

# Подавление минищели в S(N/F)S контактах

П. А. Иоселевич<sup>+\*1)</sup>, Д. А. Чукланов<sup>+</sup>

<sup>+</sup>Национальный исследовательский университет “Высшая школа экономики”, 101000 Москва, Россия

<sup>\*</sup>Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН, 119334 Москва, Россия

Поступила в редакцию 6 апреля 2021 г.

После переработки 13 апреля 2021 г.

Принята к публикации 15 апреля 2021 г.

Рассматривается длинный диффузный контакт Джозефсона, слабой связью в котором является тонкий бислой нормальный металл (N)–ферромагнетик (F), так что N и F образуют параллельные связи между сверхпроводниками S. Показано, что сверхпроводимость в такой слабой связи описывается эффективным одномерным уравнением Узаделя, содержащим ослабленное обменное поле, а также распаривающий член. Механизм распаривания основан на неотъемлемой неоднородности бислоя и отличает его от обычного SFS контакта. Распаривание влияет на плотность состояний S(N/F)S системы и, в частности, приводит к подавлению минищели в плотности состояний, разрешенной по проекции спина. Сила распаривания выражается через геометрические параметры системы, энергию Таулесса и эффективное обменное поле. Построенная одномерная теория применима для разнообразных систем с тонкими многослойными связями и хорошо согласуется с численными результатами и имеющимся экспериментом.

DOI: 10.31857/S1234567821100050

**1. Введение.** Гетероструктуры, включающие сверхпроводник и ферромагнетик, давно изучаются теоретически и экспериментально (см. обзоры [1–3]). Взаимодействие ферромагнитного и сверхпроводящего порядков приводит ко многим интересным явлениям. Так, эффект близости в SF системах демонстрирует осцилляторное поведение: аномальное среднее в F не только затухает по мере удаления от сверхпроводника, но также и осциллирует, меняя знак на магнитной длине  $l_h$ . Благодаря этому SFS контакт в зависимости от своей длины  $L$  может оказаться в состоянии  $\pi$ -контакта [4, 5], в котором основное состояние приходится на разность сверхпроводящих фаз  $\pi$ . Использование нескольких ферромагнетиков разной поляризации приводит к еще большему числу явлений. Например, FFS и FSF структуры могут играть роль сверхпроводящих спиновых вентилей [6–8].

Практически все F-S гетероструктуры имеют недостаток, сильно затрудняющий их изготовление и использование: обменное поле  $h$  в ферромагнетиках довольно велико, так что магнитная длина  $l_h = \sqrt{D/h}$  мала ( $D$  – коэффициент диффузии). Поэтому для создания системы с заданными свойствами размеры ферромагнитных элементов должны быть очень точно выдержаны, так как ошибка порядка  $\sim l_h$  может резко изменить поведение системы. Од-

но из возможных решений этой проблемы состоит в “разбавлении” ферромагнетика нормальным металлом. Если заменить ферромагнитную связь бислоем, как на рис. 1, то куперовские пары, диффундирую-

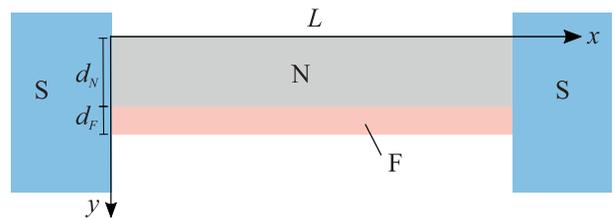


Рис. 1. (Цветной онлайн) S(N/F)S система. Слои N и F тонкие в направлении  $x$  по сравнению с длиной в направлении  $y$ , т.е.  $d_N, d_F \ll L$ . Все контакты между различными материалами прозрачные

ные в бислое, будут испытывать обменное поле, только находясь в F. В среднем это можно описать как действие эффективного обменного поля  $h_{\text{eff}}$ , которое может быть гораздо меньше, чем поле  $h$  в F [9].

В настоящем письме мы строим теорию диффузных S(N/F)S контактов, в которых слабая связь – NF бислоем, как показано на рис. 1. Слои предполагаются тонкими, что позволяет нам вывести эффективную одномерную теорию, описывающую сверхпроводимость в системе. Последовательно учитывая поправки, возникающие из-за неотъемлемой неоднородности бислоя в направлении  $x$ , мы выводим все релевантные члены эффективного одномерного

<sup>1)</sup>e-mail: pioselevich@hse.ru

уравнения. В частности, мы воспроизводим известный результат об эффективном обменном поле  $h_{\text{eff}}$ . Сверх того мы находим распаривающий член (аналогичный членам, описывающим перевороты спина) в следующем порядке малости по толщине слоев. Этот член проявляется в свойствах плотности состояний, отличающих S(N/F)S контакт от обычного SFS контакта.

Системы, аналогичные рис. 1, в прошлом изучались теоретически в ряде ситуаций, допускающих описание линеаризованным уравнением Узаделя [10–13]. В работе [14] рассматривался короткий контакт и использовались частично нелинейные уравнения. В настоящей работе рассматриваются длинные контакты и полностью нелинейные уравнения Узаделя. В частности, мы изучаем минищель [15–17], которая является полностью нелинейным явлением.

Мы начинаем с введения общих уравнений и интересующего нас параметрического режима. Мы показываем, как тонкий слой F может быть сведен к эффективному граничному условию, к уравнению в N. Затем мы выводим эффективное одномерное уравнение. Мы объясняем влияние эффекта распаривания на плотность состояний и сравниваем теоретические результаты с численными и экспериментальными. Наконец, мы обсуждаем область применимости построенной теории и переходим к заключению.

