

# Плазменные возбуждения в частично экранированных двумерных электронных системах (Миниобзор)

А. М. Зарезин<sup>1\*</sup>, П. А. Гусихин<sup>+</sup>, И. В. Андреев<sup>+</sup>, В. М. Муравьев<sup>+</sup>, И. В. Кукушкин<sup>+</sup>

<sup>+</sup>Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черноголовка, Россия

\*Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), 141701 Долгопрудный, Россия

Поступила в редакцию 29 апреля 2021 г.

После переработки 30 апреля 2021 г.

Принята к публикации 30 апреля 2021 г.

Дан обзор последних достижений в исследовании физических свойств плазменных возбуждений в частично экранированных металлических электродами двумерных электронных системах на базе гетероструктур AlGaAs/GaAs. Установлено, что в таких системах возбуждается особый тип двумерных плазменных волн – проксимити плазмон (*proximity plasmon*). Экспериментально установлено, что плазменные волны данного семейства обладают целым рядом новых физических свойств. Во-первых, оказалось, что дисперсия частично экранированных плазмонов сочетает характерные черты как экранированного, так и неэкранированного двумерных плазмонов. Во-вторых, у обнаруженной проксимити моды отсутствует краевая ветвь в магнитодисперсии. Наконец, оказалось, что в случае если затвор соединен с двумерной системой внешней цепью, то в системе возбуждается “заряженная” релятивистская плазменная мода с целым рядом уникальных свойств. Полученные новые результаты расширяют горизонт возможных приложений плазмоники в области СВЧ и терагерцовой электроники.

DOI: 10.31857/S1234567821110069

**Введение.** Центральным вопросом физики низкоразмерных электронных систем является изучение одночастичных и коллективных элементарных возбуждений системы. Одним из основных типов коллективных возбуждений двумерной электронной системы (ДЭС) является волна зарядовой плотности – плазмон. Плазменные возбуждения в двумерных электронных системах интенсивно изучаются уже более полувека [1–10]. Отчасти такой интерес связан с множеством уникальных свойств, отличающих двумерные (2D) плазмоны от их трехмерных аналогов. Во-первых, спектр двумерных плазмонов имеет бесщелевой корневой характер

$$\omega_p(q) = \sqrt{\frac{n_s e^2}{2m^* \varepsilon_0 \varepsilon(q)}} q \quad q \gg \frac{\omega_p}{c}, \quad (1)$$

где  $n_s$  – концентрация двумерных электронов,  $m^*$  – их эффективная масса,  $q$  – волновой вектор 2D плазмона,  $\varepsilon(q)$  – диэлектрическая проницаемость окружения ДЭС. Данный спектральный закон обусловлен особенностью кулоновского взаимодействия в двумерных системах. При этом, в отличие от плазменных волн в трехмерных материалах, скорость

двумерных плазмонов регулируется в широких пределах путем изменения 2D электронной концентрации или приложения внешнего магнитного поля.

Во-вторых, заряды в двумерном слое не способны эффективно экранировать трехмерное поле падающей на ДЭС электромагнитной волны. Это приводит к сильной гибридизации света с двумерной плазмой и образованию новых элементарных возбуждений – плазмонных поляритонов [1, 11]. В-третьих, на свойства 2D плазмонов оказывает значительное влияние окружение ДЭС. Это вызвано тем, что двумерные системы в большинстве случаев образуются на гетероинтерфейсе, который располагается вблизи поверхности полупроводниковой подложки. Например, наличие экранирующего электрода на поверхности подложки существенно изменяет спектр двумерных плазменных волн, приводя к его линейаризации [12]

$$\omega_{AP} = \sqrt{\frac{n_s e^2 h}{m^* \varepsilon_0 \varepsilon}} q \quad qh \ll 1, \quad (2)$$

где  $h$  – расстояние от ДЭС до бесконечного в латеральном направлении проводящего затвора, а  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость полупроводникового кристалла между ДЭС и затвором.

<sup>1)</sup>e-mail: zarezin.am@phystech.edu

Долгое время плазменные возбуждения в частично экранированной ДЭС оставались слабо изученными. Предпринималось достаточно много попыток описать плазменные волны в такой системе на основании взаимодействия плазмонов от участков ДЭС без затвора с экранированными 2D плазмонами, локализованными в подзатворной области. При этом в подавляющем большинстве случаев электрическое поле электромагнитной волны, возбуждающей 2D плазменные волны, было направлено поперек полюсов металлического затвора [13–19].

Данный подход имел целый ряд ограничений, что привело к тому, что было упущено новое семейство плазменных мод индуцированных близким металлическим затвором – проксимити плазмоны (*proximity plasmons*). Оказалось, что если рассмотреть одиночный металлический затвор в форме полоски с шириной  $W$ , расположенный на поверхности подложки на расстоянии  $h$  от бесконечной ДЭС, то вдоль него может распространяться проксимити плазменная волна. Проксимити плазмоны обладают целым рядом уникальных физических свойств. В частности, их дисперсия сочетает характерные черты как экранированного ( $\omega_{\text{pr}} \propto \sqrt{h}$ ), так и неэкранированного ( $\omega_{\text{pr}} \propto \sqrt{q}$ ) двумерных плазмонов [20, 21]:

$$\omega_{\text{pr}}(q) = \sqrt{\frac{2n_s e^2 h}{m^* \epsilon_0 \epsilon} \frac{q}{W}} \quad (qW \ll 1). \quad (3)$$

Вторым важным свойством проксимити плазмонов является то, что в присутствии магнитного поля у них отсутствует краевая мода, а сама магнитодисперсия определяется формулой  $\omega(B) = \sqrt{\omega_{\text{pr}}^2 + \omega_c^2}$ , где  $\omega_c = eB/m^*$  – циклотронная частота. Данное свойство объясняется тем, что проксимити плазменная мода наблюдается в ДЭС с номинально бесконечным латеральным размером, поэтому краевые эффекты пренебрежимо малы. Важно заметить, что геометрия AlGaAs/GaAs структуры, в которой наблюдаются проксимити плазмоны, полностью идентична транзистору с высокой подвижностью электронов (НЕМТ – *high electron mobility transistor*). При этом для типичных параметров НЕМТ транзисторов: длина затвора  $L = 10$  мкм,  $W = h = 0.2$  мкм и  $n_s = 10^{12}$  см $^{-2}$  частота проксимити плазмона  $f_{\text{pr}} \approx \approx 0.7$  ТГц. Резонансное возбуждение плазменных волн является эффективным механизмом преобразования электромагнитного излучения в сигнал фототклика транзисторной структуры [22–26]. Таким образом, прогресс в изучении физических свойств 2D плазменных возбуждений может привести к значительному прогрессу в разработке практических плаз-

монных компонентов в СВЧ и терагерцовой электронике.

