диссипативная структура имеет характер последовательности событий, временные интервалы между которыми (времена ожидания) приобретают статистически самоподобное распределение. Если в установленном сейсмическом режиме временной ход сейсмической кинетики является хаотическим, то в процессе приближения сейсмогенерирующей системы к моменту потери глобальной устойчивости времена ожидания оказываются подчинены мультифрактальной статистике. Таким образом, появление статистического самоподобия во временном ходе сейсмической кинетики перед сильным землетрясением в его очаговой области оказывается теоретически обоснованным эффектом, который приобретает смысл закономерного этапа в процессе подготовки сильного землетрясения.

Серия землетрясений Риджкрест 2019-го г. в Восточной Калифорнии на практике продемонстрировала, что появление в процессе сейсмической кинетики временной диссипативной масштабно-инвариантной структуры, сформированной мелко-масштабными событиями, можно рассматривать как индикатор развития в среде процесса подготовки крупномасштабного землетрясения. Причиной появления самоподобия во временном ходе сейсмической кинетики является сильно неравновесное состояние среды. Сильно неравновесное состояние сейсмогенерирующей системы в условиях земных недр может закончиться землетрясением, магнитуда которого на 1–2 единицы превышает магнитуды предварявших его в очаговой области наиболее сильных сейсмических событий.

Спектр сингулярностей мультифрактальной меры, моделирующей ряд времен ожидания в период сильной неравновесности, становится содержательной характеристикой сейсмической кинетики, отражающей повышение сложности сейсмического процесса перед магистральным разрушением исследуемой системы. С точки зрения сейсмического прогно-

за важен прежде всего сам факт возможности инструментального обнаружения физического процесса, закономерно предвещающего сильное землетрясение. Приведенный на рис. 4 $f(a)$ -спектр показывает, что такой процесс, т.е. переход среды в сильно неравновесное состояние может быть обнаружен в сейсмических данных и описан математически строго.

Достаточно очевидно, что магнитуда готовящегося землетрясения связана с объемом сильно неравновесного материала литосферы в формирующемся очаге, т.е. с размером области, в которой наблюдается описываемое $f(a)$ -спектром самоподобие сейсмической кинетики. Тем самым идентификация этой области, характеризующей масштабной инвариантной структурой ряда времен ожидания или, что то же самое, возможностью построения $f(a)$ -спектра, подобного приведенному на рис. 4, может оказаться полезной при оценке энергии готовящегося события.

С физической точки зрения $f(a)$ -спектр можно рассматривать как количественную характеристику процесса подготовки землетрясения, т.е. характеристику, позволяющую отличать и классифицировать не только сами землетрясения, но и процессы их подготовки. Конкретная форма самоподобия ряда времен ожидания, т.е. конкретные геометрические параметры $f(a)$ -спектра по сути характеризуют особенности форшоковой активности перед главным толчком готовящегося землетрясения. Они могут быть связаны с вероятностью сильных форшоков перед главным толчком, параметрами формирующегося очага или скоростью его формирования. Определенность в интерпретации параметров $f(a)$ -спектров появится с накоплением представительного числа исследованных примеров процессов подготовки землетрясений. В любом случае возможность количественно различать эти процессы, например, с помощью $f(a)$ -спектров, подобным приведенному на рис. 4, является необходимым условием для осуществления контроля за развитием сейсмогенерирующих систем во времени. По всей видимости, при наличии доступа к сейсмической информации в реальном времени опи-

санный алгоритм обработки данных можно рассматривать как инструмент мониторинга текущего состояния сейсмогенерирующей среды.

1. I. Prigogine, *From being to becoming*, W. H. Freeman and Co., San Francisco (1980).
2. P. Bak, C. Tang, and K. Wiesenfeld, *Phys. Rev. Lett.* **59**(4), 381 (1987).
3. D. L. Turcotte, *Phys. Earth Planet. Inter.* **111**(3–4), 275 (1999).
4. A. Carpineri, B. Chiaia, and S. Invernizzi, *Chaos, Solitons and Fractals* **14**, 917 (2002).
5. D. Pasten, V. Munoz, A. Cisternas, and J. Rogan, *Phys. Rev. E* **84**, 066123 (2011); https://www.researchgate.net/publication/221804820_Monofractal_and_multifractal_analysis_of_the_spatial_distribution_of_earthquakes_in_the_central_zone_of_Chile.
6. J. Davidsen and C. Goltz, *Geophys. Res. Lett.* **31**, L21612 (2004); doi:10.1029/2004GL020892; <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1029/2004GL020892>.
7. L. Telesca, V. Lapenna, and M. Macchiato, *Physica A* **354**, 629 (2005).
8. J. K. Gardner and L. Knopoff, *Bull. Seismol. Soc. Am.* **64**, 1363 (1974).
9. K. I. Konstantinou and C. H. Lin, *Pure Appl. Geophys.* **161**, 145 (2004).
10. И. Р. Стаховский, *Физика Земли* **5**, 120 (2016) [I. R. Stakhovskiy, *Izvestiya. Physics of the Solid Earth* **52**(5), 740 (2016)].
11. D. R. Shelly, *Seismol. Res. Lett.* **91**(4), 1971 (2020).
12. W. D. Barnhart, G. P. Hayes, and R. D. Gold, *Geophys. Res. Lett.* **46**(21), 11859 (2019).
13. L. K. Hutton, J. Woessner, and E. Hauksson, *Bull. Seismol. Soc. Am.* **100**(2), 423 (2010).
14. B. Mandelbrot, *Pure Appl. Geophys.* **131**(1–2), 5 (1989).
15. P. Grassberger, *Phys. Lett. A* **97**(6), 227 (1983).
16. T. C. Halsey, M. H. Jensen, L. P. Kadanoff, I. Procaccia, and B. Shraiman, *Phys. Rev. A* **33**(2), 1141 (1986).