**2. Модель.** Мы рассматриваем длинный контакт с диффузной слабой связью, состоящей из нормального и ферромагнитного слоев, как показано на рис. 1. Длина контакта –  $L$ , толщины слоев –  $d_N, d_F$ . Мы предполагаем, что система находится в грязном пределе, когда применимо уравнение Узаделя [10]. Контакт длинный, т.е.  $L \gg d_N, d_F, \sqrt{D_N/\Delta}$ , где  $D_N$  – коэффициент диффузии в N, а  $\Delta$  – параметр порядка в S. Ферромагнетик однодоменный, так что  $\mathbf{h} = \text{const}$  в F и проекция спина  $\sigma$  в направлении  $\mathbf{h}$  сохраняется. В этом случае электроны с разными спинами  $\sigma$  описываются независимыми уравнениями. Для простоты мы рассматриваем случай нулевой разности сверхпроводящих фаз в контакте. В таком случае функция Грина для каждого спина параметризуется одним комплексным параметром  $\theta_\sigma$ , а уравнение Узаделя имеет вид

$$\frac{D_N}{2}(\partial_x^2 + \partial_y^2)\theta_\sigma + iE \sin \theta_\sigma = 0, \quad (1)$$

$$\frac{D_F}{2}(\partial_x^2 + \partial_y^2)\theta_\sigma + i(E + \sigma h) \sin \theta_\sigma = 0 \quad (2)$$

в N и F соответственно. В дальнейшем мы считаем  $\sigma = 1$  и опускаем спиновый индекс. Ответы для про-

тивоположного спина получаются обращением знака  $h$ .

Уравнения (1), (2) дополнены граничными условиями. На внешних краях слоев условие просто  $\partial_y \theta = 0$ . Граница между слоями предполагается прозрачной. Это соответствует непрерывности  $\theta$ , а также сохранению тока. Последнее условие имеет вид

$$\nu_N D_N \partial_y \theta(x, d_N - 0) = \nu_F D_F \partial_y \theta(x, d_N + 0), \quad (3)$$

где  $\nu_i$  – металлическая плотность состояний в слое  $i$ .

Мы предполагаем тонкость слоев по сравнению со всеми остальными длинами за исключением длины свободного пробега:

$$d_N^2 \ll \frac{D_N}{E}, \quad d_F^2 \ll \frac{D_F}{E + h}. \quad (4)$$

В качестве типичной энергии  $E$  следует брать энергию Таулесса  $E_{\text{Th}} \equiv D/L^2$ . Условие (4) позволяет ожидать, что решение уравнений Узаделя  $\theta(x, y)$  медленно меняется на расстояниях порядка  $d_N, d_F$  и может быть записано в виде  $\theta(x, y) = \vartheta(x) + \eta(x, y)$ , где  $\eta \ll \vartheta$ .

### 3. Эффективное граничное условие F слоя.

Рассмотрим ферромагнитный слой, находящийся на отрезке  $d_N < y < d_N + d_F$ . Будем предполагать достаточно сильное обменное поле,  $|E| \ll |h|$ . Функцию  $\theta(x, y)$  в F можно приближенно записать как

$$\theta(x, y) \approx \vartheta_F(x) + \eta_F(x) \frac{(d_F + d_N - y)^2}{d_F^2}. \quad (5)$$

Подставляя это в уравнение (2), мы находим в главном порядке

$$\frac{D_F \eta_F}{d_F^2} + ih \sin \vartheta_F = 0. \quad (6)$$

Всеми остальными членами мы пренебрегли, предполагая  $\eta_F \ll \vartheta_F$  и  $\partial_x^2 \vartheta \ll h/D_F$ . Уравнение (6) выражает  $\eta_F(x)$  через  $\vartheta_F(x)$  и сразу подтверждает, что  $\eta_F \ll \vartheta_F$  благодаря условию (4). Теперь мы можем вычислить производную  $\partial_y \theta$  на NF границе. Из уравнения (5) получается  $\partial_y \theta \approx -2\eta_F/d_F = 2ihd_F \sin \vartheta_F/D_F$ . Подставив это в общее граничное условие (3) и используя  $\theta(x, d_N - 0) = \theta(x, d_N + 0) \approx \vartheta_F(x)$ , мы находим

$$\partial_y \theta(x, y)|_{y=d_N-0} = 2iq \sin \theta(x, d_N), \quad (7)$$

$$q = \frac{hd_F \nu_F}{\nu_N D_N}. \quad (8)$$

Таким образом, мы свели весь слой F к эффективному граничному условию на  $\theta$  в области N.

#### 4. Эффективное уравнение для NF бислоя.

Обратимся теперь к решению уравнения (1) в  $N$  с граничными условиями (7) и  $\partial_y \theta(x, y)|_{y=0} = 0$ . Кроме этих двух условий, есть также граничные условия при  $x = 0, L$ , однако их конкретный вид для вывода неважен. Достаточно того, что  $L \gg d_N, d_F$ , так что характерная длина в направлении  $x$  велика.