**Образцы и экспериментальная методика.** Эксперименты проводились на высококачественных GaAs/AlGaAs гетероструктурах, выращенных с помощью метода молекулярно-пучковой эпитаксии на нелегированной GaAs подложке, с квантовой ямой шириной 30 нм. Характерные значения концентрации двумерных электронов и их подвижности для разных структур составляли  $n_s = (1.0 - 3.3) \times 10^{11}$  см $^{-2}$  и  $\mu = (1 - 4) \times 10^6$  см $^2$ /(В·с), соответственно ( $T = 4.2$  К). Для возбуждения плазменных колебаний сверхвысокочастотное (СВЧ) излучение в частотном диапазоне от 0.1 до 60 ГГц подводилось к образцу либо по согласованной коаксиальной линии, либо по волноводному тракту. Для детектирования резонансного разогрева ДЭС использовалась уникальная оптическая методика [27, 28]. Оптическая методика была основана на высокой чувствительности спектров люминесценции двумерных электронов к нагреву ДЭС. Излучение от полупроводникового лазера с длиной волны  $\lambda = 780$  нм через оптоволокно подводилось непосредственно к образцу с ДЭС. Затем спектр рекомбинационной фотолюминесценции электронов и дырок собирался с помощью того же оптического волокна и поступал на вход спектрометра со встроенной CCD (*charge-coupled device*) камерой. Спектры люминесценции при подаче СВЧ сигнала и без него записывались и вычитались друг из друга. В полученном таким образом дифференциальном спектре выбирался некоторый диапазон, интеграл по которому служил мерой разогрева ДЭС. Важным преимуществом оптического метода детектирования плазменных резонансов является то, что для его реализации не нужно наносить на поверхность образца вспомогательные электроды, наличие которых неизбежно приводит к модификации свойств плазмонов. Все измерения проводились в криостате со сверхпроводящим соленоидом, позволявшим создавать магнитное поле до 7 Тл. В большинстве экспериментов температура образца составляла 4.2 К.

**Проксимити плазменные возбуждения в геометрии полоски.** Долгое время считалось, что в частично экранированной ДЭС будут наблюдаться экранированные плазменные возбуждения. Однако в результате экспериментальных и теоретических исследований было обнаружено, что в частично экранированной ДЭС возбуждается особое семейство проксимити плазменных возбуждений, которое физически отлично по свойствам и от полно-

стью экранированных, и от неэкранированных плазмонов [20, 21, 29, 30].

В экспериментах по обнаружению нового семейства проксимити плазменных мод был исследован образец, представляющий собой ДЭС прямоугольной формы (вставка к рис. 1). В центре мезы был

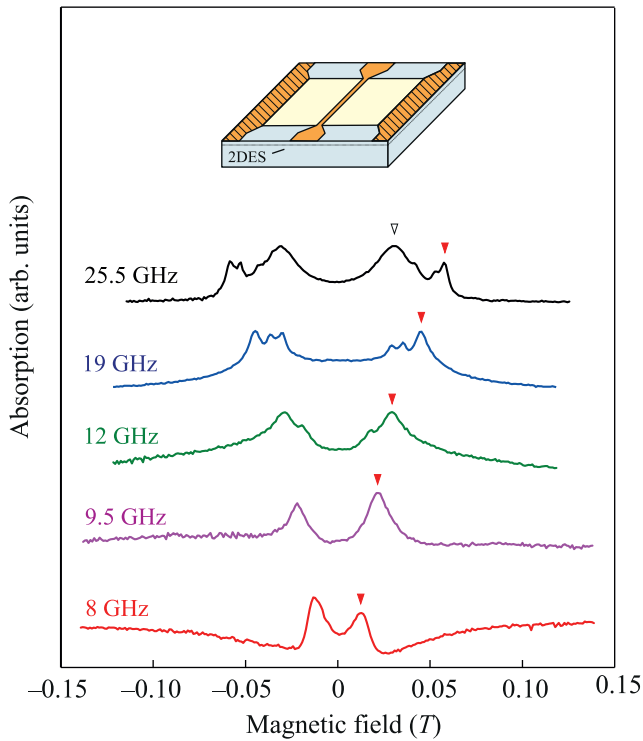


Рис. 1. (Цветной онлайн) Спектры интенсивности микроволнового поглощения в зависимости от величины магнитного поля, приложенного перпендикулярно к поверхности образца. Красные стрелки показывают положение нижней по частоте проксимити моды. На верхней вставке изображен схематический вид исследуемого образца – прямоугольная ДЭС с заземленными контактами по бокам и центральным узким затвором в форме полоски с размерами  $L = 0.5$  мм и  $W = 20$  мкм. Из работы [29]

термически напылен  $\text{Si}$  (5 нм) –  $\text{Au}$  (300 нм) металлический затвор с шириной  $W = 20$  мкм и длиной  $L = 0.5$  мм. На расстоянии  $a = 200$  мкм от затвора на краях ДЭС были расположены металлические заземленные контакты. Центральный металлический затвор на границах ДЭС расширялся и на расстоянии 100 мкм от ДЭС переходил в контакты, имевшие размеры  $100 \times 100$  мкм<sup>2</sup>. Расстояние от ДЭС до поверхности полупроводниковой подложки составляло  $h = 440$  нм. СВЧ излучение подводилось непосредственно к центральному затвору. Концентрация двумерных электронов в квантовой яме составля-

ла  $n_s = 2.4 \times 10^{11}$  см<sup>-2</sup>, подвижность –  $\mu = 4 \times 10^6$  см<sup>2</sup>/(В·с) при температуре  $T = 4.2$  К.

На рисунке 1 показаны типичные кривые интенсивности микроволнового поглощения в образце в зависимости от магнитного поля для указанных частот. На графиках видны симметричные по магнитному полю резонансные пики. С увеличением частоты количество наблюдаемых пиков увеличивается, и они сдвигаются в сторону больших значений магнитного поля. Красной стрелкой на графиках отмечен резонанс, соответствующий нижней по частоте моде. Стоит отметить, что данные возбуждения находятся существенно ниже по частоте, чем полностью экранированный плазмон (2) с волновым вектором  $q = \pi/W$ .

На рисунке 2а показаны полученные из спектров поглощения зависимости резонансной частоты от магнитного поля для наблюдаемых плазменных мод. Сплошными кружками показаны четыре ветви новых плазменных возбуждений, демонстрирующие стандартную магнитополевую зависимость  $\omega(B) = \sqrt{\omega_{\text{pr}}^2 + \omega_c^2}$ . Стоит обратить внимание, что экспериментальные зависимости демонстрируют немного отличающийся от теоретического значения  $\omega_c = eB/m^*$  наклон и пересекают прямую, отвечающую циклотронному резонансу (пунктирная линия на рис. 2а). Это явление можно приписать проявлению эффектов запаздывания – гибридации плазменных возбуждений со светом [11]. Также наблюдался обычный двумерный плазмон с волновым вектором, определяемым поперечными размерами ДЭС. Он показан полпой стрелкой на рис. 1 и полыми кружками на рис. 2а.

Для теоретического описания плазменных волн, связанных с металлическим затвором, были введены индексы  $N_l$  и  $N_{\text{tr}}$  – число узлов колебаний зарядовой плотности вдоль затвора и поперек него, соответственно. Будем обозначать интересующие нас плазменные моды парой чисел  $(N_l, N_{\text{tr}})$  с продольной и поперечной компонентами волнового вектора, равными, соответственно,  $q_l = N_l \frac{\pi}{L}$  и  $q_{\text{tr}} = N_{\text{tr}} \frac{\pi}{W}$ . Как уже отмечалось ранее, экранированный плазмон, возбуждающийся в подзатворной области ДЭС, с волновым вектором  $q = \pi/W$  находится выше по частоте, чем наблюдаемые резонансы. Поэтому для объяснения происхождения наблюдаемых плазмонов были рассмотрены плазменные моды с  $N_{\text{tr}} = 0$ , т.е. моды, не содержащие узлов колебаний зарядовой плотности поперек затвора. Оказалось, что в рассматриваемой конфигурации ДЭС, частично экранированной затвором в форме узкой полоски, коле-

