

Комментарий к статье “Связанные состояния отталкивающихся адсорбированных атомов” (Письма в ЖЭТФ 113(8), 523 (2021))

А. С. Иоселевич¹⁾

Лаборатория физики конденсированного состояния, Национальный исследовательский университет
“Высшая школа экономики”, 101000 Москва, Россия

Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН, 119334 Москва, Россия

Поступила в редакцию 16 апреля 2021 г.

После переработки 16 апреля 2021 г.

Принята к публикации 13 мая 2021 г.

DOI: 10.31857/S1234567821120119

В недавней работе [1] были рассмотрены связанные состояния двух точечных частиц, взаимодействующих друг с другом через потенциал нулевого радиуса, характеризуемый длиной рассеяния a . Частицы находятся во внешнем поле, ограничивающем их движение в одном из направлений. Авторы показали, что в этой ситуации образуется связанное состояние при любом знаке a , в то время как в отсутствие поля связанное состояние образуется только при $a > 0$.

Этот – правильный – вывод неправильно интерпретируется авторами как образование связанного состояния *отталкивающимися* частицами в присутствии внешнего поля, и подается как удивительный и парадоксальный квантовый эффект. На самом деле он легко объясняется в терминах элементарной квантовой механики, если иметь в виду, что в условиях применимости модели потенциала нулевого радиуса частицы не отталкиваются, а *притягиваются при любом знаке a* . Хотя последнее утверждение хорошо известно, ниже я воспроизведу его краткий вывод.

Низкоэнергетические свойства любого короткодействующего потенциала описываются длиной рассеяния a . В том случае, когда радиус действия потенциала $r_0 \ll |a|$, применима модель потенциала нулевого радиуса, в которой действие последнего сводится к условию $d \ln(r\psi)/dr|_{r \rightarrow 0} = -1/a$ на волновую функцию. Для вычисления наблюдаемых величин этого условия достаточно, однако для лучшего понимания результатов полезно разобраться в том, каково “микроскопическое” устройство потенциала нулевого радиуса на масштабах $r \sim r_0$. Для простоты ограничимся потенциалами вида $V(r) = V_0\theta(r_0 - r)$.

Как известно, длина рассеяния в таком потенциале описывается следующими точными формулами (см. [2], с. 662):

$$a = -r_0 + \frac{1}{\kappa} \operatorname{th}(\kappa r_0), \quad \kappa = \sqrt{2mV_0}/\hbar \quad (V_0 > 0),$$

$$a = -r_0 + \frac{1}{\tilde{\kappa}} \operatorname{tg}(\tilde{\kappa} r_0), \quad \tilde{\kappa} = \sqrt{2m|V_0|}/\hbar \quad (V_0 < 0).$$

Из них следует, что для отталкивающего потенциала всегда $a < 0$ и $|a| < r_0$, поэтому при любом $V_0 > 0$ невозможно устремить r_0 к нулю так, чтобы величина a при этом осталась конечной. Это означает, что модель потенциала нулевого радиуса с конечной длиной рассеяния не может быть реализована с помощью отталкивающего потенциала.

Напротив, для притягивающего потенциала величина a может иметь как положительный (когда $|V_0| > V_c = \frac{1}{2m}(\pi\hbar/2r_0)^2$ и существует связанное состояние, см. [2], с. 144), так и отрицательный (если $|V_0| < V_c$ и связанного состояния нет) знак. Величину V_0 удобно выразить в терминах длины рассеяния:

$$V_0 \approx -V_c \left(1 + \frac{8}{\pi^2} \frac{r_0}{a} + \dots \right) \quad (r_0 \ll |a|). \quad (1)$$

Итак, потенциал нулевого радиуса всегда отвечает притяжению – как при $a > 0$, так и при $a < 0$, только в первом случае притяжение достаточно сильно для того, чтобы образовать связанное состояние, а во втором – недостаточно. Относительное отклонение глубины потенциальной ямы от порогового значения, отвечающего моменту образования связанного состояния, при $r_0 \rightarrow 0$ также стремится к нулю, но с разных сторон, в зависимости от знака a (как и должно быть).

¹⁾e-mail: iossel@itp.ac.ru

Уже само название работы вводит читателя в заблуждение. По сути дела ни о каких “отталкивающихся атомах” в статье речь не идет: как показано выше, потенциал нулевого радиуса всегда отвечает притяжению: атомы притягиваются.

А почему возникает связанное состояние? Известно, что любой (даже очень слабый) притягивающий потенциал в двумерной задаче обязательно образует связанное состояние (см. [2], с. 207). Если в исходной трехмерной системе с притягивающим, но не связывающим потенциалом, ограничить движение частицы по какой-то координате, то задача сразу стано-

вится эффективно двумерной и в потенциале возникает связанное состояние. Например, незаряженный (но слабо притягивающий электроны) дефект в массивном полупроводнике не образует связанного состояния, но оно образуется, если дефект находится внутри двумерной квантовой ямы.

-
1. А. В. Максимычев, Л. И. Меньшиков, П. Л. Меньшиков, Письма в ЖЭТФ **113**, 523 (2021).
 2. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Курс теоретической физики, Квантовая механика*, Физматлит, М. (2004).