Мы ищем решение в  $N$  в виде

$$\theta(x, y) = \vartheta(x) + \sum_{n=2}^{\infty} \eta_n(x) \frac{y^n}{d_N^n}. \quad (9)$$

Формально такой анзац описывает все функции, удовлетворяющие  $\partial_y \theta|_{y=0} = 0$ . Подставляя этот анзац в уравнение (1), получаем

$$\begin{aligned} \vartheta(x)'' + \sum_{n=2}^{\infty} \left[ \eta_n(x)'' \frac{y^n}{d_N^n} + n(n-1)\eta_n(x) \frac{y^{n-2}}{d_N^n} \right] + \\ + \frac{2iE}{D_N} \sin \left( \vartheta(x) + \sum_{n=2}^{\infty} \eta_n(x) \frac{y^n}{d_N^n} \right) = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $\vartheta'' \equiv \partial_x^2 \vartheta$ . Это двумерное уравнение разложим по степеням  $y/d_N$ , чтобы получить ряд одномерных уравнений. Первые три члена ряда ( $y^0, y^1, y^2$ ) имеют вид

$$\vartheta'' + \frac{2\eta_2}{d_N^2} + \frac{2iE}{D_N} \sin \vartheta = 0, \quad (11)$$

$$\eta_3 = 0, \quad (12)$$

$$\eta_2'' + \frac{12\eta_4}{d_N^2} + \frac{2iE}{D_N} \eta_2 \cos \vartheta = 0, \quad (13)$$

соответственно. Ряд легко продолжить. Нечетные члены ряда, как уравнение (12), приводят к  $\eta_{2k+1} = 0$ . Четные члены ряда, начиная с уравнения (13), показывают, что  $\eta_{2k+2} \sim (d_N^2 E / D_N) \eta_{2k}$ , так что  $\eta_{2k}$  образуют экспоненциально затухающую последовательность.

Уравнения (11)–(13) дополнены граничным условием (7). Подставляя в это условие наш анзац, мы получаем

$$2\eta_2 + 4\eta_4 = 2iqd_N [\sin \vartheta + \eta_2 \cos \vartheta], \quad (14)$$

где мы оставили только члены двух главных порядков. Мы решим уравнения (11)–(14) последовательными приближениями, начав с главного порядка. Пренебрегая вторым членом с каждой из сторон уравнения (14), мы немедленно находим решение в главном приближении, которое обозначим за  $\bar{\eta}_2$ :

$$\bar{\eta}_2 = iqd_N \sin \vartheta. \quad (15)$$

Подставляя это в уравнение (11), мы получим

$$\vartheta'' + \frac{2i(E + h_{\text{eff}})}{D_N} \sin \vartheta = 0, \quad (16)$$

$$h_{\text{eff}} \equiv \frac{qD_N}{d_N} = h \frac{\nu_F d_F}{\nu_N d_N}. \quad (17)$$

Таким образом, в главном порядке функция  $\vartheta(x)$  подчиняется одномерному уравнению Узаделя (16), содержащему эффективное обменное поле  $h_{\text{eff}}$ , наведенное ферромагнетиком. Это известный результат [9], а наша задача состоит в поиске новых эффектов в следующем порядке по малой толщине бислоя.

Чтобы найти поправки к уравнению (16), нужно вычислить  $\eta_2$  более точно. Обозначим поправку к решению уравнения (15) за  $\delta\eta_2 = \eta_2 - \bar{\eta}_2$ . Из граничного условия (14) мы получаем (удерживая только члены в первом исчезающем порядке)

$$\delta\eta_2 = -2\eta_4 + iqd_N \bar{\eta}_2 \cos \vartheta. \quad (18)$$

$\eta_4$  выражается через  $\eta_2$  с помощью уравнения (13):

$$\eta_4 = -\frac{d_N^2}{12} \left( \partial_x^2 + \frac{2iE}{D_N} \cos \vartheta \right) \bar{\eta}_2 = \quad (19)$$

$$-\frac{iqd_N^3}{12} \left( \vartheta'' \cos \vartheta - (\vartheta')^2 \sin \vartheta + \frac{iE}{D_N} \sin 2\vartheta \right) = \quad (20)$$

$$-\frac{iqd_N^3}{12} \left( -\frac{i(2E + 3h_{\text{eff}})}{D_N} \sin 2\vartheta - c \sin \vartheta \right). \quad (21)$$

В переходе от выражения (20) к выражению (21) мы воспользовались приближенным уравнением (16), чтобы преобразовать  $\vartheta''$ , а также интегралом движения этого уравнения  $(\vartheta')^2 - 4i(E + h_{\text{eff}})/D_N \cos \vartheta = \text{const} = c$ , чтобы переписать  $(\vartheta')^2$ . Член  $c \sin \vartheta$  генерирует небольшой сдвиг энергии в уравнении Узаделя, и поэтому нерелевантен. Опуская этот член и подставляя выражение (21) в уравнение (18), мы получаем

$$\begin{aligned} \delta\eta_2 = \frac{qd_N^3(2E + 3h_{\text{eff}})}{6D_N} \sin 2\vartheta - \frac{q^2 d_N^2}{2} \sin 2\vartheta \\ = \frac{d_N^4 E h_{\text{eff}}}{3D_N^2} \sin 2\vartheta. \end{aligned} \quad (22)$$

Наконец, подставив  $\eta_2 = \bar{\eta}_2 + \delta\eta_2$  в уравнение (11), мы получаем наше финальное уравнение

$$\frac{D_N}{2} \vartheta'' + i(E + h_{\text{eff}}) \sin \vartheta - \Gamma \sin 2\vartheta = 0, \quad (23)$$

$$\Gamma = -\frac{d_N^4 E h_{\text{eff}}}{3D_N}. \quad (24)$$

Уравнения (23) и (24) составляют главный результат нашей работы. Они показывают, что сверхпроводимость в тонком диффузном NF бислое описывается эффективным одномерным уравнением Узаделя с обменным полем  $h_{\text{eff}}$  и распаривающим членом  $-\Gamma \sin 2\vartheta$ .