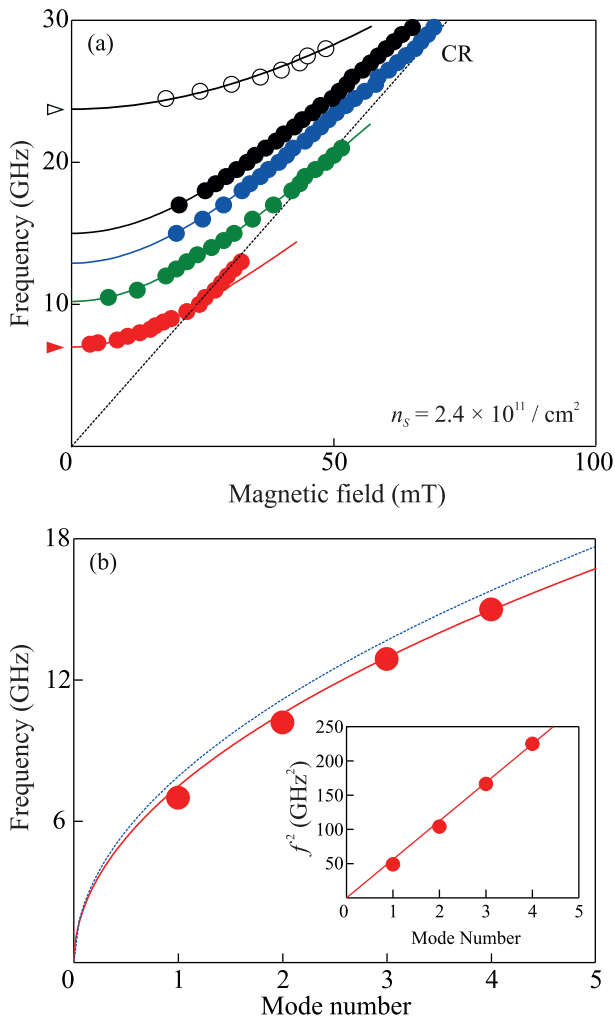


Рис. 2. (Цветной онлайн) (а) – Магнитодисперсионная зависимость для первых четырех проксимити гармоник с  $q_l = N_l \frac{\pi}{L}$ , где  $N_l = 1, 2, 3, 4$  (закрашенные точки) и для плазмона, связанного с плазменными колебаниями во всей прямоугольной ДЭС (полые точки). Пунктирная линия соответствует частоте циклотронного резонанса. Сплошные линии – подгонка зависимостью  $\omega(B) = \sqrt{\omega_{\text{пр}}^2 + \omega_c^2}$ . (б) – Зависимость частоты проксимити плазмона в  $B = 0$  Тл от номера гармоники. Закрашенные точки – экспериментальные данные, сплошная кривая – подгонка корневой зависимостью, пунктирная кривая – теория (3) без каких-либо подгоночных параметров. Из работы [29]

бания  $(N_l, 0)$  с волновым вектором  $q_l = N_l \frac{\pi}{L}$ , направленным вдоль полоски затвора, имеют нетривиальную дисперсионную зависимость (3). Она имеет неожиданный корневой характер ( $\omega_{\text{пр}} \propto \sqrt{q}$ ), что характерно для неэкранированных плазмонов (1), и в то же время содержит пропорциональность ( $\omega_{\text{пр}} \propto \sqrt{h}$ ), где  $h$  – расстояние от ДЭС до затвора, ха-

рактерную для полностью экранированного случая (2). Данный результат получен теоретически в работе [20], а также качественно объяснен в рамках  $LC$ -подхода в [21]. Таким образом, колебание (1, 0) оказывается наиболее низкочастотным возбуждением в частично экранированной двумерной электронной системе (за исключением случая, когда затвор и ДЭС соединены электрически, который будет рассмотрен отдельно). Также у данной моды не наблюдается краевых ветвей, что согласуется с теоретическими предсказаниями. Плазменные моды частично экранированной ДЭС были названы проксимити плазменными возбуждениями.

Чтобы убедиться в том, что наблюдаемые резонансы относятся к семейству проксимити плазменных возбуждений, на рис. 2b сплошными точками построена зависимость резонансной частоты наблюдаемых плазменных колебаний в нулевом магнитном поле от номера гармоники. Видно, что данная зависимость отлично описывается корневой зависимостью (сплошная кривая). Для наглядности на вставке также приведена соответствующая линеаризованная зависимость. Для сравнения с теорией на рисунке 2b пунктирной линией построена зависимость (3) без каких-либо подгоночных параметров. Стоит заметить, что и наличие экранировки, и одномерная природа возбуждения обычно приводят к линейному закону дисперсии [12, 31–33]. Именно поэтому наблюдаемая экспериментально корневая дисперсионная зависимость, отлично согласующаяся с теорией (3), дает основание выделить данные плазменные моды в новое семейство проксимити плазменных возбуждений, возникающее в ДЭС с частичной экранировкой, и отличное физически от ранее исследованных плазмонов. Представленные экспериментальные данные также позволяют однозначно идентифицировать наблюдаемые плазменные моды как  $(N_l, 0)$  проксимити гармоники с волновыми векторами  $q_l = N_l \frac{\pi}{L}$ , где  $N_l = 1, 2, \dots$

Что касается проксимити плазменных мод с ненулевым  $N_{\text{тр}}$ , то в этом случае теория дает следующую формулу для спектра проксимити плазмонов [20]:

$$\omega^2 = \frac{n_s e^2 h}{m^* \epsilon \epsilon_0} \left( q_{\text{тр}}^2 + \frac{4}{W} q_l \right) \quad (q_l W \ll 1). \quad (4)$$

Как нетрудно заметить, в пределе когда  $q_{\text{тр}} \gg q_l$  дисперсионная зависимость приобретает линейный характер от волнового вектора и переходит в стандартное выражение для экранированного плазмона (2). Именно эта плазменная мода наблюдалась во многих экспериментах в аналогичных ДЭС с частичной экранировкой и принималась за обычный экра-

нированный плазмон [34, 35]. Однако, как видно из настоящего рассмотрения, в представленной системе возникает новое семейство проксимити плазменных мод с нетривиальными дисперсионными зависимостями (3, 4). В экспериментах [21] наблюдались и продольные ( $N_l, 0$ ), и поперечные ( $N_{tr} \neq 0$ ) проксимити плазменные моды.

Особый интерес представляет вопрос о том, как происходит переход от проксимити плазмонов в ДЭС с частичной экранировкой к обычным плазменным возбуждениям в ДЭС. Для ответа на этот вопрос был поставлен ряд экспериментов [36]. В одном из них была исследована ДЭС в форме диска, частично экранированная затвором большого в латеральном направлении размера с круглым отверстием немного меньшего, чем ДЭС диаметра. Таким образом, оказывалось экранировано кольцо на границе ДЭС. Был произведен перебор по ширине колец. В такой системе наблюдались проксимити плазменные возбуждения, для которых на длине подзатворного кольца укладывалось целое число длин волн плазмона. Соответствующая дисперсионная зависимость для данной геометрии определялась формулой (3) с отличием в  $\sqrt{2}$  раз в меньшую сторону. В результате для больших значений ширины кольца наблюдалось проксимити плазменное возбуждение, а в пределе узкого кольца наблюдался латерально экранированный плазмон в диске. При этом для каждой толщины кольца наблюдался только один резонанс, то есть проксимити и обычные плазмоны не наблюдались в экспериментах одновременно. Таким образом, был продемонстрирован переход от проксимити плазмона к плазменному возбуждению с боковой экранировкой. Похожий эксперимент был проделан в работе [37].