Уравнение (23) следует сопроводить граничным условием при  $x = 0, L$ . Например, в случае системы на рис. 1 с прозрачными границами и сильными сверхпроводниками (толстыми или хорошо проводящими проводами, подавляющими обратный эффект близости) граничные условия имеют простейший вид  $\vartheta(0) = \vartheta(L) = \pi/2$ .

Величина распаривания  $\Gamma$  мала, так как содержит множитель  $d_N^2/D_N$ . Из-за этого в большинстве случаев распаривающим членом можно пренебречь.

Уравнение (23) определяет пространственную зависимость  $\vartheta(x) \equiv \theta(x, 0)$ . Если вывести аналогичное уравнение для  $\theta(x, y_0)$ , взятой при каком-то другом фиксированном  $y_0$ , например, для  $\theta(x, d_N) \equiv \vartheta + \eta_2 + \eta_4 + \dots$ , то получится другая сила распаривания  $\Gamma'$ . Более того, уравнение (24) подразумевает, что  $\Gamma$  может быть любого знака, тогда как из физических соображений  $\Gamma$  должна быть положительной, чтобы подавлять сверхпроводимость. Эти наблюдения означают, что у распаривающего члена нет непосредственного и самостоятельного физического смысла. Однако таковой смысл появляется в том случае, когда  $E + h_{\text{eff}} \ll |h_{\text{eff}}|$ , так что распаривающий член становится значимым и начинает определять непосредственно измеримые величины. В частности, в этом случае  $\Gamma$  определяет величину минищели S(N/F)S системы, что подробно обсуждается в следующем абзаце. В указанном пределе

$$\Gamma = \frac{d_N^2 h_{\text{eff}}^2}{3D_N}, \quad (25)$$

как и следовало, это положительная величина. Более того, несложно проверить, что в этом случае  $\Gamma$  оказывается одной и той же для эффективных уравнений на  $\theta(x, y_0)$  для всех  $y_0$ .

**5. Условия применимости.** Помимо условия тонкости каждого слоя, уравнение (4), эффективное уравнение (23) требует соблюдения еще одного условия, которое мы раньше не упоминали:

$$\nu_F d_F \ll \nu_N d_N. \quad (26)$$

Это условие означает, что F много тоньше N, и оно необходимо для применимости приближенного граничного условия (7). В самом деле, мы вывели условие (7), исходя из приближенного анзаца уравнения (5), содержащего квадратичный член  $\eta_F$ , но не содержащего члена четвертой степени (назовем его  $\eta_{4F}$ ), тогда как в N мы удержали и  $\eta_2$ , и  $\eta_4$ . Из общего граничного условия (3) мы заключаем, что такой подход правомерен, если  $\nu_F D_F \eta_{4F} / d_F \ll \nu_N D_N \eta_4 / d_N$ , что и переписывается в виде условия (26).

Мы также решили и более общий случай бислоя без условия (26): мы удержали  $\eta_{4F}$  в ферромагнетике и применяли общее граничное условие (3). Это усложняет вычисление, но не приводит ни к каким новым явлениям. В частности, оба коэффициента  $D_{\text{eff}}$  и  $h_{\text{eff}}$  в эффективном уравнении оказываются средними соответствующих коэффициентов в слоях, взвешенные с весом  $\nu d$  в полном согласии с прошлыми вычислениями [9], например,  $D_{\text{eff}} = (\nu_N d_N D_N + \nu_F d_F D_F) / (\nu_N d_N + \nu_F d_F)$ . В то же время выражение для  $\Gamma$  в общем случае получается чрезвычайно громоздким.

**6. Подавление минищели в S(N/F)S контакте.** Минищель – явление, известное по SNS контактам. Плотность состояний  $\rho_0(E)$  длинных SNS контактов имеет минищель  $E_g$  [18, 19], т.е.  $\rho_0(E) = 0$  при  $|E| < E_g$ . В случае прозрачных NS границ  $E_{g0} = C_2 E_{\text{Th}}$ , где  $E_{\text{Th}} \equiv D/L^2$  – энергия Таулесса, а  $C_2 \approx 3.122$  [18, 19]. В SFS контакте по сравнению с SNS контактом дополнительно есть обменное поле  $h$ , которое сдвигает плотность состояний по энергии на зависящую от спина величину  $\sigma h$ , т.е.  $\rho_\sigma(E) = \rho_0(E + \sigma h)$ . В то же время, форма кривой и, в частности, ширина минищели при этом сохраняются.

В свою очередь, добавление распаривания в SNS контакт влияет на минищель. При увеличении  $\Gamma$  минищель уменьшается и в конце концов закрывается при  $\Gamma = \Gamma_c = \pi^2 E_{\text{Th}} / 4$  [20]. При больших энергиях на месте минищели остается лишь небольшой провал в  $\rho(E)$ . Эта зависимость исследовалась в SNS контактах с магнитными примесями [20, 21], которые приводят к такому же распаривающему члену, что и в уравнении (23). Так как в SNS контактах с магнитными примесями нет среднего обменного поля, минищель (или провал) всегда находится при  $E = 0$ .

В нашей S(N/F)S системе присутствуют и обменное поле, и распаривание. Поэтому разрешенная по спине плотность состояний  $\rho_\sigma(E)$  имеет минищель при  $E_0 = -\sigma h_{\text{eff}}$  и эта минищель уменьшена или полностью подавлена распариванием  $\Gamma$ . Чтобы эффект распаривания был заметным,  $\Gamma$  по порядку величины должна быть сопоставима с  $E_{\text{Th}}$ . Для этого  $h_{\text{eff}}$  должно быть порядка  $\sqrt{E_{\text{Th}} D_N} / d_N = D_N / (L d_N) \gg E_{\text{Th}}$ . В частности, закрытие минищели происходит при значении эффективного обменного поля

$$h_c = \frac{\sqrt{3D_N \Gamma_c}}{d_N} = \frac{\pi \sqrt{3} D_N}{2L d_N}. \quad (27)$$

На рисунке 2 показана плотность состояний  $\rho_\uparrow(E)$  S(N/F)S системы в зависимости от  $h_{\text{eff}}$ . Плотность состояний была получена путем численного

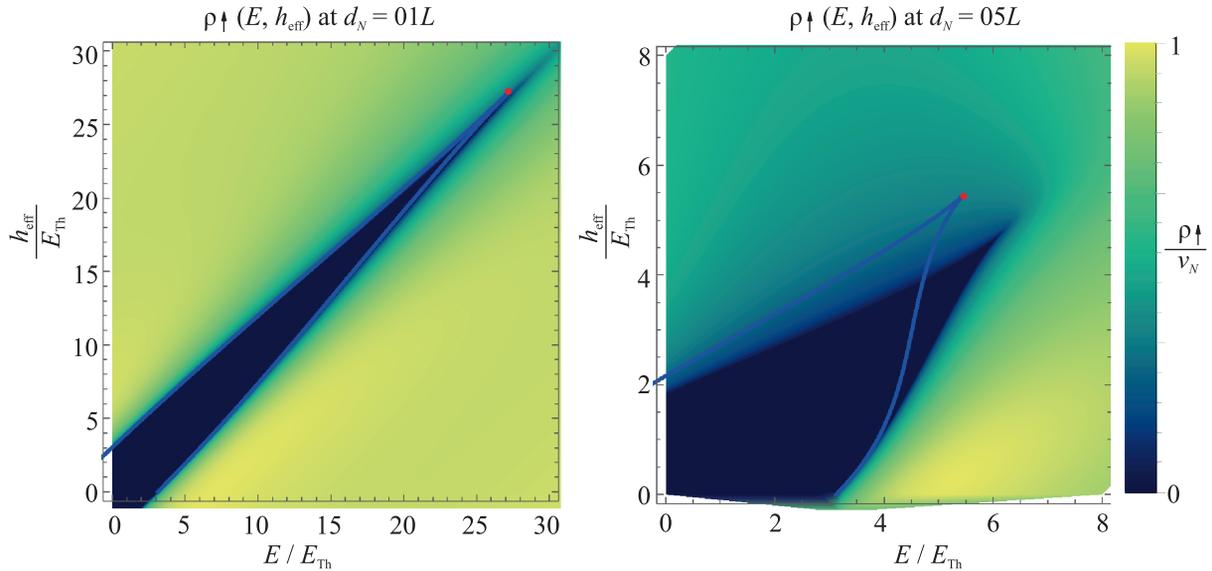


Рис. 2. (Цветной онлайн) Плотность состояний  $\rho_{\uparrow}$  как функция энергии  $E$  и обменного поля  $h_{\text{eff}}$  для  $L = 10d_N$  (слева) и  $L = 2d_N$  (справа). Сплошные синие линии показывают минищель из эффективной одномерной теории уравнения (23). Красная точка отмечает закрытие минищели при  $h_{\text{eff}} = h_c$ . Выраженная цветом плотность состояний получена численным решением исходного двумерного уравнения (1). Темно-синий означает нулевую плотность состояний  $\rho_{\uparrow} = 0$ , желтый означает нормальную металлическую плотность состояний  $\rho_{\uparrow} = \nu_N$

решения исходных двумерных уравнений Узаделя (1), (2). Синяя сплошная линия показывает минищель, предсказываемую эффективным одномерным уравнением (23). По мере увеличения  $h_{\text{eff}}$  минищель сдвигается и одновременно ужимается, окончательно закрываясь при  $h_{\text{eff}} = h_c$ . При  $L/d_N = 10$  (левый график) согласие между теорией уравнения (23) и двумерным численным счетом очень хорошее. При  $L/d_N = 2$  (правый график) согласие тоже на удивление хорошее, учитывая, что  $d_N/L$  является малым параметром построенной теории.

Используя  $\rho_{\uparrow}(E, h) = \rho_{\uparrow}(-E, -h) = \rho_{\downarrow}(-E, h)$ , полную плотность состояний можно записать как  $\rho(E, h) = \rho_{\uparrow}(E, h) + \rho_{\uparrow}(-E, h)$ . Таким образом,  $\rho(E, h)$  получается сложением графика  $\rho_{\uparrow}(E, h)$ , рис. 2 с его зеркальным отражением относительно оси ординат. Получающееся таким образом  $\rho(E)$  показано на рис. 3. В зависимости от величины эффективного обмена  $h_{\text{eff}}$   $S(N/F)S$  система может быть в одном из четырех режимов. При малых полях,  $h_{\text{eff}} \ll E_{\text{Th}}$ , распаривание пренебрежимо мало и весь эффект (в сравнении с  $SNS$  системой) сводится к расщеплению по спине края минищели, см. рис. 3а, б. При средних полях,  $E_{\text{Th}} \ll h \ll D/(d_N L)$ , минищели в  $\rho_{\uparrow}$  и  $\rho_{\downarrow}$  значительно раздвинуты, так что перекрытия между ними не остается и, соответственно, отсутствует минищель в полной плотности состояний, см. рис. 3с. Наконец, при больших полях мини-

щели ужимаются и окончательно закрываются при  $h_c = \pi\sqrt{3}/2 \cdot D/(d_N L)$ , см. рис. 3д. При еще больших полях в  $\rho_{\uparrow}, \rho_{\downarrow}$  уже нет щелей, только небольшой провал при  $E = \pm h_{\text{eff}}$ .