**Проксимити плазменные возбуждения в геометрии диска.** В предыдущем разделе был рассмотрен случай затвора в форме узкой полоски, где для продольных колебаний реализован случай  $qW \ll 1$ . В настоящем же разделе будет рассмотрен случай  $qW \sim 1$ , а именно, проксимити плазмоны в ДЭС с затвором в форме диска. Эксперименты проводились на ДЭС в форме диска диаметром  $D = 0.5$  мм с центральными затворами различного диаметра  $d = 50, 100$  и  $200$  мкм. Квантовая яма с двумерным электронным газом находилась на расстоянии  $h = 440$  нм от поверхности полупроводникового кристалла. Концентрация двумерных электронов составляла  $n_s = 2.4 \times 10^{11}$  см $^{-2}$ , подвижность –  $\mu = 5 \times 10^6$  см $^2$ /(В·с) при температуре  $T = 4.2$  К. СВЧ излучение от генератора подводилось непосредственно к центральному затвору.

Были проделаны аналогичные описанным в предыдущем разделе измерения интенсивности микроволнового поглощения в зависимости от магнитного поля при различных частотах, а также получены магнитодисперсионные зависимости для плазменных возбуждений в диске. Полученная в результате зависимость резонансной частоты в нулевом магнитном поле от волнового вектора показана на рис. 3 полыми точками. Представленная дисперсионная зависимость относится к наиболее низкочастотной наблюдаемой плазменной моде. Видно, что данная зависимость имеет линейный характер, как и для случая экранированного плазмона.

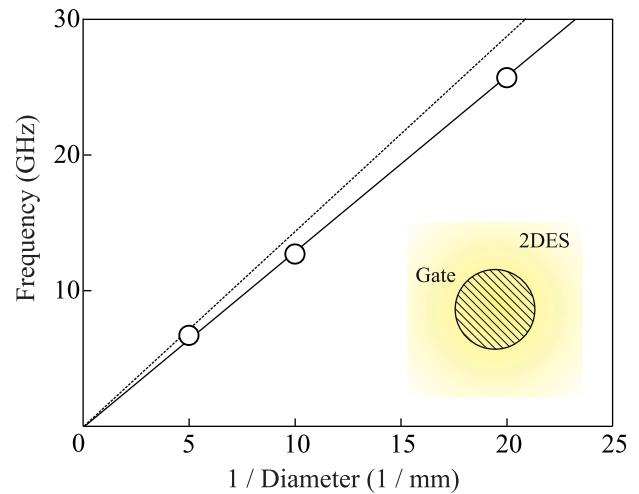


Рис. 3. (Цветной онлайн) Полыми точками показана полученная экспериментальным путем дисперсионная зависимость проксимити (1, 0) плазменной моды. Сплошная прямая – аппроксимация измеренной дисперсии линейной зависимостью. Пунктирная линия – теоретическое предсказание согласно (5). На вставке схематично показана ДЭС большого размера с затвором в форме диска. Из работы [37]

Для классификации плазменных возбуждений в такой системе типично вводятся индексы  $(m, n)$ , отвечающие количеству узлов осцилляций зарядовой плотности вдоль периметра и вдоль радиуса затвора, соответственно. В результате теоретического рассмотрения [38] получается следующая формула для дисперсионной зависимости проксимити плазменных возбуждений в геометрии диска:

$$\omega_{pr} = \Omega_{m,n} \sqrt{\frac{n_s e^2 \hbar}{m^* \epsilon \epsilon_0}} \frac{2}{d}, \quad (5)$$

где  $n_s$  – концентрация двумерных электронов,  $m^*$  – эффективная масса электронов,  $d$  – диаметр затво-

ра в форме диска,  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость полупроводниковой подложки,  $h$  – расстояние от ДЭС до затвора. Безразмерный коэффициент  $\Omega_{m,n}$  определяется как  $(n+1)$ -й положительный корень уравнения

$$\partial_{\Omega} J_{|m|}(\Omega) + |m| J_{|m|}(\Omega) / \Omega = 0, \quad (6)$$

где  $J_{|m|}(x)$  – функция Бесселя первого рода ( $m \geq 1$ ). Наиболее низкочастотной моде, описываемой уравнением (5), соответствует коэффициент  $\Omega_{1,0} = 2.4$ . Далее будет показано, что при некоторых условиях появляется еще более низкочастотная проксимити  $(0,0)$  мода. Стоит отметить, что дисперсионная зависимость полностью экранированного плазмона имеет аналогичный (5) вид и отличается только численным коэффициентом  $\Omega_{1,0}^{\text{screened}} = 1.8$ . Предположительно, это связано с тем, что в обоих случаях энергия плазменных колебаний локализована в основном в подзатворной области, а отличие в численном коэффициенте возникает из-за различных граничных условий на краю диска/затвора. Из-за этого плазмоны, возбуждаемые в некотором смысле в “противоположных” конфигурациях (i) ДЭС в форме диска, экранированной бесконечным затвором и (ii) бесконечной ДЭС, экранированной затвором в форме диска, нередко путают друг с другом.

Экспериментальные точки (рис. 3) хорошо описываются соответствующей теоретической дисперсионной зависимостью (5). Небольшое отличие от теории, судя по всему, обусловлено неточным учетом диэлектрического окружения ДЭС.

#### Релятивистские плазменные возбуждения.

Впервые релятивистские плазменные возбуждения были обнаружены в полоске ДЭС, поперек которой был напылен металлический затвор. При этом затвор электрически соединялся с ДЭС через внешнюю 50 Ом цепь [39, 40]. В данных работах были подробно исследованы зависимости частоты и затухания релятивистского плазмона от основных параметров системы и установлены его уникальные свойства, в частности, аномально малое затухание. Это позволило наблюдать его вплоть до комнатной температуры на GaAs/AlGaAs гетероструктурах стандартного качества. На основе значительного массива полученных данных удалось построить феноменологическую модель явления, однако его физическую природу удалось установить лишь после открытия проксимити плазменных волн. На родство релятивистских и проксимити плазмонов указывало то, что оба типа плазменных возбуждений наблюдались лишь в структурах с затвором. Однако, для релятивистских плазмонов было обнаружено еще одно важ-

ное свойство: для их возбуждения было необходимо электрическое соединение между затвором и ДЭС.

Выше были введены индексы для классификации плазменных возбуждений в ограниченном образце в форме диска по числу узлов колебаний зарядовой плотности вдоль периметра и вдоль радиуса. Особым случаем является осесимметричный плазмон с индексами  $(0,0)$ , у которого вообще нет узлов в переменном потенциале плазменной волны. Из общих соображений понятно, что в электронейтральной ДЭС такое возбуждение существовать не может. Поэтому необходимым условием его возбуждения является электрическое соединение между двумерной электронной системой и затвором, которое обеспечивает перетекание заряда. Таким образом, проксимити плазмон с индексами  $(0,0)$  обладает в точности такими же свойствами, как релятивистский плазмон.

В работе 2020 г. [41] было проведено детальное исследование физических свойств релятивистского плазменного возбуждения. На рисунке 4 в правом верхнем углу приведена схема образца. Образец содержал мезу в форме диска с диаметром  $D = 0.5$  мм. По периметру к ДЭС был сделан омический контакт, а над центром ДЭС был нанесен металлический затвор также в форме диска. Диаметр затвора варьировался в различных образцах от  $d = 20$  мкм до 100 мкм. Расстояние между ДЭС и затвором составляло  $h = 370$  нм. Затвор и контакт были соединены золотым проводником диаметром 25 мкм. В экспериментах длина проводника менялась в пределах от  $l = 0.6$  мм до 5 мм. Для возбуждения плазменных колебаний в исследуемой структуре использовалась проволочная антенна, расположенная в непосредственной близости от образца.