**7. Обсуждение.** Распаривающие члены, как в уравнении (23), хорошо известны. Обычно распаривающий член возникает из-за магнитных примесей [22], т.е. короткокоррелированных случайных обменных полей. К такому же члену приводят и случайные поля с большой длиной корреляции (случайная доменная структура) [23–25]. Орбитальные эффекты магнитного поля также приводят к такому члену [26, 27]. Другой возможный источник распаривания – мезоскопические флуктуации силы взаимодействия/параметра порядка [28]. Общее свойство всех этих механизмов – усреднение по различным мезоскопическим реализациям системы, приводящее к описанию усредненной системы. Наш случай не вписывается в этот ряд, так как распаривание возникает из фиксированной конфигурации обменных полей. В то же время, нашу теорию можно интерпретировать как некоторое усреднение по координате  $y$ , сводящее двумерное описание к одномерному.

Мы стали изучать  $S(N/F)S$  контакт вида рис. 1, так как подобная система была исследована экспериментально [9]. Параметры эксперимента  $L = 130$  нм,  $d_N = 60$  нм (медь) и  $d_F = 10–15$  нм (железо) соответствуют условиям применимости нашей теории. Хотя

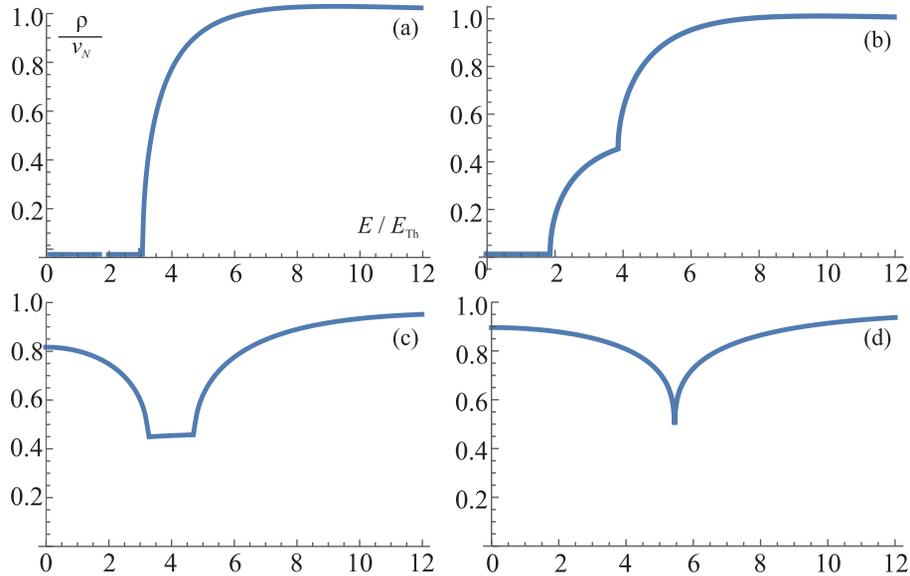


Рис. 3. (Цветной онлайн) Полная плотность состояний  $\rho = \rho_{\uparrow} + \rho_{\downarrow}$  в точке  $x = L/2$  для S(N/F)S системы с  $L = 2d_N$  для различных значений  $h_{\text{eff}}$ .  $\rho$  – четная функция энергии:  $\rho(-E) = \rho(E)$ . Величина поля равна: (a) –  $h_{\text{eff}} = 0$ , так что  $\rho = 2\rho_{\uparrow}$  и есть четкая минищель; (b) –  $h_{\text{eff}} = E_{\text{Th}} < E_g$ , так что край минищели ступенчатый за счет зеемановского расщепления; (c) –  $h_{\text{eff}} = 4E_{\text{Th}} > E_g$ , так что минищели в  $\rho_{\uparrow}$  и  $\rho_{\downarrow}$  раздвинуты и щели в полной плотности состояний уже нет; (d) –  $h_{\text{eff}} = h_c$ . Минищель в  $\rho_{\sigma}$  как раз закрылась и превратилась в провал. Дальнейшее увеличение  $h_{\text{eff}}$  приведет к уменьшению величины провала

контакт не особенно длинный,  $L \approx 2d_N$ , наша эффективная одномерная теория дает неплохое согласие с двумерными уравнениями, см. правый график на рис. 2.

Судя по данным эксперимента [9] и, в частности, рис. 4 в [9], система находится в режиме слабого поля (рис. 3b): минищель  $E_g \approx 65 \mu\text{eV}$  с краем, расщепленным на величину  $\Delta U \approx 20 \mu\text{eV}$ . Таким образом, эффекты распаривания несущественны в этом эксперименте.