На рисунке 4 в левом верхнем углу приведены характерные зависимости микроволнового поглощения ДЭС от приложенного магнитного поля, измеренные на одном и том же образце с электронной плотностью  $n_s = 2.5 \cdot 10^{11}$  см $^{-2}$  и диаметром затвора  $d = 100$  мкм в двух конфигурациях: при наличии проводника с длиной  $l = 2.3$  мм, соединяющего ДЭС с затвором (красная кривая) и при его отсутствии (черная кривая). На красной кривой видна пара симметричных по магнитному полю резонансов, которые отсутствуют на черной кривой. Ниже будет показано, что эти резонансы отвечают возбуждению в исследуемой структуре релятивистской плазменной моды.

На нижней панели рис. 4 сплошными кружками построены магнитопольные зависимости частоты наблюдаемых плазменных резонансов для одной и той же структуры, но с различной длиной проводни-

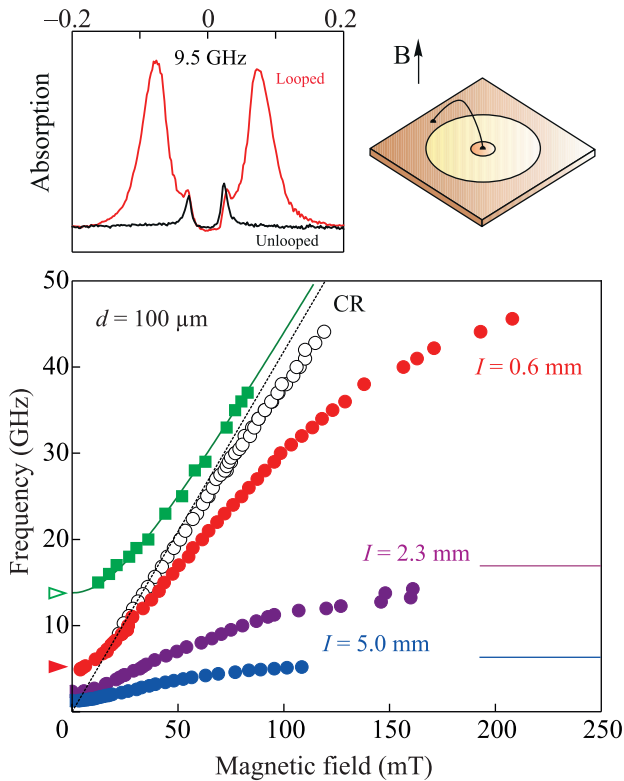


Рис. 4. (Цветной онлайн) (Вверху справа) Схематическое изображение экспериментального образца. (Вверху слева) Магнитополевые зависимости поглощения микроволнового излучения на частоте  $f = 9.5$  ГГц в образце с  $D = 0.5$  мм,  $d = 100$  мкм,  $n_s = 2.5 \times 10^{11}$  см $^{-2}$  в двух конфигурациях: с проволокой длиной  $l = 2.3$  мм, соединяющей ДЭС и затвор, и без нее. (Внизу) Магнитополевые зависимости частоты релятивистского плазмона при различной длине проводника, соединяющего ДЭС с затвором (сплошные кружки), одночастичного циклотронного резонанса (полые кружки), (1, 0) моды проксимити плазмона (квадратики). Из работы [41]

ка, соединяющего ДЭС с затвором. Видно, что для каждой длины проводника наблюдаются три плазменные моды. Самая низкочастотная мода соответствует возбуждению (0, 0) релятивистского плазмона (закрашенные кружки). Полыми кружками на рис. 4 показана магнитодисперсионная зависимость одночастичного циклотронного резонанса, природа возникновения которого до настоящего времени не вполне ясна [42, 43]. Полыми квадратиками на рис. 4 обозначена (1, 0) мода проксимити плазмона, возбуждаемая в области вблизи затвора. Видно, что в пределе сильных магнитных полей магнитодисперсионная зависимость релятивистского плазмона асимптотически выходит на частоту некоторого фотонного резонанса. Было установлено, что частота этого фо-

тонного резонанса обратно пропорциональна длине проводника  $l$ . Таким образом, релятивистский плазмон испытывает сильную гибридизацию с электромагнитным полем внешней резонансной цепи. Для того чтобы измерить частоту релятивистского плазмона с минимальным искажением от фотонной гибридизации, был использован проводник минимально возможной длины. В данном случае таковой являлась  $l = 0.6$  мм.

На рисунке 5а сплошными красными кружками показаны зависимости частоты релятивистского

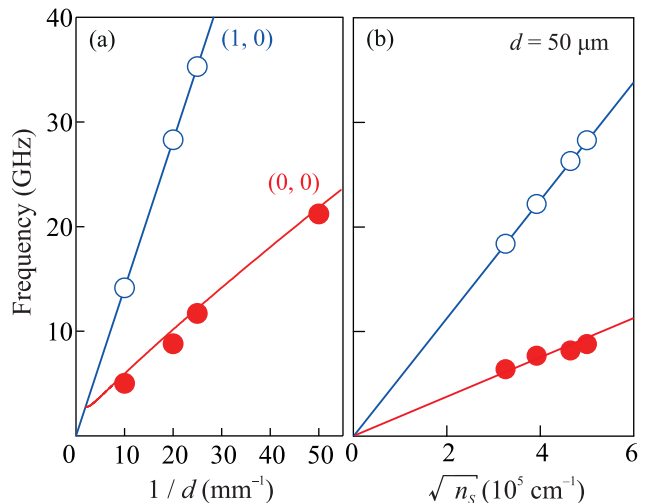


Рис. 5. (Цветной онлайн) (а) – Зависимости частоты (0, 0) релятивистского плазмона в нулевом магнитном поле (сплошные красные кружки) и (1, 0) проксимити плазмона (полые синие кружки) от обратного диаметра затвора при концентрации электронов  $n_s = 2.5 \times 10^{11}$  см $^{-2}$  и минимально реализуемой на эксперименте длине проволоки  $l = 0.6$  мм. Линиями показаны теоретические зависимости, полученные по формулам (5) и (8). (б) – Зависимости частоты плазменных мод от квадратного корня из электронной концентрации. Измерения проводились на одной структуре с диаметром центрального затвора  $d = 50$  мкм. Из работы [41]

плазменного возбуждения от обратного диаметра затвора. Четыре точки на графике соответствуют измерениям на четырех структурах с различным диаметром затвора  $d = 100, 50, 40$  и  $20$  мкм, изготовленных из одной и той же полупроводниковой шайбы с электронной концентрацией  $n_s = 2.5 \times 10^{11}$  см $^{-2}$ . На рисунке 5б приведена зависимость частоты релятивистского плазмона от квадратного корня из электронной концентрации, измеренная на одном образце с диаметром затвора  $d = 50$  мкм. Концентрация в образце изменялась посредством методики фотообеднения. Все измерения на рис. 5 проводились на об-

разцах с минимальной длиной проводника  $l = 0.6$  мм. Для описания физических свойств релятивистской плазменной моды был развит теоретический подход, который в предположении, что импеданс проводника, соединяющего затвор и ДЭС, равен нулю, позволил получить точное дисперсионное уравнение для релятивистского плазмона:

$$J_0(\Omega) - \Omega J_1(\Omega) \ln(D/d) = 0, \quad (7)$$

где  $J_0, J_1$  – функции Бесселя первого рода, а  $\Omega = \omega d / [2\sqrt{n_s e^2 h / m^* \varepsilon \varepsilon_0}]$  – безразмерная плазменная частота. Используя разложение в ряд для функций Бесселя, отсюда можно получить следующее приближенное выражение для плазменной частоты релятивистского плазмона  $\omega_{\text{rel}}$

$$\omega_{\text{rel}} \approx \sqrt{\frac{2}{1/4 + \ln(D/d)}} \sqrt{\frac{n_s e^2 h}{m^* \varepsilon \varepsilon_0} \frac{2}{d}}, \quad (8)$$

хорошо работающее при  $D/d > 2$ . Полученные по формуле (8) теоретические зависимости частоты  $(0,0)$  плазменной моды показаны красными линиями на рис. 5. Видно, что теоретические зависимости неплохо описывают экспериментальные данные. Это является неоспоримым свидетельством в пользу того, что релятивистский плазмон представляет собой именно  $(0,0)$  моду проксимити плазмона. Стоит отметить, что экспериментальные значения систематически находятся ниже теоретической зависимости, что, по-видимому, является следствием неучтенной в модели индуктивности проволоки, соединяющей ДЭС и затвор. Для сравнения на этих же графиках полыми синими кружками приведены полученные на тех же образцах зависимости частоты  $(1,0)$  моды проксимити плазмона, а синими линиями – соответствующие теоретические зависимости, полученные из формулы (5). Видно хорошее согласие между теорией и экспериментом.

**LC плазменные моды.** Оказывается, что различные типы плазменных мод можно элегантно и наглядно описать, рассматривая ДЭС с близлежащими затворами и контактами на языке электрических цепей со сосредоточенными либо распределенными параметрами [17, 34, 44, 45]. Действительно, согласно модели Друде проводимость ДЭС в нулевом магнитном поле описывается следующим выражением:

$$\sigma(\omega) = \frac{n_s e^2 \tau}{m^*} \frac{1}{1 + i\omega\tau}, \quad (9)$$

откуда импеданс  $Z(\omega)$  ДЭС можно представить в виде

$$Z(\omega) = \frac{1}{\sigma} = R + i\omega L_K, \quad L_K = \frac{m^*}{n_s e^2}. \quad (10)$$

Видно, что импеданс ДЭС описывается при помощи активного сопротивления и кинетической индуктивности  $L_K$ , связанной с инерционными свойствами двумерных электронов. Аналогичным образом можно показать, что в присутствии внешнего магнитного поля  $B$  в чистом пределе  $\omega\tau \gg 1$  кинетическая индуктивность ДЭС имеет вид [45]

$$L_K(B) = \frac{m^*}{n_s e^2} \left(1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}\right). \quad (11)$$

Для плазменной волны, распространяющейся вдоль двумерного слоя электронов распределенная емкость эквивалентной  $LC$  цепи составляет  $C_p(q) = 2\varepsilon_0 \varepsilon^* / q$  [17, 44]. Воспользовавшись выражением (10) для кинетической индуктивности ДЭС, приходим к хорошо знакомой формуле (1) для дисперсии 2D плазмонов:

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{L_K C_p(q)}} = \sqrt{\frac{n_s e^2 q}{2\varepsilon_0 \varepsilon^* m^*}}, \quad (12)$$

где  $\varepsilon^* = (\varepsilon_{\text{GaAs}} + 1)/2$ . В ненулевом магнитном поле  $B \neq 0$  частота плазменного резонанса  $\omega = 1/\sqrt{L_K(B)C}$ . Принимая во внимание формулы (10) и (11), отсюда можно получить выражение для магнитодисперсии плазменных волн

$$\omega^2 = \omega_p^2 + \omega_c^2. \quad (13)$$

Помимо простого и наглядного описания обычных двумерных плазмонов,  $LC$  подход позволяет предсказывать и описывать совершенно новые типы плазменных мод. Так, оказывается в структуре, где ДЭС в виде квадратной полоски заключена между двумя прямоугольными омическими контактами (вставка к рис. 6) возбуждаются два принципиально различных типа плазменных возбуждений [45]. Один из них – это привычный двумерный плазмон в полоске ДЭС. Второй – это новая  $LC$  плазменная мода, которая связана с резонансом в  $LC$  контуре, состоящем из кинетической индуктивности ДЭС  $L_K$  и межконтактной латеральной емкости  $C$ . Следует заметить, что  $LC$  плазменную моду можно рассматривать как релятивистский плазмон в цепи, замкнутой током смещения, текущем в пространстве между контактными электродами.

На рисунке 6 приведены магнитодисперсии двумерного плазмона и  $LC$  плазменного резонанса в образце с электронной плотностью  $n_s = 2 \times 10^{11}$  см<sup>-2</sup>, размером ДЭС  $0.5 \times 0.5$  мм<sup>2</sup>, и контактными площадками с размером  $0.85 \times 0.7$  мм<sup>2</sup>. Контурные голубые символы соответствуют обычному двумерному плазмону, красные сплошные –  $LC$  плазменной моде. Оба



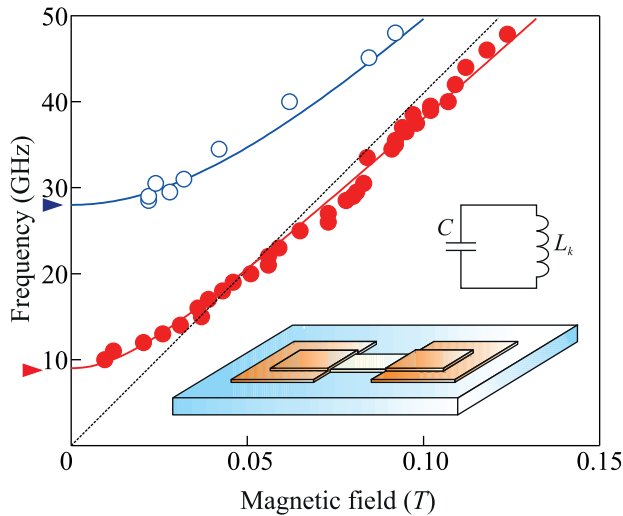


Рис. 6. (Цветной онлайн) Магнитодисперсия двумерного плазмона (синие кружки) и  $LC$  плазменного резонанса (красные точки) в образце с электронной плотностью  $n_s = 2 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ , размером ДЭС  $0.5 \times 0.5 \text{ мм}^2$ , и контактными площадками размером  $0.85 \times 0.7 \text{ мм}^2$ . Сплошные кривые соответствуют аппроксимации экспериментальных точек при помощи уравнения (13). Пунктирная прямая соответствует циклотронной частоте  $\omega = eB/m^*$  для эффективной массы  $m^* = 0.067m_0$ . На вставке приведена схема образца и эквивалентной электрической цепи. Из работы [45]

резонанса хорошо описываются магнитодисперсионным соотношением (13) (сплошные кривые на рис. 6). Однако магнитодисперсия  $LC$  плазменного резонанса пересекает циклотронную магнитодисперсию для эффективной массы  $m^* = 0.067m_0$  (пунктирная прямая на рис. 6). Это связано с проявлением релятивистских эффектов запаздывания, которые перенормируют эффективную циклотронную частоту [11].

Для подтверждения сделанных утверждений, были определены значения плазменных частот для каждой из плазменных мод. Для обычного двумерного плазмона в полоске ДЭС с размерами  $W \times W$  волновой вектор  $q = \pi/W$ . Для  $W = 0.5 \text{ мм}$  теоретическое выражение (12) дает плазменную частоту  $f_p = 28 \text{ ГГц}$  (отмечена синей стрелкой на рис. 6), что превосходно согласуется с результатами эксперимента. Плазменная частота  $LC$  резонанса определяется выражением  $\omega_{LC} = 1/\sqrt{(L_K + L_m)C}$ , где  $L_m$  – магнитный вклад в индуктивность, связанный с релятивистскими эффектами запаздывания. Для исследуемого образца по данным численного моделирования емкость между контактами составляет  $C = 0.115 \text{ пФ}$ , а магнитная индуктивность  $L_m = 1.7 \text{ нГн}$ . Кинетическая индуктивность двумерных электронов, вы-

численная согласно формуле (10), составляет  $L_K = 1.2 \text{ нГн}$ . Отсюда собственная частота рассматриваемого плазменного  $LC$  резонатора  $f_{LC} = 8.7 \text{ ГГц}$  (отмечена красной стрелкой на рис. 6), что также великомерно согласуется с результатами эксперимента.