Чтобы обнаружить подавление минищели в S(N/F)S контакте, параметр порядка  $\Delta$  в S должен превышать  $h_c$ , иначе минищель выйдет за пределы сверхпроводящей щели проводов. Хотя это вполне достижимое условие, есть более простое решение. Если изготовить S(F/N/F')S, в котором F, F' – одинаковые ферромагнетики с противоположной намагниченностью, среднее поле будет равно нулю,  $h_{\text{eff}} = 0$  (или будет небольшим, если F и F' будут не совсем одинаковыми). В то же время, распаривание в таком трислое останется достаточно сильным, порядка  $d_N^2 h_{\text{eff}0}^2 / D_N$ , где  $h_{\text{eff}0}$  – эффективное обменное поле, которое было бы наведено, будь F и F' намагничены параллельно. Отсутствие эффективного обмена  $h_{\text{eff}}$  в трислое также означает, что минищели для  $\rho_{\uparrow}$  и  $\rho_{\downarrow}$  находились бы при  $E = 0$  и совпадали, образуя минищель и в полной плотности состояний

$\rho$ , которую проще обнаружить, чем минищель для определенной проекции спина. Подробные вычисления для S(F/N/F')S системы будут опубликованы отдельно.

Эффективное уравнение (23) может применяться не только в джозефсоновских контактах, но и, например, S(N/F), S(N/F)NS и других системах, в которых есть связи, состоящие из тонких слоев, ориентированных вдоль направления связи.

Помимо бислоев типа FN, теория также описывает бислои NI<sub>F</sub>, где за I<sub>F</sub> обозначен магнитный диэлектрик – диэлектрик, отражающий электроны с разным спином по-разному. Как было показано Cottet et al. [29], контакт с таким диэлектриком описывается граничным условием ровно такой же формы, что и уравнение (7).

Формально уравнение (7) можно интерпретировать и как граничное условие Куприянова–Лукичева [30], описывающее туннельный контакт с нормальным металлом с мнимой туннельной проводимостью  $g_t \propto iq$ . И наоборот, для рассмотрения SNS, в котором N туннельно связан с металлическим резервуаром, мы должны использовать граничное условие (7) с мнимым параметром  $q$ . Это приведет к мнимой поправке  $i\gamma$  к энергии (не зависящей от спина), описывающей утечку в металлический резервуар. В этом случае минищель пропадет, а распаривающий член

окажется пренебрежимым, так как член  $(E + i\gamma) \sin \vartheta$  будет главным в уравнении Узаделя при любых энергиях.

До сих пор мы обсуждали влияние распаривания только на плотность состояний. Другими важными характеристиками джозефсоновского контакта являются ток-фазовая зависимость  $I(\varphi)$  и вольт-амперная характеристика (ВАХ)  $V(I)$ . Для вычисления сверхтока решение Узаделя необходимо решить при ненулевой разности фаз. При этом в функции Грина возникает дополнительный параметр – фаза  $\chi(x, y)$  и число переменных в уравнениях удваивается. Мы полагаем, что и в этом случае двумерное уравнение Узаделя сводится к эффективному одномерному, однако это требует очень громоздких вычислений. В любом случае можно утверждать, что ток-фазовая зависимость будет обладать той же симметрией  $I(-\varphi) = -I(\varphi)$ , что и SFS и SNS контакты. Это непосредственно следует из симметрии системы относительно преобразования  $\{x, \varphi\} \mapsto \{-x, -\varphi\}$ . Мы ожидаем, что эффект распаривания количественный и небольшой,  $\delta I \sim Id_N^2 h_{\text{eff}} / D_N$ . В пользу этого говорит то, что равновесный ток можно вычислять с помощью техники Мацубары, требующей решения уравнений при мнимых энергиях  $E = i\omega_k$ . В этом случае энергетический член в уравнении Узаделя всегда много больше распаривающего, а потому последний может привести лишь к небольшим количественным поправкам.

Вольт-амперная характеристика джозефсоновских контактов обычно довольно богатая и сложная. Как правило, она отражает особенности в плотности состояний, что приводит к особенностям при  $eV = 2\Delta$  и  $eV = 2E_g$ , как видно на рис. 4 работы [9], однако может обнаруживать и многие дополнительные особенности, например субгармоническую щелевую структуру при  $eV = 2\Delta/n$  вследствие многократного андреевского отражения [31–33]. Мы не знаем, как будет устроено взаимное влияние многократного андреевского отражения, обменного поля, распаривания, но уверены, что подавление минищели, которое мы обсудили выше, проявится в ВАХ  $S(N/F)S$  контакта.

**8. Заключение.** Мы показали, что сверхпроводимость в тонком NF бислое может быть описана одномерным уравнением Узаделя (23) с эффективным обменным полем  $h_{\text{eff}}$  уравнения (17) и распариванием  $\Gamma$  уравнения (24). Распаривание возникает благодаря неотъемлемой неоднородности бислоя и подавляет сверхпроводимость. Сила распаривания порядка  $\Gamma \sim d_N^2 h_{\text{eff}}^2 / D_N \ll h_{\text{eff}}$  и распаривание становится важным только при энергиях, близких к  $\pm h_{\text{eff}}$ . В

этом случае оно приводит к уменьшению минищели в разрешенной по спину плотности состояний  $S(N/F)S$  системы. При  $h_{\text{eff}} > h_c = \pi\sqrt{3}D_N/(2Ld_N)$  минищель полностью закрывается. Перспективной системой для наблюдения подавления минищели является  $S(F/N/F')S$ , где  $F, F'$  в трислое имеют противоположную намагниченность. В такой системе эффективное поле  $h_{\text{eff}}$  может быть нулевым или малым, в то время как распаривание остается достаточно сильным. Помимо бислоев из нормального металла и ферромагнетиков, теория применима и к гетероструктурам с другими материалами, например, магнитными диэлектриками.