Для подтверждения природы  $LC$  плазменной моды было проведено исследование зависимости ее резонансной частоты от размера контактов, который определяет межконтактную емкость  $C$ . Для этого были изготовлены два дополнительных образца с размерами контактов  $0.4 \times 0.7 \text{ мм}^2$  (“образец 1”) и  $1.1 \times 3.9 \text{ мм}^2$  (“образец 2”). Схематическое изображение образцов показано на рис. 7а. Размер ДЭС

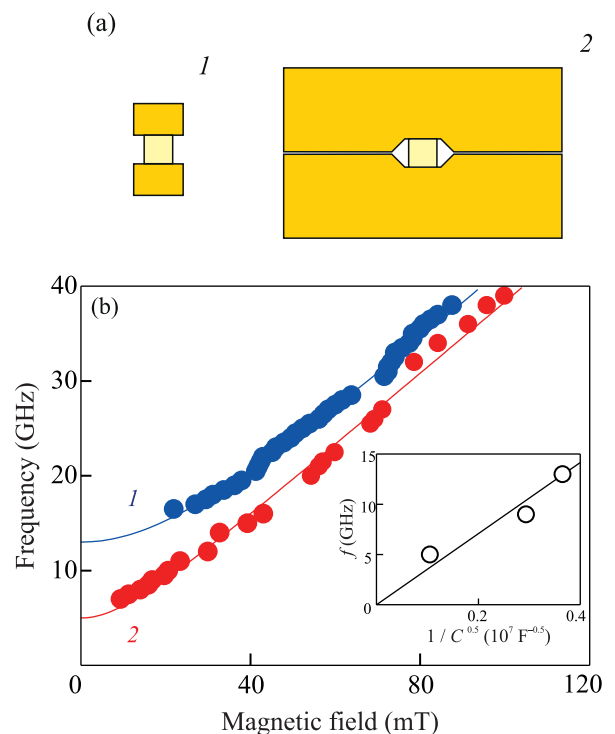


Рис. 7. (Цветной онлайн) (а) – Схематическое изображение двух образцов с одинаковыми размерами ДЭС и различными размерами контактных областей. (б) – Магнитодисперсии  $LC$  плазменной моды в данных образцах. На вставке – зависимость  $LC$  плазменной частоты от обратного квадратного корня из емкости между контактами обкладками. Прямая линия – линейная аппроксимация по экспериментальным точкам. Из работы [45]

при этом оставался фиксированным и равным  $0.5 \times 0.5 \text{ мм}^2$ . Магнитодисперсии  $LC$  моды в образцах 1 и 2 приведены на рис. 7б (синие и красные точки соответственно). Из эксперимента следует, что увеличение площади контактов вызывает значительное уменьшение частоты  $LC$  плазменного резонанса. На

вставке к рис. 7b приведена зависимость частоты резонанса от величины  $1/\sqrt{C}$ , где емкость  $C$  была рассчитана при помощи численного моделирования. Зависимость носит линейный характер, что согласуется с теоретическим выражением для плазменной частоты  $\omega_{LC} = 1/\sqrt{(L_K + L_m)C}$ . Заметим, что частоту  $LC$  плазменной моды легко регулировать, изменяя геометрические размеры образца либо электронную плотность в ДЭС. Это вместе с субволновым размером системы делает такие плазменные  $LC$  резонаторы интересным кандидатом на роль элементов метаматериалов, работающих в терагерцовом частотном диапазоне.

Используя разработанный  $LC$  подход, легко оценить частоту релятивистского плазмона в геометрии квази-Корбино, изображенной на рис. 4. Действительно, релятивистский плазмон можно интерпретировать как резонанс в эквивалентном плазмонном  $LC$ -контуре, образованном подзатворной емкостью и кинетической индуктивностью ДЭС. При этом важно учитывать, что осцилляции в таком контуре существуют только тогда, когда он замкнут по переменному току, т.е. затвор электрически соединен с ДЭС. Если пренебречь индуктивностью замыкающей цепи, то можно дать следующую оценку для подзатворной емкости и суммарной кинетической индуктивности от областей ДЭС между затвором и контактом и под затвором:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0\pi d^2}{4h}, \quad L_K = \frac{m^*}{2\pi e^2 n_s} \left( \ln \frac{D}{d} + \frac{1}{4} \right). \quad (14)$$

Отсюда плазменную частоту релятивистского плазмона можно оценить как

$$\omega_{rel} = \frac{1}{\sqrt{L_K C}} = \sqrt{\frac{2}{(1/4 + \ln(D/d))}} \sqrt{\frac{n_s e^2 h}{m^* \varepsilon \varepsilon_0 d}}. \quad (15)$$

Найденное выражение полностью согласуется с теоретическим расчетом (8). Таким образом,  $LC$ -подход является мощным инструментом для качественного и количественного описания различных типов плазменных возбуждений.

**Заключение.** В обзоре с экспериментальной точки зрения рассмотрены основные свойства нового семейства коллективных плазменных возбуждений в ДЭС – проксимити плазмонов (*proximity plasmons*). Данный тип плазменных волн наблюдается в ДЭС, частично экранированных металлическим затвором. Установлено, что наряду с проксимити плазменными волнами в таких структурах можно также наблюдать релятивистские плазмоны и  $LC$  плазменные резонансы. При этом релятивистский плазмон и

$LC$  плазменный резонанс можно рассматривать как частные случаи проксимити плазмона. Оказалось, что новое семейство плазменных возбуждений обладает рядом уникальных физических свойств. Во-первых, спектр проксимити плазмонов зависит от геометрических параметров затвора и расстояния между ним и ДЭС. Во-вторых, у проксимити плазменных мод отсутствует краевая ветвь, и они находятся по частоте гораздо ниже, чем обычные двумерные плазмоны, возбуждаемые в тех же полупроводниковых микроструктурах. Наконец, оказалось, что в случае, если затвор соединен с двумерной системой внешней цепью, то в системе возбуждается “заряженная” релятивистская плазменная мода, обладающая аномально малым затуханием. Нашими коллегами из ИРЭ РАН – А. А. Заболотных и В. А. Волковым была разработана подробная теория для описания нового семейства плазменных мод. Теория оказалась в хорошем согласии с экспериментом. Также в обзоре был развит  $LC$  подход к описанию различных типов 2D плазменных колебаний. Этот подход основан на рассмотрении электродинамического отклика ДЭС на основании эквивалентной электрической цепи с сосредоточенными параметрами. Оказалось, что такой наглядный и интуитивно понятный метод дает правильное количественное описание различных типов плазменных мод в ДЭС. Описанные в обзоре новые результаты значительно расширяют горизонт возможных применений плазмоники для создания различных устройств современной СВЧ и терагерцовой электроники.

Работа была выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант # 19-72-30003.

1. F. Stern, Phys. Rev. Lett. **18**, 546 (1967).
2. C. C. Grimes and G. Adams, Phys. Rev. Lett. **36**, 145 (1976).
3. S. J. Allen, D. C. Tsui, and R. A. Logan, Phys. Rev. Lett. **38**, 980 (1977).
4. T. N. Theis, J. P. Kotthaus, and P. J. Stiles, Solid State Commun. **24**, 273 (1977).
5. S. J. Allen, H. L. Störmer, and J. C. M. Hwang, Phys. Rev. B **28**, 4875 (1983).
6. D. C. Glattli, E. Y. Andrei, G. Deville, J. Poitrenaud, and F. I. B. Williams, Phys. Rev. Lett. **54**, 1710 (1985).
7. V. M. Muravev, A. A. Fortunatov, I. V. Kukushkin, J. H. Smet, W. Dietsche, and K. von Klitzing, Phys. Rev. Lett. **101**, 216801 (2008).
8. L. Ju, B. Geng, J. Horng, C. Girit, M. Martin, Z. Hao, H. A. Bechtel, X. Liang, A. Zettl, Y. R. Shen, and F. Wang, Nat. Nanotechnol. **6**, 630 (2011).

9. J. Chen, M. Badioli, P. Alonso-Gonzalez, S. Thongrattanasiri, F. Huth, J. Osmond, M. Spasenovic, A. Centeno, A. Pesquera, P. Godignon, A. Z. Elorza, N. Camara, F. Abajo, R. Hillenbrand, and F. H. L. Koppens, *Nature* **487**, 77 (2012).
10. Z. Fei, A. S. Rodin, G. O. Andreev, W. Bao, A. S. McLeod, M. Wagner, L. M. Zhang, Z. Zhao, M. Thiemens, G. Dominguez, M. M. Fogler, A. H. Castro Neto, C. N. Lau, F. Keilmann, and D. N. Basov, *Nature* **487**, 82 (2012).
11. I. V. Kukushkin, J. H. Smet, S. A. Mikhailov, D. V. Kulakovskii, K. von Klitzing, and W. Wegscheider, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 156801 (2003).
12. A. V. Chaplik, *ZhETF* **62**, 746 (1972) [*Sov. Phys. JETP* **35**, 395 (1972)].
13. A. Satou, I. Khmyrova, V. Ryzhii, and M. S. Shur, *Semicond. Sci. Technol.* **18**, 460 (2003).
14. V. Ryzhii, A. Satou, W. Knap, and M. S. Shur, *J. Appl. Phys.* **99**, 084507 (2006).
15. G. C. Dyer, G. R. Aizin, S. Preu, N. Q. Vinh, S. J. Allen, J. L. Reno, and E. A. Shaner, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 126803 (2012).
16. A. R. Davoyan, V. V. Popov, and S. A. Nikitov, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 127401 (2012).
17. G. C. Dyer, G. R. Aizin, S. J. Allen, A. D. Grine, D. Bethke, J. L. Reno, and E. A. Shaner, *Nature Photon.* **7**, 925 (2013).
18. A. S. Petrov, D. Svintsov, V. Ryzhii, and M. S. Shur, *Phys. Rev. B* **95**, 045405 (2017).
19. D. A. Iranzo, S. Nanot, E. J. C. Dias, I. Epstein, C. Peng, D. K. Efetov, M. B. Lundberg, R. Parret, J. Osmond, J.-Y. Hong, J. Kong, D. R. Englund, N. M. R. Peres, and F. H. L. Koppens, *Science* **360**, 291 (2018).
20. A. A. Zabolotnykh and V. A. Volkov, *Phys. Rev. B* **99**, 165304 (2019).
21. V. M. Muravev, P. A. Gusikhin, A. M. Zarezin, I. V. Andreev, S. I. Gubarev, and I. V. Kukushkin, *Phys. Rev. B* **99**, 241406(R) (2019).
22. W. Knap, Y. Deng, S. Romyantsev, J.-Q. Lü, M. S. Shur, C. A. Saylor, and L. C. Brunel, *Appl. Phys. Lett.* **80**, 3433 (2002).
23. X. G. Peralta, S. J. Allen, M. C. Wanke, N. E. Harff, J. A. Simmons, M. P. Lilly, J. L. Reno, P. J. Burke, and J. P. Eisenstein, *Appl. Phys. Lett.* **81**, 1627 (2002).
24. E. A. Shaner, Mark Lee, M. C. Wanke, A. D. Grine, J. L. Reno, and S. J. Allen, *Appl. Phys. Lett.* **87**, 193507 (2005).
25. V. V. Popov, D. V. Fateev, T. Otsuji, Y. M. Meziani, D. Coquillat, and W. Knap, *Appl. Phys. Lett.* **99**, 243504 (2011).
26. D. A. Bandurin, D. Svintsov, I. Gayduchenko et al. (Collaboration), *Nat. Commun.* **9**, 5392 (2018).
27. I. V. Kukushkin, J. H. Smet, K. von Klitzing, and W. Wegscheider, *Nature (London)* **415**, 409 (2002).
28. V. M. Muravev, I. V. Andreev, S. I. Gubarev, V. N. Belyanin, and I. V. Kukushkin, *Phys. Rev. B* **93**, 041110(R) (2016).
29. A. M. Zarezin, P. A. Gusikhin, V. M. Muravev, and I. V. Kukushkin, *JETP Lett.* **111**(5), 282 (2020).
30. A. A. Zabolotnykh and V. A. Volkov, *Phys. Rev. B* **102**, 165306 (2020).
31. Das Sarma and W. Y. Lai, *Phys. Rev. B* **32**, 1401 (1985).
32. I. L. Aleiner, D. X. Yue, and L. I. Glazman, *Phys. Rev. B* **51**, 13467 (1995).
33. I. V. Kukushkin, J. H. Smet, V. A. Kovalskii, S. I. Gubarev, K. von Klitzing, and W. Wegscheider, *Phys. Rev. B* **72**, 161317 (2005).
34. P. J. Burke, I. B. Spielman, J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, *Appl. Phys. Lett.* **76**, 745 (2000).
35. D. A. Iranzo, S. Nanot, E. J. C. Dias, I. Epstein, C. Peng, D. K. Efetov, M. B. Lundberg, R. Parret, J. Osmond, J.-Y. Hong, J. Kong, D. R. Englund, N. M. R. Peres, and F. H. L. Koppens, *Science* **360**, 291 (2018).
36. V. M. Muravev, I. V. Andreev, N. D. Semenov, S. I. Gubarev, and I. V. Kukushkin, *Phys. Rev. B* **103**, 125308 (2021).
37. V. M. Muravev, A. M. Zarezin, P. A. Gusikhin, A. V. Shupletsov, and I. V. Kukushkin, *Phys. Rev. B* **100**, 205405 (2019).
38. A. A. Zabolotnykh and V. A. Volkov, *Semiconductors* **53**, 1870 (2019).
39. П. А. Гусихин, В. М. Муравьев, И. В. Кукушкин, *Письма в ЖЭТФ* **100**, 732 (2015).
40. V. M. Muravev, P. A. Gusikhin, I. V. Andreev, and I. V. Kukushkin, *Phys. Rev. Lett.* **114**, 106805 (2015).
41. V. M. Muravev, P. A. Gusikhin, A. M. Zarezin, A. A. Zabolotnykh, V. A. Volkov, and I. V. Kukushkin, *Phys. Rev. B* **102**, 081301(R) (2020).
42. S. I. Dorozhkin, A. A. Kapustin, I. A. Dmitriev, V. Umansky, K. von Klitzing, and J. H. Smet, *Phys. Rev. B* **96**, 155306 (2017).
43. I. V. Andreev, V. M. Muravev, V. N. Belyanin, and I. V. Kukushkin, *Phys. Rev. B* **96**, 161405(R) (2017).
44. G. R. Aizin and G. C. Dyer, *Phys. Rev. B* **86**, 235316 (2012).
45. V. M. Muravev, N. D. Semenov, I. V. Andreev, P. A. Gusikhin, and I. V. Kukushkin, *Appl. Phys. Lett.* **117**, 151103 (2020).