Мы благодарим В. В. Рязанова, Я. В. Фомина, П. М. Островского и М. В. Фейгельмана за ценные замечания.

Работа была поддержана Российским научным фондом (грант номер 19-72-00125). Численный анализ одномерного уравнения Узаделя был выполнен при поддержке Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ.

1. A. I. Buzdin, Rev. Mod. Phys. **77**, 935 (2005).
2. F. S. Bergeret, A. F. Volkov, and K. B. Efetov, Rev. Mod. Phys. **77**, 1321 (2005).
3. S. V. Mironov, A. V. Samokhvalov, A. Buzdin, and A. S. Mel'nikov, JETP Lett. **113**, 2 (2021).
4. V. V. Ryazanov, V. A. Oboznov, A. Yu. Rusanov, A. V. Veretennikov, A. A. Golubov, and J. Aarts, Phys. Rev. Lett. **86**, 2427 (2001).
5. T. Kontos, M. Aprili, J. Lesueur, F. Genêt, B. Stephanidis, and R. Boursier, Phys. Rev. Lett. **89**, 137007 (2002).
6. S. Oh, D. Youm, and M. R. Beasley, Appl. Phys. Lett. **71**, 2376 (1997).
7. L. R. Tagirov, Phys. Rev. Lett. **83**, 2058 (1999).
8. P. V. Leksin, N. N. Garif'yanov, I. A. Garifullin, J. Schumann, H. Vinzelberg, V. Kataev, R. Klingeler, O. G. Schmidt, and B. Büchner, Appl. Phys. Lett. **97**, 102505 (2010).
9. T. E. Golikova, F. Hübner, D. Beckmann, I. E. Batov, T. Yu. Karminskaya, M. Yu. Kupriyanov, A. A. Golubov, and V. V. Ryazanov, Phys. Rev. B **86**, 064416 (2012).
10. K. D. Usadel, Phys. Rev. Lett. **25**, 8 (1970).
11. T. Yu. Karminskaya and M. Yu. Kupriyanov, JETP Lett. **85**(6), 286 (2007).
12. T. Yu. Karminskaya, A. A. Golubov, M. Yu. Kupriyanov, and A. S. Sidorenko, Phys. Rev. B **79**, 214509 (2009).
13. T. Yu. Karminskaya, A. A. Golubov, M. Yu. Kupriyanov, and A. S. Sidorenko, Phys. Rev. B **81**, 214518 (2010).

14. S. V. Bakurskiy, N. V. Klenov, T. Yu. Karminskaya, M. Yu. Kupriyanov, and A. A. Golubov, *Supercond. Sci. Technol.* **26**, 015005 (2013).
15. A. A. Golubov and M. Y. Kupriyanov, *Pis'ma v ZhETF* **61**, 830 (1995) [*JETP Lett.* **61**, 851 (1995)].
16. A. Altland and M. R. Zirnbauer, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 3420 (1996).
17. S. Guéron, H. Pothier, N. O. Birge, D. Esteve, and M. H. Devoret, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3025 (1996).
18. F. Zhou, P. Charlat, B. Spivak, and B. Pannetier, *J. Low Temp. Phys.* **110**, 841 (1998).
19. D. A. Ivanov, R. von Roten, and G. Blatter, *Phys. Rev. B* **66**, 052507 (2002).
20. B. Crouzy, E. Bascones, and D. A. Ivanov, *Phys. Rev. B* **72**, 092501 (2005).
21. J. C. Hammer, J. C. Cuevas, F. S. Bergeret, and W. Belzig, *Phys. Rev. B* **76**, 064514 (2007).
22. A. A. Abrikosov and L. P. Gor'kov, *ZhETF* **39**, 1781 (1960) [*Sov. Phys. JETP* **12**, 1243 (1961)].
23. D. A. Ivanov and Ya. V. Fominov, *Phys. Rev. B* **73**, 214524 (2006).
24. B. Crouzy, S. Tollis, and D. A. Ivanov, *Phys. Rev. B* **76**, 134502 (2007).
25. D. A. Ivanov, Ya. V. Fominov, M. A. Skvortsov, and P. M. Ostrovsky, *Phys. Rev. B* **80**, 134501 (2009).
26. A. I. Larkin, *ZhETF* **48**, 232 (1965) [*Sov. Phys. JETP* **21**, 153 (1965)].
27. W. Belzig, C. Bruder, and G. Schön, *Phys. Rev. B* **54**, 13 (1996).
28. M. A. Skvortsov and M. V. Feigel'man, *ZhETF* **144**, 560 (2013) [*Sov. Phys. JETP* **117**, 487 (2013)].
29. A. Cottet, D. Huertas-Hernando, W. Belzig, and Yu. V. Nazarov, *Phys. Rev. B* **80**, 184511 (2009).
30. M. Y. Kupriyanov and V. F. Lukichev, *Pis'ma v ZhETF* **94**, 139 (1988) [*Sov. Phys. JETP* **67**, 1163 (1988)].
31. N. van der Post, E. T. Peters, I. K. Yanson, and J. M. van Ruitenbeek, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 2611 (1994).
32. G. E. Blonder, M. Tinkham, and T. M. Klapwijk, *Phys. Rev. B* **25**, 4515 (1982).
33. T. M. Klapwijk, G. E. Blonder, and M. Tinkham, *Physica (Amsterdam)* **109–110B, C**, 1657 (1982).